

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
Устинова Константина Борисовича  
**«Механика упругого деформирования систем с покрытиями  
и промежуточными слоями»,**  
представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Задачи механики твердого деформируемого тела с покрытиями разной природы и промежуточными слоями являются важным и актуальным разделом механики. Действительно, расширение области применимости механики к задачам биологии, нанотехнологий, наряду с введением в инженерную практику новых материалов и покрытий приводит к необходимости совершенствовать методы расчета прочности используемых элементов, в случае когда поверхностные свойства существенно могут изменить свойства и поведение материала. Например, миниатюризация элементов электронных приборов, развитие деформируемой электроники (stretchable electronics), таких как гибкие дисплеи, требует развитие соответствующих методов анализа. Нужно отметить, что хотя в ряде случаев физико-электрические свойства таких элементов имеют большее значение, задачи прочности элементов stretchable electronics представляются не менее важными. В качестве других примеров можно привести классические задачи об расслоении слоистых пластин, для которых анализ и определение отслоений представляется первостепенной проблемой; задачи о деформировании металлических тел с термозащитными керамическими покрытиями, задачи, возникающие в технологиях выращивания тонких пленок путем напыления или осаждения из газовой фазы, описание деформирования композитов. Развитие солнечной энергетики связано с разработкой солнечных панелей, представляющих многослойные пластины или пологие оболочки, для которых анализ расслоений имеет важное значение. Также стоит упомянуть задачи, возникающие на микро- и наноуровнях. Так, наблюдаемый экспериментально размерный эффект при деформировании нанопленок и нановолокон, зачастую может быть объяснен только в рамках учета поверхностных свойств. К этому же разряду можно отнести также аномальный эффект Холла-Питча для наноструктурных материалов.

В настоящее время можно наблюдать определенный бум в развитии механики поверхностных явлений, связанный с решением указанных выше и

аналогичных задач. Это приводит к разработке относительно новых и действительно новых моделей поверхностной упругости, переосмыслению влияния поверхностных свойств на эффективные свойства материалов, а также развитию численных и аналитических методов анализа соответствующих задач. В литературе предложены различные модели поверхностной упругости, основанные на различных предположениях и методах описания. Соответствующие краевые задачи можно отнести к неклассическим, так, многие обобщения классических решений теории упругости, полученные с учетом поверхностных эффектов, приводят к существенным количественным и качественным отличиям.

Несмотря на развитие численных методов и, в частности, метода конечных элементов, прямое решение подобных задач методом "грубой силы" встречается с целым рядом сложностей. Так, например, в конечноэлементном пакете Aباqus в настоящее время доступны адгезионные конечные элементы, однако их применение связано с целым рядом сложностей, связанных как со сходимостью, так и с использованием более адекватным моделей адгезии. Таким образом, следует признать, что задачи с покрытиями и поверхностными явлениями важны для приложений, но, тем не менее, недостаточно исследованы в рамках механики твердого деформируемого тела.

Все вышесказанное делает весьма актуальной тему диссертационной работы К. Б. Устинова, посвященной развитию моделей тел с поверхностными эффектами и методов анализа соответствующих краевых задач.

Основное содержание работы представлено в шести главах. Первая глава диссертации носит обзорный характер. Она посвящена критическому анализу имеющихся в литературе моделей тел с покрытиями и промежуточными слоями, включая наиболее используемые. Рассматривая известные результаты, автор естественным образом приходит также к постановке задач, подлежащих решению.

Вторая глава посвящена решению задачи об отслоении части приповерхностного слоя. Вначале рассмотрена задача о полубесконечной трещине между полосой и полупространством, обладающими, вообще говоря, разными упругими свойствами. Также здесь рассмотрена задача об отслоении с использованием более простой модели – стержневой. Здесь построены асимптотики решений и найдены коэффициенты интенсивности напряжений.

В третьей главе изучалась матричная задача, полученная во второй главе. Хотя в общем случае ее решение неизвестно, автору удалось найти условия, при которых возможно факторизация и построение

асимптотических решений. Также в этой главе большое внимание уделено нахождению коэффициентов интенсивности напряжений.

Четвертая глава диссертации посвящена практическим приложениям полученных в первых главах результатов и моделей. Здесь главным образом рассмотрены задачи об отслоениях. Нужно отметить, что автор детально рассматривает различные постановки задач и проводит их сравнительный анализ. Рассматривается также потеря устойчивости отслоений, различные режимы отслаивания. Важным с теоретической и практической точек зрения является анализ разных вариантов упругой заделки. В качестве примера, рассмотрена задача определения параметров упругой заделки в случае деформирования кантилевера атомно-силового микроскопа.

В пятой главе автор рассматривает задачи без отслоений. Здесь автором предложена модель обобщенной поверхностной упругости. Эта модель в частных случаях может быть сведена к ранее известным в литературе. Она более учитывает действие напряжений в околоповерхностном слое, учитывает наличие остаточных напряжений, кривизну поверхности. Нужно отметить, что результаты, полученные в четвертой и пятой главах являются центральными во всей диссертации и, по моему, мнению, представляют наибольший интерес.

Шестая глава посвящена решению задачи о сферическом включении в упругой матрице при учете поверхностных эффектов. Данная задача с одной стороны представляет непосредственный интерес для описания деформирования композитов, а также иллюстрирует особенности разработанной в пятой главе модели поверхностной упругости.

В целом нужно отметить, что в работе получен ряд новых интересных результатов, к наиболее важным из которых, по моему мнению, следует отнести следующие:

1. Решен ряд новых неклассических задач теории упругости связанных с покрытиями и слоями, при учете отслоений, полученных в рамках линейной теории упругости. К их числу, стоит отнести, например, задачу об отслоении полосы от полупространства/полуплоскости, рассмотренную в работе в различных вариантах и при разных предположениях. Отметим, что ряд решений представляет также интерес и с чисто математической точки зрения.

2. Предложен класс моделей поверхностной упругости, обобщающие известные в литературе и имеющие ряд преимуществ перед последними. Данная модель безусловно заслуживает дальнейшего развития и применения к разного класса задачам. В рамках предложенных моделей поверхностной упругости решен ряд задач, которые иллюстрируют их свойства и представляют непосредственный интерес для инженерных приложений. К их

числу относится моделирование композита с шарообразными включениями. Интересным представляется установленный в работе факт, что остаточные напряжения могут играть большую роль, чем величина упругих поверхностных модулей.

Следует отметить, что проведенный анализ решений данных задач и полученные формулы проливают свет на характер поведения упругих систем при учете покрытий и внутренних тонких слоев. Приведенные результаты представляют интерес и для анализа более общих случаев, для которых решенные задачи являются частными.

В работе имеются и определенные недостатки и неясности.

1. В задаче о стрингере и в задачах, использующих балочное приближение, использованы классические одномерные модели, такие как балка Бернулли–Эйлера. Вместе с тем было бы интересно рассмотреть одномерные модели при учете поперечного сдвига. Такой анализ представлял бы интерес особенно вблизи концов отслоения.
2. В литературе известны также подходы к описанию поверхностных явлений в рамках градиентных моделей сплошной среды. Эти подходы восходят к работам Кортвега для жидкостей и Миндлина для твердого тела. Было бы интересно сравнить предложенную в диссертации модель с ними и оценить ее преимущества.
3. В работе автор ограничился анализом задач статики. Было бы интересно проанализировать влияние поверхностных эффектов а и задачах динамики, например, в случае распространения поверхностных волн.
4. С математической точки зрения представлял бы интерес также анализ разрешимости рассмотренных в работе задач, связанных с введенной моделью обобщенной упругости. В частности, что можно сказать о единственности решений?
5. Следовало бы упомянуть результаты полученные в рамках теории поверхностной упругости, представленные в многочисленных статьях P. Schiavone, G. Mishuris, Steigmann и Ogden. В частности, Schiavone провел исследование поверхностных напряжений для целого ряда задач с сингулярностями, аналогичными рассмотренным в диссертации. Steigmann и Ogden обобщили модель Gurtin-Murdoch на случай учета изгибной жесткости и провели анализ влияния поверхностных напряжений на выпучивание и распространение волн.
6. В диссертации и автореферате имеется известное число опечаток, список которых здесь не приводится.

Тем не менее, сформулированные выше замечания не меняют общей высокой оценки диссертации К. Б. Устинова.

Выводы, полученные в диссертации, являются новыми и могут считаться обоснованными и достоверными вследствие строгой математической постановки и выбора математически обоснованных методов решения, качественного совпадения представленных результатов с результатами, полученными другими авторами.

Основные выводы и результаты диссертации опубликованы в печати, в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации результатов кандидатских и докторских диссертаций (13 статей), и неоднократно докладывались на международных и всероссийских конференциях, где вызывали большой интерес участников.

Автореферат правильно отражает содержание работы.

Диссертация К. Б. Устинова является законченным научным исследованием, имеющим важное фундаментальное и прикладное значение. Она является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение. Актуальность проведенного исследования не вызывает сомнения. Считаю, что диссертационная работа К. Б. Устинова «Механика упругого деформирования систем с покрытиями и промежуточными слоями» **соответствует** всем требованиям ВАК РФ и Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор **заслуживает** присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Зав. лаб. механики активных материалов

Южного научного центра РАН

д. ф.-м. н., доцент



В. А. Еремеев

Подпись В. А. Еремеева заверяю,  
и.о. ученого секретаря ЮНЦ РАН, к.б.н.

В.В. Титов

10.09.2015