

Бухалов Владислав Игоревич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ  
НАПРЯЖЕНИЙ ПО СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИМ  
ИЗМЕРЕНИЯМ В ОКРЕСТНОСТИ ЗОНДИРУЮЩЕГО  
ОТВЕРСТИЯ С УЧЁТОМ ЭФФЕКТА ПЛАСТИЧНОСТИ**

01.02.04 Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Москва 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН).

Научный руководитель:

**Попов Александр Леонидович**  
д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории механики прочности и разрушения материалов и конструкций ИПМех РАН

Официальные оппоненты:

**Морозов Евгений Михайлович**  
д.т.н., профессор,  
профессор кафедры физики прочности  
ФГАОУ ВПО Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Хроматов Василий Ефимович**  
к.т.н., профессор,  
профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин  
ФГБОУ ВО Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) «МАИ»

Защита состоится 29 сентября 2022 г. в 16-00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 на базе ИПМех РАН по адресу: просп. Вернадского 101, корп. 1, Москва.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН <http://www.ipmnet.ru/diss/diss/>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета Д 002.240.01

к.ф.-м.н.

Е.Я. Сысоева

## Общая характеристика работы

Изучение остаточных напряжений, являющихся одним из основных факторов техногенных аварий в сварных конструкциях газо- и нефтепроводного транспорта, образования трещин в изделиях металлургии, стекольной промышленности, мосто- и кораблестроении, авиационной и космической техники, других отраслей, в том числе таких перспективных, как аддитивные технологии, является постоянно актуальным направлением научных исследований во многих странах. Для диагностики остаточных напряжений применяются разные физические и механические методы. Наиболее распространённым является слабоповреждающий метод зондирующего отверстия. История этого метода берет начало с работы Й.Матара 1932 г. В СССР исследования по проблематике остаточных напряжений активно велись такими учеными, как И.А.Биргер, А.Ю.Ишлинский, В.А.Винокуров, Н.О.Окерблом, М.В.Якутович и др. Современное представление метода отверстия для определения остаточных напряжений отражено в работах А.А.Поздеева, Г.Н.Чернышева, Л.М.Лобанова, А.А.Антонова, А.Л.Попова, В.М.Козинцева, Д.А.Челюбеева, И.А.Разумовского, А.А.Апалькова, С.И.Елеонского, Д.Нельсона, Ж.Джанга, Ф.Диаса, С.Лина, Р.Мохарамии, М.Стейнцига, Г.Шаера и др.

К настоящему времени разработано несколько методик измерения микроперемещений и деформаций, возникающих при создании зондирующего отверстия в теле с остаточными напряжениями. Среди них выделяются бесконтактные измерения параметров возмущенного отверстием напряженно-деформированного состояния с помощью голографической и спекл-интерферометрии. Для создания методики определения остаточных напряжений по этим измерениям потребовалось решение целого спектра прямых и обратных задач двумерной и трехмерной теории упругости, на основе которых выпущены стандарты, в том числе ГОСТ Р52891 «Контроль остаточных технологических напряжений методом лазерной интерферометрии». На принципах электронной спекл-интерферометрии сотрудниками ИПМех РАН была создана портативная переносная система для измерения напряжений в упругих телах и конструкциях — ЛИМОН-ТВ, в которой объединены идеи и методы голографической интерферометрии, разработанные ранее для анализа остаточных напряжений, с преимуществами современной компьютерной техники.

Несмотря на большой объём исследований по установлению связей между регистрируемыми микроперемещениями поверхности тела и внутренними напряжениями, разработанные методики не покрывали весь спектр возможных остаточных напряжений ввиду того, что само отверстие создаёт концентрацию напряжений, коэффициент которой по отношению к измеряемым напряжениям может достигать трёх единиц. Это означает, что в важном для практики диапазоне оста-

точных напряжений, превышающих одну треть предела текучести, при создании отверстия, в некоторых областях около него могут возникнуть пластические деформации. В этом случае перемещения поверхности тела, вызванные пластическими деформациями, при их регистрации и трактовке как упругие перемещения с последующим переводом в напряжения создают погрешности в измеряемых напряжениях, растущие с увеличением остаточных напряжений.

Ошибка пластичности - известная проблема при измерении остаточных напряжений в сварных соединениях с помощью сверления отверстий. Данную проблему пытаются решить, варьируя глубиной и радиусом отверстия. Однако этим добиваются лишь некоторого увеличения диапазона корректного определения остаточных напряжений в рамках соотношений теории упругости. Очевидно, что кардинальным решением здесь является использование моделей упругопластического тела с привлечением решений соответствующих упругопластических задач. Отсюда вытекает **актуальность** темы диссертации, состоящей в разработке методики определения высоких остаточных напряжений по спекл-интерферометрическим измерениям в окрестности зондирующего отверстия с учётом эффекта пластичности.

**Целями** диссертационной работы являются:

1. Расширение области применимости метода зондирующего отверстия для диагностики остаточных напряжений на диапазон высоких остаточных напряжений с учетом эффекта пластичности, возникающего как при создании зондирующего отверстия, так и в исходном напряженно-деформированном состоянии материала, содержащем зону пластичности.

2. Разработка итерационного метода решения упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

На модельных задачах Кирша в двумерной и трехмерной постановках выполнена отработка численной процедуры решения трехмерных задач о сквозном и несквозном отверстиях в упругой пластине с напряжениями применительно к спекл-интерферометрическим измерениям;

- Проведено численное моделирование решений прямой и обратной задач определения остаточных напряжений с применением метода несквозного отверстия в упругой и упругопластических постановках;
- Построено решение задачи Гадолина о посадке цилиндрических тел в упругопластической постановке с определением положения границы между упругой и пластической областями, напряжений, деформаций и перемещений в этих областях, в том числе - по нормали к торцам цилиндров, что обеспечило решение обратной задачи по определению осесимметричного напряжённого состояния в упругопластическом цилиндрическом теле с отверстием по перемещениям его поверхности;

- Построена итерационная процедура решения плоских упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы. Выполнена отработка итерационной процедуры на решениях задач Ламе, Галина и Кирша в упругопластических постановках;
- Проведена экспериментальная реализация диагностики напряжений с учетом эффекта пластичности в окрестности зондирующего отверстия;
- Выполнено численное моделирование залечивания внутренних дефектов в поле высоких сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов.

**Научная новизна** работы состоит в следующем:

- Разработана методика диагностики остаточных напряжений с применением метода несквозного отверстия, учитывающая пластическое состояние материала, вызванное концентрацией напряжений в его окрестности и другими факторами и тем самым, снимающая ограничения на применение метода отверстия, обусловленные общепринятым гостированным учетом только упругих связей между напряжениями и регистрируемыми перемещениями и деформациями на поверхности исследуемого тела. В результате метод диагностики остаточных напряжений с помощью зондирующего отверстия обобщен на диапазон остаточных напряжений вплоть до уровней, приближающихся к пределу текучести материала исследуемого тела;
- Разработана итерационная процедура решения упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы. Преимуществом данного метода является отсутствие ограничений для соотношения внешних нагрузок и его применимость к модели идеального упругопластического тела;
- Проведены численные эксперименты, показывающие возможность залечивания внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов.

**Достоверность** результатов исследования обеспечена сравнением разработанных численных подходов и полученных с их помощью результатов с известными аналитическими решениями упругопластических задач и результатами экспериментальных исследований.

**Практическая значимость** работы заключается в том, что ее результаты направлены на совершенствование широко используемого в технической диагностике остаточных напряжений метода зондирующего отверстия. Полученные решения упругопластических задач позволяют оценить и устранить погрешности метода отверстия, обусловленные применением существующей упругой модели в важном для практики диапазоне высоких остаточных напряжений в теле вплоть до предела текучести его материала и, тем самым, произвести корректное распро-

странение метода отверстия на диагностику остаточных напряжений в этом диапазоне. Определенное практическое значение имеют также результаты по возможности залечивания внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов.

#### **Методы исследования:**

Для решения поставленных задач использовались известные аналитические и численные методы, выполнялись сопоставления с результатами экспериментальных измерений, разработан и оттестирован на модельных задачах новый численно-аналитический итерационный метод решения упругопластических задач с уточняемым положением границы между упругой и пластической областями.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Моделирование остаточных напряжений с учетом эффекта пластичности, вызванного концентрацией напряжений при создании зондирующего несквозного и сквозного отверстий, применительно к спекл-интерферометрическим измерениям нормальных перемещений поверхности образца;
2. Разработка методики измерения остаточных напряжений с помощью зондирующего отверстия при попадании отверстия в область с пластическим состоянием материала образца;
3. Построение итерационной процедуры решения упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы и её отработка на модельных задачах Ламе и Галина и на задаче Кирша в упругопластических постановках;
4. Моделирование решений задач о залечивании внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов.

**Апробация работы:** Основные результаты работы были представлены на 5 международных и 2 всероссийских конференциях:

- 1) XLIII международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения», Москва, Россия, 18-20 апреля 2017;
- 2) XLIV международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения», Москва, Россия, 17-20 апреля 2018;
- 3) XII всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, Россия, 19-24 августа 2019;
- 4) Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», Воронеж, Москва 11-13 ноября 2019;
- 5) XLVI международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения», Москва, Россия, 15-17 апреля 2020;

- 6) 5-я международная научно-техническая конференция в дистанционном формате «Живучесть и конструкционное материаловедение (Жив КоМ)», Москва, Россия, 27-29 октября, 2020;
- 7) XIV всероссийская конференция по испытаниям и исследованиям свойств материалов «ТестМат», 25 марта, 2022.

Научные исследования, проведенные в диссертационной работе, выполнялись в рамках грантов РФФИ: 16-08-00469, 18-01-00920, включая аспирантский грант для написания диссертации 19-31-90058 («Разработка итерационной процедуры решения задачи Кирша в упругопластической постановке»); гранта РНФ 19-19-00616.

**Публикации:** Основные результаты диссертации изложены в работах [1-13], изданных в периодических научных изданиях, сборниках материалов и тезисах докладов международных и всероссийских конференций. Пять статьи [1-5] из списка публикаций напечатаны в журналах, входящих в перечень ВАК РФ и/или индексируемых в Web of Science, Scopus.

**Личный вклад автора:** В работах [1-5] автору принадлежит построение численных и аналитических решений упругопластических задач, реализация итерационной процедуры решения плоских упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы, исследование её сходимости, верификация процедуры на модельных задачах, численное моделирование решений задач о залечивании внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов. Все необходимые расчёты были проведены автором самостоятельно. Постановка задач и анализ полученных результатов проводились совместно с научным руководителем - А.Л. Поповым.

**Структура и объем работы:** Диссертационная работа состоит из Введения, пяти глав, Заключение и списка литературы. Полный объем работы составляет 150 страниц, включая 47 рисунков. Список литературы содержит 143 наименования.

### Содержание работы

Во **Введении** представлен обзор литературы, посвященной исследованиям, тематика которых относится к диссертации. Обоснованы актуальность и научная новизна исследования, сформулированы основные цели и задачи диссертационной работы, кратко изложена структура диссертации.

В **первой главе** даётся общее представление о методе зондирующего отверстия, которое используется при исследовании остаточных напряжений с помощью измерений нормальных перемещения тела в окрестности отверстия. Первоначально это представление основывалось на решении задачи Кирша о пластине с отверстием радиуса  $R$ , находящейся под действием растягивающей одноосевой

нагрузки  $P_1$ . Аналитические решения этой задачи в двумерной и трехмерной постановках для нормального перемещения  $w$  на поверхности пластины совпадают и имеют вид:

$$w = -\frac{\nu H}{2} \frac{P_1}{E} \left( 1 - 2 \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta \right), \quad (1)$$

где  $\nu$  - коэффициент Пуассона,  $H$  - толщина пластины,  $E$  - модуль Юнга,  $r$  и  $\theta$  - радиус и угол полярной системы координат. Формула (1) указывает на возможность простого пересчета измеренного значения нормального перемещения на контуре отверстия в значения действующего активного или остаточного напряжения. Подобный расчёт заложен в основу спекл-интерферометрических измерений остаточных напряжений по нормальным перемещениям в окрестности зондирующего отверстия. При этом сами перемещения определяются перемножением числа линий уровня, зарегистрированных на интерферограмме в виде тёмных или светлых интерференционных полос в выбранном направлении по углу  $\theta$ , на шаг полос, равный половине длины волны используемого в измерительной системе лазера. Из выражения (1) видно, что количество линий уровня в такой интерпретации будет неодинаково при наблюдении вдоль направления приложения нагрузки ( $\theta=0$ ) и в перпендикулярном направлении, что позволяет выделить направление действия нагрузки и определить ее величину.

На практике определение остаточных напряжений выполняется на деформированной поверхности, когда отверстие создается в теле с напряжениями. В этом случае нормальное перемещение поверхности находится из возмущенного напряженного состояния в зоне отверстия (вторая часть формулы (1)). По нему можно определить только величину действующего напряжения, но не его ориентацию.

Аналитическое решение задачи Кирша было использовано для отработки численного моделирования, которое выполнялось в ANSYS Workbench с использованием расчетного модуля Static Structural. Результаты численного решения показали хорошую сходимость (с отличиями менее 5% для плоской задачи и менее 10% для трехмерной задачи) с результатами аналитического решения при числе конечных элементов от 24994 до 3394437 (использовались четырехугольные (для 2D расчета) и тетраэдрические (для 3D расчета) квадратичные элементы). Полученные результаты позволили перейти к численной модели растяжения пластины с несквозным отверстием, для которой отсутствует точное аналитическое решение.

Во **второй главе** рассмотрено численное моделирование проявления остаточных напряжений при несквозном отверстии глубиной  $h < H$ . Трехмерная модель такой пластины, показана на Рис. 1. (в силу симметрии в численных



расчётах рассматривается четверть пластины). Отношение габаритных размеров расчётной модели к радиусу отверстия принималось равным 10:1.

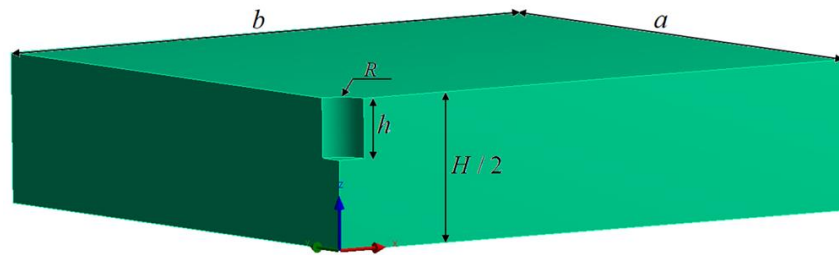
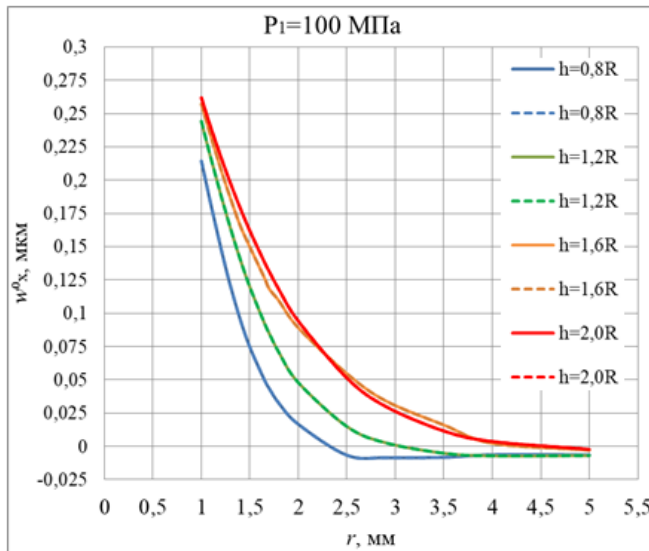
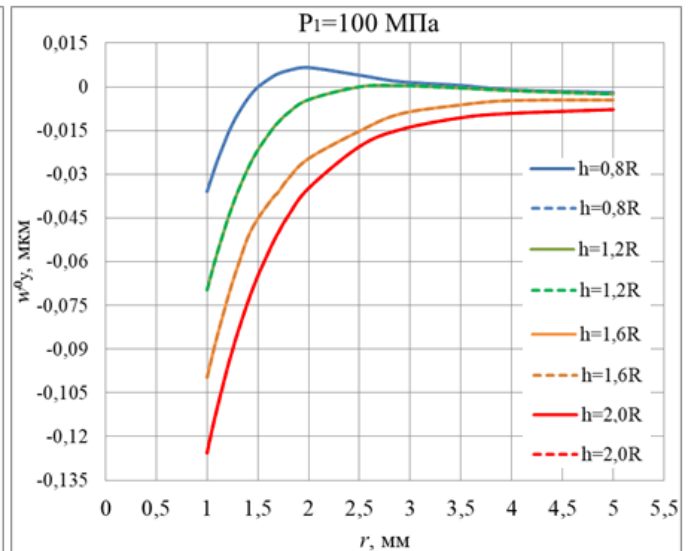


Рис. 1. Расчетная модель пластины с несквозным отверстием

Решение задачи проводилось в упругой и в упругопластической постановках при характерных значениях нагрузки в 0,4 и 0,9 от предела текучести материала пластины. Для сравнения с результатами [1] глубина отверстия принимала значения  $h = 0,8R; 1,2R; 1,6R; 2,0R$ , предел текучести материала задавался равным  $\sigma_Y = 250$  МПа (для упругопластического решения). По результатам расчетов на Рис. 2 построены графики нормальных перемещений  $w^0$  по двум направлениям:  $w_x^0$  (при  $\theta = 0$  - направление приложения нагрузки) (Рис. 2, а, в) и  $w_y^0$  - при  $\theta = \pi / 2$  (Рис. 3, б, г).



а)



б)

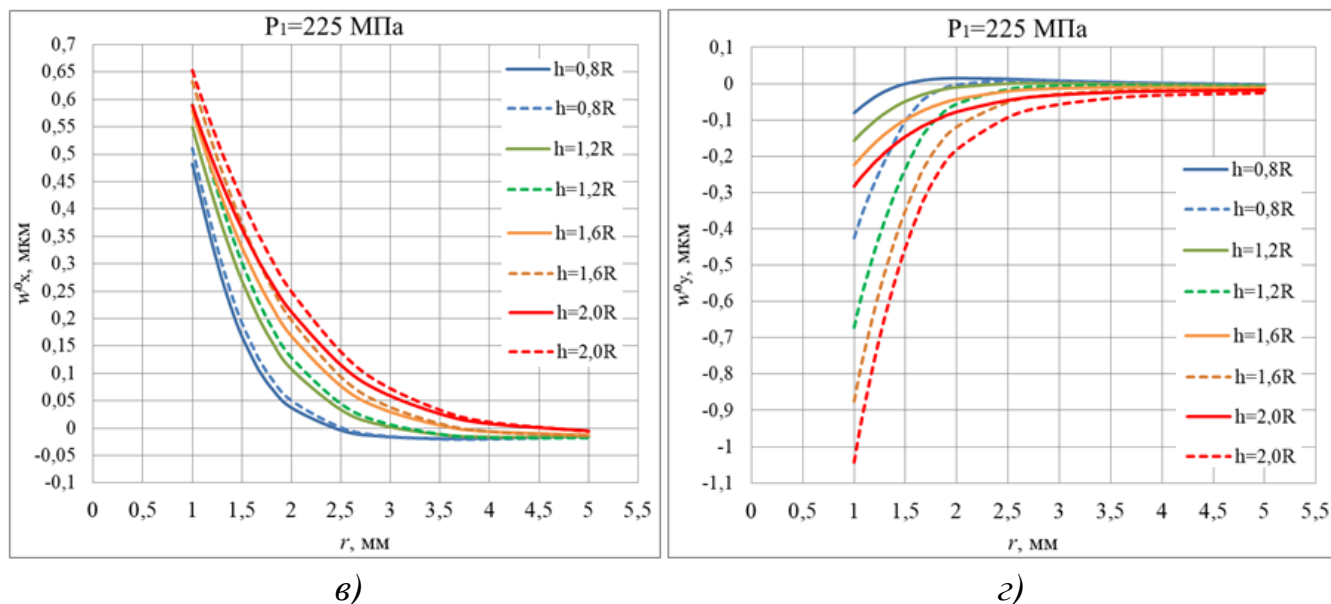


Рис. 2. Зависимость перемещений  $w_x^0$ ,  $w_y^0$  поверхности пластины от расстояния до отверстия при разных нагрузках и глубинах отверстия

На Рис. 2 сплошными и пунктирными линиями показаны результаты из упругого и упругопластического решений соответственно. При внешней нагрузке  $P_1 = 100$  МПа ( $0,4\sigma_y$ ) перемещения  $w^0$  из упругого решения практически совпадают с результатами из упругопластического решения. Это представляется естественным, так как исходный уровень напряжения в 2,5 раза меньше, чем предел текучести. Иной результат получен при внешней нагрузке в 225 МПа, составляющей 90% от предела текучести. Здесь наблюдаются кардинальные отличия для перемещений из упругого и упругопластического решений. В то же время при учете пластического состояния материала в окрестности отверстия перемещения на его краю оказались выше, чем по упругой модели всего на 10% при угле  $\theta = 0$  (Рис. 2, в), что соответствует направлению действия внешней нагрузки. Это означает, что в данном направлении практически не происходит выхода в пластическую область даже при исходном напряжении, близком к пределу текучести. При угле  $\theta = \pi/2$  (Рис. 2, г), соответствующему направлению, перпендикулярному действию нагрузки, картина иная. Здесь перемещения, рассчитанные по упругопластической модели, в несколько раз превосходят перемещения, рассчитанные по упругой модели. Это объясняется тем, что в данном направлении имеет место наивысшая концентрация напряжений и появление пластической зоны. По соотношению между уровнями перемещений в этих двух главных направлениях можно определить направление действующего напряжения при возникновении пластической зоны – это направление, перпендикулярное направлению с наибольшим по модулю значением нормального перемещения. Уровень перемещений на краю отверстия по этому направлению почти не отличается от уровня упругих перемещений. Поэтому в первом приближении расчет действующих (остаточных)

напряжений  $\sigma$  можно производить по уровню перемещений в направлении с минимальным количеством полос по формуле, определяемой из аппроксимации графиков Рис. 2 для упругой модели [III]:

$$\sigma = \left( \frac{A}{h} + B \right) \frac{D_0}{D} \frac{E}{E_{Al}} N, \quad (2)$$

где  $E$  и  $E_{Al} = 70$  ГПа - соответственно, модули упругости исследуемого материала и алюминия,  $h$  и  $D$  – глубина и диаметр отверстия,  $D_0 = 2$  мм – эталонный диаметр отверстия,  $N$  - число полос в выбранном направлении на интерферограмме,  $A=20$  МПа·мм,  $B=25$  МПа - аппроксимирующие константы. В частности, при расчёте по упругой модели для случая, показанного на Рис. 2, в, это приводит к значению действующего напряжения 252 МПа, что на 12% выше истинного значения напряжения.

Из графиков, приведенных на Рис. 2, можно построить зависимость напряжения  $\sigma$  от глубины отверстия  $h$  в виде, аналогичном (2) и для упругопластической модели. В этом случае аппроксимирующие константы, входящие в формулу (2), примут значения:  $A = 11,6$  МПа·мм,  $B = 24,5$  МПа, а откорректированное расчётное значение напряжения практически совпадёт с действующим напряжением.

В **третьей главе** рассмотрено аналитическое исследование осесимметричных упругопластических напряженно-деформированных состояний в кольцевых образцах, подверженных заданным напряжениям в своей плоскости (задача Ламе), либо полученных посадкой с натягом упругого кольца на диск (задача Гадолина). При определенных параметрах нагружения в таких образцах возникают кольцевые пластические области.

В задаче Ламе, предваряющей контактную задачу, рассмотрено кольцо с внутренним радиусом  $R$  и наружным радиусом  $c$  под действием внешнего давления  $q_0$ , действующего в плоскости кольца. При давлении  $q_0 > \sigma_Y / 2$  образуется кольцевая пластическая зона с внутренним радиусом  $R$  и некоторым наружным радиусом  $r_Y$ , находящимся между  $R$  и  $c$ . По способу приложения нагрузки постановка данной задачи отличается от обычно рассматриваемых упругопластических задач с внутренним давлением в кольце, хотя использует известный подход к её решению, заложенный в [III]. Выражения для радиального и окружного напряжений в пластической зоне, удовлетворяющие условию пластичности Губера-Мизеса, представляются через функцию  $\omega = \omega(r)$ :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r^p \\ \sigma_\theta^p \end{Bmatrix} = -2k \sin \left( \omega \mp \frac{\pi}{6} \right), \quad k = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}, \quad (3)$$

которая определяется при подстановке (3) в уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

граничное условие равенства нулю радиальной компоненты напряжения на контуре отверстия и условия непрерывности с упругими напряжениями

$$\begin{cases} \sigma_r^e \\ \sigma_\theta^e \end{cases} = -q_0 + kC_1 \left( 1 \mp \frac{c^2}{r^2} \right),$$

( $C_1$  - некоторая постоянная) на границе  $r = r_Y$  между упругой и пластической областями, где  $\omega = \gamma$ . В результате выводятся уравнения относительно  $r_Y$  и параметра  $\gamma$ :

$$\frac{r_Y^2}{R^2} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cos \gamma} \exp \left[ \sqrt{3} \left( \gamma - \frac{\pi}{6} \right) \right], \quad \sin \gamma - \frac{r_Y^2}{\sqrt{3}c^2} \cos \gamma = \frac{q_0}{\sigma_Y} \quad (4)$$

из которых определяется радиус пластической зоны  $r_Y$ .

В качестве примера рассмотрено решение системы (4) при значениях:  $q_0 = 0,9\sigma_Y$ ,  $R = 1,5$  мм,  $c = 10$  мм. В результате для радиуса пластической зоны получено значение  $r_Y = 4,3$  мм. Данный результат отличается от решения в упругой постановке, по которому при выполнении того же условия пластичности радиус пластической зоны составляет  $r_Y = 3,05$  мм.

В задаче Гадолина рассматривались дисковые образцы, полученные методом посадки с натягом при глубоком охлаждении вкладыша и нагреве наружного кольца. В собранном образце создавалось центральное зондирующее отверстие. Чтобы определить, какое напряженное состояние устанавливается в диске после высверливания зондирующего отверстия, вначале был рассмотрен составной диск, величина монтажного давления  $q_0$  в котором находилась в пределах линейной упругости по формуле [IV]:

$$q_0 = \frac{\delta E}{4c} \left( 1 - \frac{c^2}{b^2} \right), \quad (5)$$

где  $c$  - радиус сопряжения,  $b$  - внешний радиус охватывающего кольца,  $\delta$  - величина диаметрального натяга. Для примера, был рассмотрен составной диск с параметрами:  $c = 10$  мм,  $b = 25$  мм,  $E = 210$  ГПа,  $\sigma_Y = 250$  МПа,  $\delta = 51$  мкм. При этих параметрах в соответствии с (5) создается контактное давление  $q_0 = 0,9\sigma_Y$ . Следовательно, создание в диске центрального отверстия должно привести к образованию вокруг него пластической зоны. Поэтому решение соответствующей задачи рассмотрено в упругопластической постановке, причём вы-

ражения для напряжений в пластической и упругой зонах образовавшегося внутреннего кольца могут быть выписаны по методике решения упругопластической задачи Ламе. Однако, в отличие от задачи Ламе контактное давление будет неизвестной величиной. Для ее нахождения привлекаются выражения не только для напряжений, но и для перемещений в упругой части охватываемого и охватывающего кольца (принимается, что предел текучести материала охватываемого кольца намного выше, чем у материала внутреннего кольца), а также – условие обеспечения заданного натяга на стыке колец. В результате для определения внешнего радиуса пластической зоны получаются выражения, подобные (4), но, несколько более громоздкие, вследствие чего они здесь не выписываются.

В численном примере рассмотрен составной диск с радиусом центрального отверстия  $R = 1,5$  мм,  $c = 10$  мм,  $b = 25$  мм,  $E = 210$  ГПа,  $\delta = 51$  мкм. При этих параметрах значение радиуса пластической зоны получено равным  $r_Y = 3,8$  мм, а контактное давление снизилось до  $q_1 = 0,87\sigma_Y$ . В другом примере, где упругое контактное давление задавалось величиной  $q_0 = 0,45\sigma_Y$ , его снижение при учёте пластичности составило около 2% – до  $q_1 = 0,44\sigma_Y$ .

Наиболее заметные отличия от аналогичных распределений напряжений в упругом решении состоят в поведении окружного напряжения в пластической зоне: начиная от от-

верстия оно не убывает, а несколько нарастает по абсолютной величине до границы пластической зоны, что наглядно показано в виде эпюр на Рис. 3.

Кроме распределения напряжений, на поверхности упругопластического составного кольца определялись деформации и перемещения, прежде всего, - в направлении нормали к поверхности (соответствующие формулы, полученные с привлечением ассоциированного закона текучести, не выписаны в виду их громоздкости).

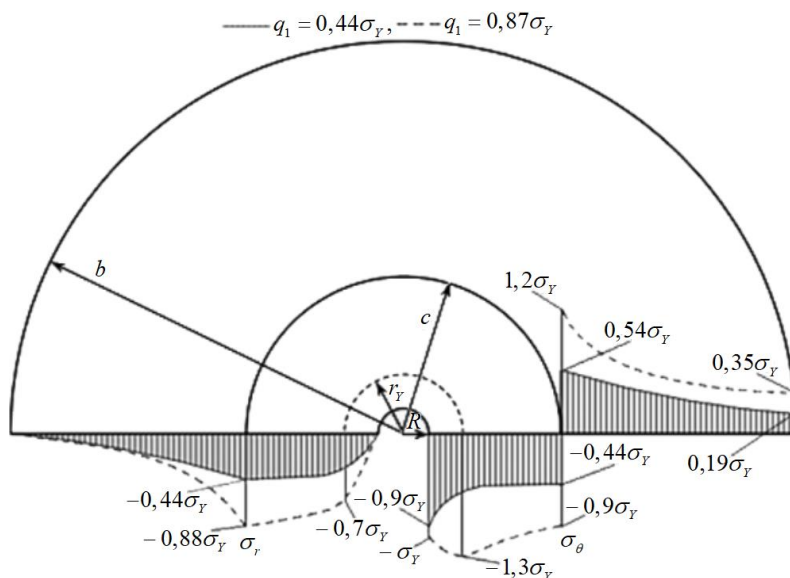


Рис. 3. Эпюры напряжений в составном образце после высверливания в нем центрального отверстия

На Рис.4 приведены сравнительные графики нормальных перемещений для упругопластических колец при:  $q_0 = 0,9\sigma_Y$  - задача Ламе и  $q_1 = 0,87\sigma_Y$  - задача Гадолина. Графики на Рис.4 представлены в безразмерных величинах, где  $\eta = r/c$ . Видно, что перемещения в упругой области постоянны, затем на радиусе упругопластической зоны происходит перелом кривых; с приближением к отверстию перемещения быстро достигают наибольшего значения. Этот перепад обеспечивает возможность диагностирования остаточных (монтажных) напряжений, присутствовавших в диске без отверстия.

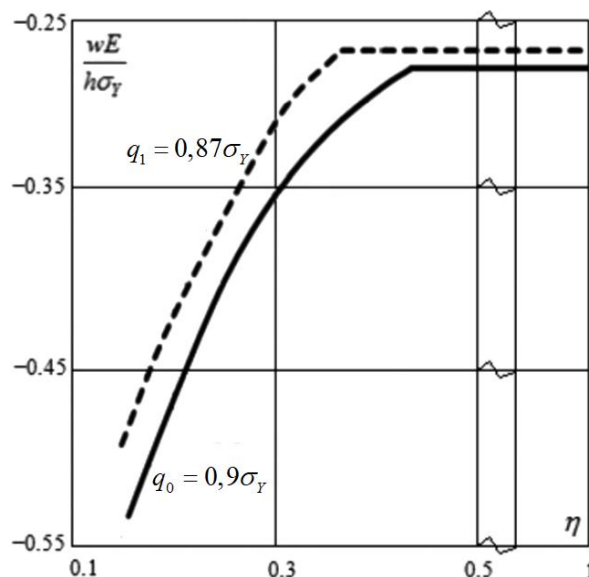


Рис. 4. Графики нормальных перемещений на поверхности упругопластического кольца

В четвертой главе рассмотрен метод решения упругопластических задач, который состоит в аналитическом представлении для напряжений в пластической области и итерационной процедуры численного решения в упругой области при заранее неизвестной границе пластической зоны. Форма упругопластической границы определяется сшивкой решений в упругой и пластической областях по условиям непрерывности напряжений. На каждом шаге итерационной процедуры происходит уточнение положения границы между упругой и пластическими областями.

Данная процедура отработана на решениях модельных задач. Первая из них - упругопластическая задача Ламе для цилиндра с радиусами  $R$  и  $b$ , нагруженного равномерным внешним давлением  $q_0 > \sigma_Y / 2$ . На Рис. 5 показаны этапы итерационной процедуры: *а* - исходная расчетная схема для кольца, нагруженного по внешнему контуру, *б* - промежуточная расчетная схема для упругой задачи в цилиндре, внутренний радиус которого совпадает с внешним радиусом пластической зоны ( $r_1 = r_Y$ ), найденным на предыдущем шаге решения (граница этой зоны показана штриховой линией на Рис. 5, а). Давление, приложенное по этой границе, задается равным радиальной

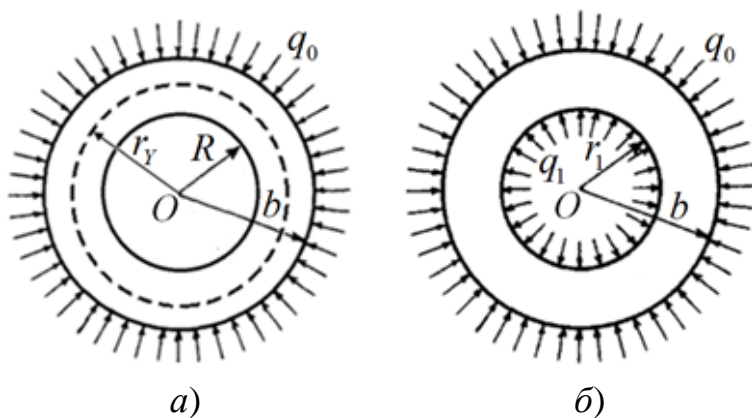


Рис. 5. Расчетные схемы по этапам итерационной процедуры решения упругопластической задачи Ламе

компоненте напряжений в пластической зоне ( $q_1 = \sigma_r^p$ ).

Для радиальной и окружной компонент напряжений в упругой области имеют место выражения:

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{matrix} \right\} = \pm \frac{A}{r^2} + B, \quad A = \frac{(q_0 - q_1)r_1^2 b^2}{b^2 - r_1^2}, \quad B = \frac{q_1 r_1^2 - q_0 b^2}{b^2 - r_1^2} \quad (6)$$

Здесь:  $r$  - радиальная координата; в исходном приближении:  $r_1 = R$ ,  $q_1 = 0$ . Вычислив с помощью выражений (6) эквивалентное напряжение  $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta}$  и приравняв его пределу текучести  $\sigma_Y$ , получим приближённое выражение для радиуса ( $r_Y$ ) пластической зоны:

$$r_Y^4 = 3A^2 / (\sigma_Y^2 - B^2) \quad (7)$$

Во второй итерации рассматривается упругое кольцо с внутренней границей, проходящей по окружности радиуса  $r_1$ , вдоль которой задаётся давление  $q_1$ , равное радиальной компоненте напряжений в пластической зоне:  $\sigma_r^p$ . Выражения для радиальной и окружной компонент напряжений в пластической зоне:

$$\sigma_r^p = -\frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}} \sigma_Y, \quad \sigma_\theta^p = -\left( \frac{\sin \psi}{\sqrt{3}} + \cos \psi \right) \sigma_Y, \quad r = R \frac{\sqrt[4]{3} \exp(\psi \sqrt{3} / 2)}{\sqrt{2} \sqrt{\sin(\pi / 3 - \psi)}}$$

Здесь  $\psi = \psi(r)$  - функция радиальной координаты, зависящая от  $r$  неявным образом. По значению  $r = r_Y$  находится  $\psi = \psi_Y$  и далее - давление  $q_1$ . Затем, по найденным значениям  $q_1$  и  $r_1 = r_Y$ , используя формулу (7), определяется второе приближение для радиуса внешней границы пластической зоны. Последующие приближения выполняются подобно описанному. Расчёт, проведенный для параметров:  $q_0 = 0,9\sigma_Y$ ,  $R = 1,5$  мм,  $b = 10$  мм показал, что, начиная с

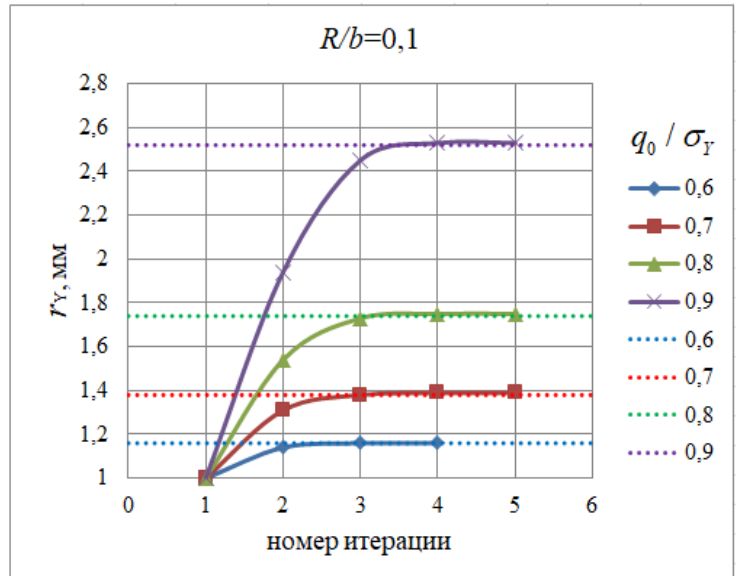


Рис. 6. Графики сходимости итерационных значений радиусов пластической зоны (сплошные линии) к точным значениям (пунктирные линии) при разных величинах нагрузки

4-й итерации, значения радиуса пластической зоны стабилизируются в окрестности  $r_Y = 4,3$  мм, что в точности равно значению радиуса пластической зоны, полученному при тех же параметрах в гл. 3 из аналитического решения упругопластической задачи Ламе.

Сходимость итерационной процедуры проверялась и при других параметрах расчётной модели. В качестве иллюстрации на рис. 6 в виде графиков представлены расчётные значения радиуса пластической зоны в зависимости от номера итерации (сплошные линии) в сравнении с их значениями из аналитического решения (пунктирные линии) при отношении внутреннего к наружному радиусов кольца равном 0,1. Подобная сходимость отмечена и при других отношениях радиусов кольца и величин приложенной нагрузки.

Второй тестовой задачей послужила задача Л.А. Галина о двухосном растяжении пластины с отверстием при условии полного охвата отверстия пластической зоной. Сходимость результатов итерационной полуаналитической процедуры по сближению границы упругопластической зоны показана в сопоставлении с аналитическим решением этой задачи [III]. На Рис. 7 схематически изображены этапы итерационной

процедуры: *а* - исходная расчетная модель, *б* - промежуточная расчетная модель для упругой задачи. Используя критерий текучести Губера-Мизеса:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = 4k^2$$

, где  $k$  - половина от предела текучести  $\sigma_Y$ , с учетом упругого аналитического решения

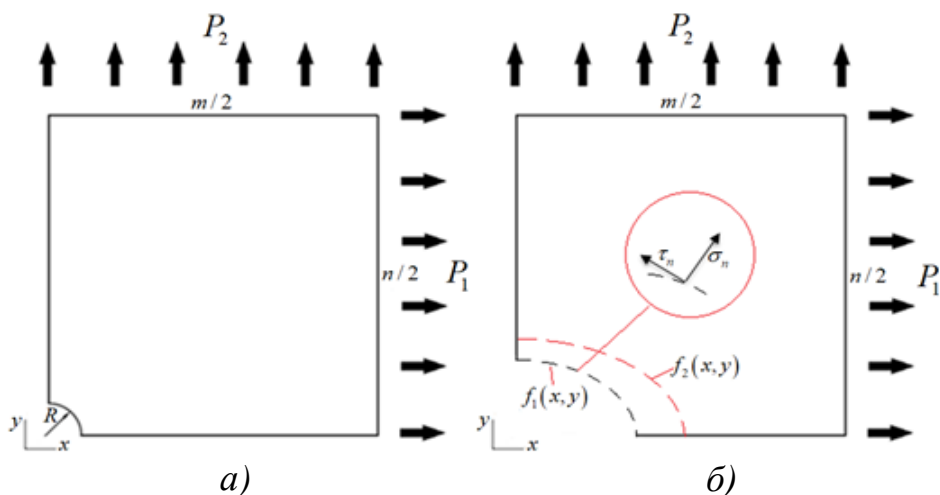


Рис. 7. Расчётная модель для упругой части пластины: *а* – исходное состояние, *б* – состояние с промежуточным положением границы

данной задачи для напряжений в полярных координатах, можно найти уравнение для определения границы зоны пластичности в первом приближении при условии полного охвата отверстия пластической зоной. Схематично, граница пластической зоны в первом приближении показана в виде кривой  $f_1(x, y)$  (Рис. 7, б). Последующие приближения решения упругопластической задачи Галина в упругой области строились численно. При этом для напряжений в пластической зоне, использовались аналитические представления [V]:

$$\sigma_r^p = 2k \ln(r / R), \quad \sigma_\theta^p = 2k [1 + \ln(r / R)], \quad \tau_{r\theta}^p = 0$$



Для сравнения с точным решением рассмотрен расчётный пример, также приведенный в [V], для параметров:  $R = 1$  мм,  $P_1 = 3k$ ,  $P_2 = 2,4k$ ,  $\sigma_Y = 250$  МПа,  $E = 210$  ГПа,  $\nu = 0,3$ . Здесь, также, как и в задаче Ламе получено постепенное сближение положения приближённой границы пластической зоны с точной границей (на четвертой итерации наблюдается практически полное совпадение). Это иллюстрирует Рис.8, где граница зоны пластичности показана сплошной зелёной линией.

Третьей тестовой задачей была задача Кирша об одноосном растяжении пластины с отверстием радиуса  $R$  и внешней растягивающей нагрузкой  $P_1$ . Для данной задачи был использован критерий текучести при плоском

напряженном состоянии  $(\sigma_r - 2k)(\sigma_\theta - 2k) + \tau_{r\theta}^2 = 0$ . Из упругого решения задачи Кирша также можно аналитически определить границу пластичности в первом приближении итерационной процедуры. Для напряжений в пластической зоне, использовались аналитические представления как в задаче Галина. Выполнение итерационной процедуры проводилось для параметров:  $R = 1$  мм,  $P_1 = 2\sigma_Y / 5$ ,  $\sigma_Y = 250$  МПа,  $E = 210$  ГПа,  $\nu = 0,3$ . Получены результаты по сближению приближённой границы пластической зоны к положению, найденному из численного решения упругопластической задачи Кирша. Здесь также, уже на четвертой итерации наблюдается практически полное совпадение этих границ.

В пятой главе рассмотрена подготовка и проведение экспериментов по проверке и использованию упругопластической модели в методе отверстия. В качестве экспериментальных были сконструированы и изготовлены с помощью

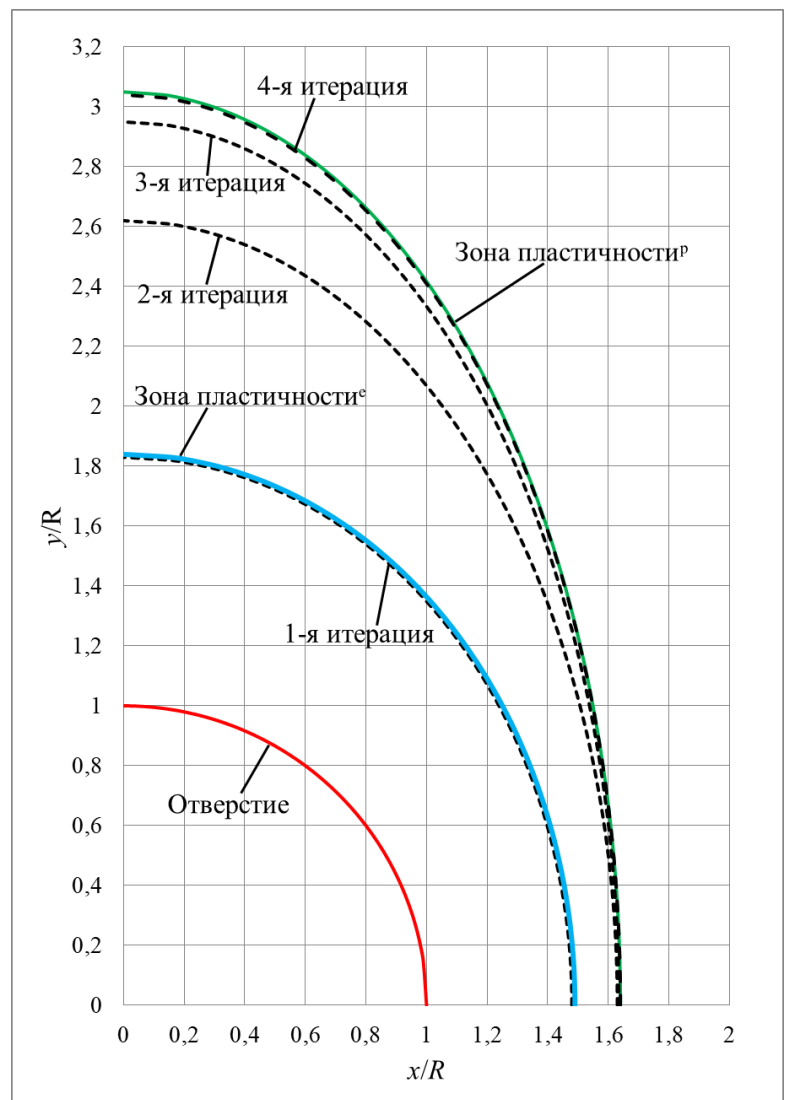


Рис. 8. Результаты расчетов по определению границ зон пластичности для задачи Галина по точному и полуаналитическому итерационному решениям

температурной посадки дисковые образцы с заданными уровнями и распределением остаточных напряжений. Особенностью этих образцов было расчётное обеспечение предельного натяга, при котором создаваемое контактное давление достигало предела текучести вкладыша.

Для изготовления вкладыша с диаметром 65 мм была использована сталь 20 с пределом текучести 250 МПа, а для охватывающего кольца (втулки) с внешним диаметром 130 мм - закалённая сталь 45 с пределом текучести не менее 900 МПа. Толщина образца – 8 мм. Диаметральный натяг был задан величиной  $0,254 \pm 0,008$  мм. Такой натяг обеспечивает контактное давление в  $300 \pm 10$  МПа. Однако, предел текучести материала вкладыша был меньше этого значения. Поэтому внутри вала было создано осесимметричное пластическое напряженное состояние (материал вкладыша считался идеально упругопластическим).

Сборка образца осуществлялась свободной установкой вкладыша во втулку при одновременном нагреве втулки до температуры  $+230^\circ\text{C}$  и охлаждении вкладыша жидким азотом до температуры  $-196^\circ\text{C}$ . После охлаждения собранного образца распределение радиального и окружного напряжений в нём представлено на Рис. 9 (красные линии - упругий расчёт, зелёные - упругопластический расчёт).

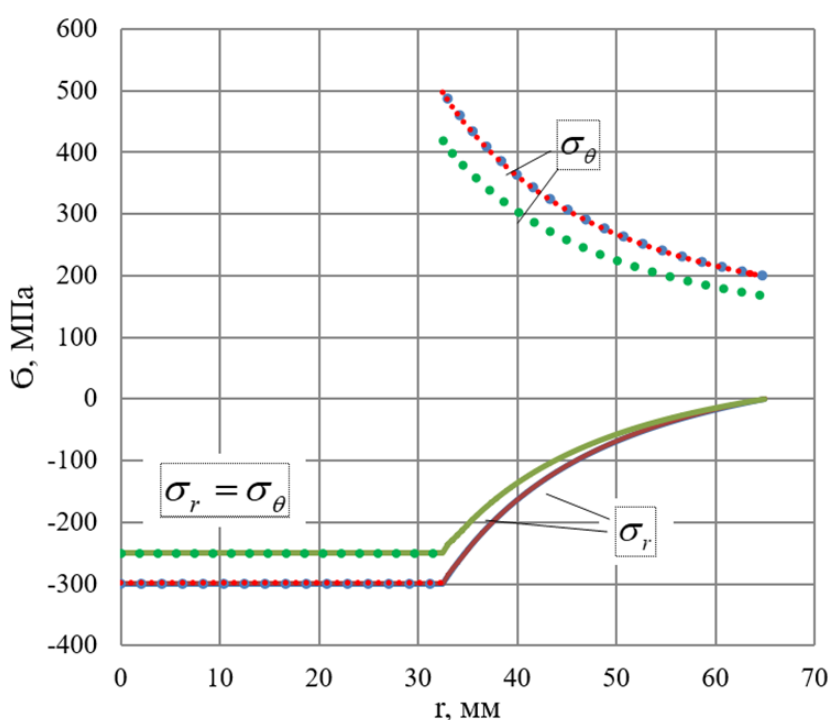


Рис.9. Распределение окружных и радиальных напряжений по радиусу составного образца (красные линии - упругий расчёт, зелёные - упругопластический расчёт)

Зондирующие отверстия в собранном образце создавались как во вкладыше, так и во втулке. На Рис. 10 представлены типичные интерферограммы, полученные после сверления отверстий диаметром 4 мм и глубиной 2 мм в точках, удаленных на 7 мм от границы контакта. Из рисунка видно, что формы полос на Рис. 10, а указывают на осесимметричное напряженное состояние, а на Рис. 10, б - на двухосное, - с неравными значениями напряжений по радиальной и окружной координатам.

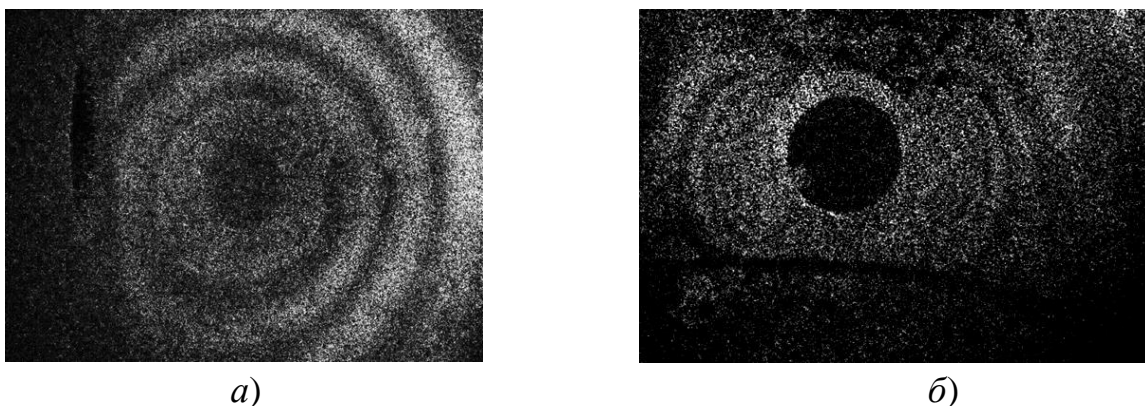


Рис. 10. – Спекл-интерферограммы для вкладыша (а) и кольца (б)

По спекл-интерферограммам, представляющим линии уровня перемещений поверхности образца в окрестности зондирующего отверстия, в соответствии с алгоритмом, описанном в Гл.2, определялись напряжения при выбранных диаметре и глубине отверстия, материале образца и числе полос. В зоне пластичности (Рис. 10, а) значение сжимающих напряжений, рассчитанных по числу полос из упругой модели, оказались равными - 300 МПа, что выше «заложенных» в образец на 20%. С подкорректированными аппроксимирующими константами это значение снизилось до 263 МПа. Для упругой зоны образца (Рис. 10, б) получено значение окружного напряжения 300 МПа, радиального напряжения -170 МПа, что близко к запроектированным значениям напряжений на данном расстоянии от линии стыка.

Влияние сжимающих напряжений в сочетании с пластичностью было использовано для залечивания внутренних дефектов в материале. Для оценки эффективности такого залечивания были рассмотрены две модели. Первая из них – это цилиндр с внутренней кольцевой полостью, находящийся под действием внешнего давления  $P$ . Схематично сечение цилиндра показано на Рис. 11, где  $R$  - радиус цилиндра,  $r$  - радиус ближайшей к оси цилиндра стороны полости,  $c$  - высота цилиндра,  $d$  - высота кольцевой полости,  $f$  - ширина кольцевой полости,  $a$  - ось цилиндра,  $m$  и  $n$  - вертикальные стороны кольцевой полости.

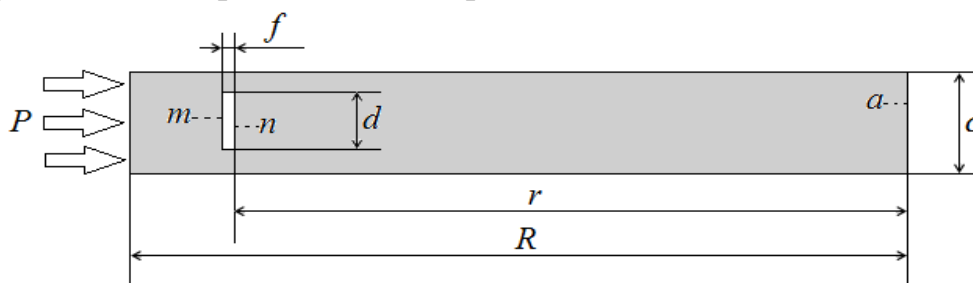


Рис. 11. Сечение цилиндра с кольцевой полостью

Решение задачи проводилось в ANSYS Workbench и рассматривалось как в упругой, так и в упругопластической постановке при следующих параметрах модели. Для параметров было задано:  $E = 210$  ГПа,  $\nu = 0,3$ ,  $\sigma_Y = 250$  МПа,  $R = 10$

мм,  $r = 9$  мм,  $c = 1$  мм,  $d = 0,2$  мм,  $f = 0,01$  мм.

Оценка степени залечивания дефекта, образованного полостью, получена посредством анализа зависимости радиальных перемещений  $U_r$ , вертикальных сторон  $m$  и  $n$  от величины внешнего давления  $P$ . Результаты расчета показывают, что увеличение внешнего давления  $P$  ведет к сближению сторон  $m$  и  $n$  кольцевой полости. Видно, что незначительное увеличение давления до предела текучести приводит к кардинальному сближению этих сторон. Максимальное сближение сторон полости наблюдается в её средней части. Соприкосновение сторон  $m$  и  $n$  полости возникает при уровне давления  $P = 250$  МПа, равном пределу текучести материала. При этом длина области  $s$  (высота области полного соприкосновения сторон  $m$  и  $n$ ) составляет 42,7 % от высоты полости  $d$ , а заполнение полости происходит на 88,3 %. Увеличение давления до  $P = 260$  МПа приводит к возрастанию области контакта до 68,8 % от исходной высоты полости, а ее заполнение достигает 96,6 %. При этом в области полного контакта возникают сжимающие напряжения с максимальным значением в 50 % от исходного давления.

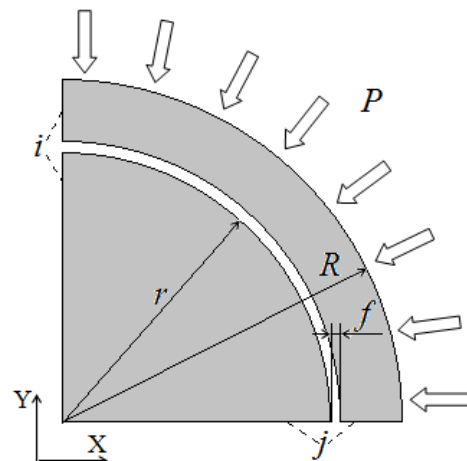


Рис. 12. Модель цилиндра с кольцевой вырезкой

Также отмечено, что при рассмотрении задачи в упругой постановке смыкание сторон кольцевой полости не происходит даже при высоких значениях давления.

Следующий пример залечивания сжимающими напряжениями пустотного дефекта рассмотрен на модели цилиндра со сквозной кольцевой вырезкой шириной  $f$ , находящегося под действием внешнего давления  $P$ . Ввиду наличия сквозной вырезки расчетная модель состоит из внутреннего цилиндра радиуса  $r$  и внешнего кольца с наружным радиусом  $R$ . Решение задачи получено для плоского напряженного состояния расчетной модели, показанной на Рис. 12.

Решение, как и в первом примере, выполнялось в упругой и в упругопластической постановках при следующих геометрических параметрах модели:  $R = 10$  мм,  $r = 9$  мм,  $f = 0,01$  мм. По результатам численного решения установлено, что нулевое расстояние между внутренним цилиндром и внешним кольцом обеспечивается при давлении  $P = 25$  МПа, составляющем 10 % от предела текучести материала  $\sigma_y$ . Величина контактного давления  $p_c$  в этом случае составляет приблизительно 1,7 % от внешнего давления. При  $P = \sigma_y$ , контактное давление возрастает в 55 раз, что составляет приблизительно 90 % от внешнего давления. В этой задаче различие результатов решения упругой и упругопластической задач незначительно. Для  $P < 100$  МПа расхождение по

значениям контактного давления  $p_c$  не превышает 1,2 %. При более высоких значениях внешнего давления  $P$  максимальное отличие для контактного давления  $p_c$  не превышает 6 %. Это объясняется тем, что в модели сквозного дефекта соединение его поверхностей достигается уже при напряжениях, составляющих малую долю от предела текучести, в то время как контакт сторон несквозного внутреннего пустотного дефекта обеспечивается при напряжениях, равных пределу текучести с учетом пластических свойств материала.

В заключении сформулированы **основные результаты** диссертационной работы.

### **Основные результаты**

Целью проведенного исследования являлось расширение области применимости метода зондирующего отверстия для диагностики остаточных напряжений на диапазон высоких остаточных напряжений с учетом эффекта пластичности, а также разработка итерационного метода решения упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы.

К основным результатам работы относятся:

1. Отработка на модельных задачах Кирша в двумерной и трехмерной постановках численной процедуры решения трехмерной задачи о сквозном и несквозном отверстиях в упругой пластине с напряжениями применительно к спекл-интерферометрическим измерениям;
2. Разработка метода диагностики остаточных напряжений с применением метода несквозного отверстия, учитывающая пластическое состояние материала, вызванное концентрацией напряжений в его окрестности. Определение погрешностей упругого решения при диагностике остаточных напряжений по нормальным перемещениям в окрестности зондирующего отверстия. Корректировка известных соотношений для определения напряжений по числу интерференционных полос – линий уровня перемещений поверхности тела с учетом пластического состояния его материала;
3. Теоретическое моделирование осесимметричных остаточных напряжений с учетом эффекта пластичности на задачах Ламе и Гадолина;
4. Разработка итерационной процедуры решения упругопластических задач с уточняемым положением упругопластической границы. Отработка итерационной процедуры на решениях плоских задач Ламе, Галина и Кирша;
5. Проведение экспериментальных исследований в цилиндрических образцах по диагностике напряжений с учетом эффекта пластичности в окрестности зондирующего отверстия и их сопоставление с результатами численного решения упругопластических задач;

6. Проведение численных экспериментов, показывающих возможность заживления внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов.

Автор благодарен коллективу лаборатории механики прочности и разрушения материалов и конструкций ИПМех РАН, в особенности, д.ф.-м.н. С.Е. Александрову и д.ф.-м.н. М.Н. Перельмутеру за плодотворные обсуждения и значимую консультативную помощь, к.ф.-м.н. В.М. Козинцеву и Д.А. Челюбееву за предоставление данных экспериментальных измерений по теме диссертации. Отдельно хотелось бы выразить благодарность А.Л. Левитину за наставничество и обучение численным экспериментам.

### Публикации автора по теме диссертации

1. **Попов А.Л., Челюбеев Д.А., Бухалов В.И.** Задача Гадолина в упруго-пластической постановке // ПММ. - 2018. - т. 82, № 6. - с. 804-812.
2. **Bukhalov V.I., Popov A.L., Chelyubeev D.A., Gadolin's Theory in Elastoplastic Formulation. Mechanics of Solids.** - 2019. - v. 54, № 2. - pp. 356-363.
3. **Бухалов В.И., Перельмутер М.Н., Попов А.Л., Залечивание внутренних дефектов в поле сжимающих напряжений с использованием пластических свойств материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика.** - 2021. - № 2. - 36-43.
4. **Bukhalov V.I., Popov A.L., Verification of the iterative procedure for solving the elastoplastic Kirsch problem on the Lamé problem. Journal of Physics: Conference Series (1614).** - 2020. - pp. 1-6.
5. **Bukhalov V.I., Verifying the Movable Elastoplastic Boundary Method by Using Galin's Problem. Journal of Physics: Conference Series (2095) 1.** - 2021. - 012087. - pp. 1-9.
6. **Бухалов В.И., Попов А.Л.** Разработка методики решения обратных задач осесимметричного упругопластического деформирования диска с отверстием // Международная молодежная научная конференция «XLIII ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ». Сборник тезисов докладов «Механика и моделирование материалов и технологий». - 2017. - с. 15-16.
7. **Бухалов В.И., Попов А.Л.** Расчет упругопластической посадки колец // Международная молодежная научная конференция «XLIV ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ». Сборник трудов секции «Механика и моделирование материалов и технологий». - 2018. - с. 27.
8. **Александров С.Е., Бухалов В.И., Попов А.Л.** Итерационное решение упругопластической задачи Ламе // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сб. Тр. Уфа: РИЦ БашГУ. - 2019. - с. 197.

9. **Бухалов В.И.**, Попов А.Л. Разработка итерационной процедуры решения задачи Кирша в упругопластической постановке // Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Сб. Тр. Воронеж: Науч.-исслед. публ. - 2020. - с. 1277-1282.
10. Перельмутер М.Н., Попов А.Л., Челюбеев Д.А., **Бухалов В.И.** Анализ эффективности залечивания дефектов при их заполнении различными материалами // Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Сб. Тр. Воронеж: Науч.-исслед. публ. - 2020. - с. 1492-1496.
11. **Бухалов В.И.**, Попов А.Л., К вопросу о сходимости итерационной процедуры решения упругопластической задачи Ламе // Международная молодежная научная конференция «XLVI ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ». Сборник трудов секции «Механика и моделирование материалов и технологий». - 2020. - с. 14-17.
12. Перельмутер М.Н., **Бухалов В.И.**, Анализ концентрации напряжений при капсульном самозалечивании материалов // 5-я Международная научно-техническая конференция в дистанционном формате «Живучесть и конструкционное материаловедение (ЖивКом – 2020)». Сб. тр. конф. М.: ИМАШ. - 2020. - с. 57-60.
13. Автаев В.В., **Бухалов В.И.**, Козинцев В.М., Медведев, Попов А.Л., Челюбеев Д.А., Яковлев Н.О. Исследование распределения внутренних напряжений в соединении с натягом // XIV Всероссийская конференция по испытаниям и исследованиям свойств материалов «ТестМат». М.: НИЦ «Курчатовский институт» - ВИАМ. - 2022. - с. 363 - 378.

### Цитированная литература

- I. Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М., Пономарев И.И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. М.: Наука, Физматлит. - 1996. - 240 с.
- II. Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М. Полезные и опасные остаточные напряжения // Природа - 2002. - №10. - с. 17–24.
- III. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. М.: ИЛ. - 1954. - 648 с.
- IV. Гадолин А.В. Теория орудий, скреплённых обручами // Артилл. ж. - 1861. - №12. - с. 1033–1071.
- V. Галин Л.А. Плоская упруго-пластическая задача // ПИММ. - 1946. - т.10. Вып. 3. - с. 367-378.