

ты около 12 атмос-  
шает силу удара

тся при расчете

рубках такого же  
ждый метр поте-  
о 13,75 атмосфер,

исботруб, как-то:  
дности (в 5 раз  
ке отнести хоро-

бах. Полученные  
чулой Блязиуса,

при наличии сое-  
лического удара  
собой упругие  
даты.

быстром затуха-  
от 6 до 8 волн  
ления совпадала

ность основных  
учете влияния

ударной волны,  
ных диаметров,  
при этом сохра-  
та  $E_k$ .

одить значение  
щегося модуля

ческой лабора-  
ему непосред-

940)

Уч. закл. МГУ. 1940,  
В. Уб. Механика

## ГИПОТЕЗА ПРОЧНОСТИ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ

А. Ю. Ишлинский

Расчет частей машин и сооружений на прочность требует знания тех соотношений между компонентами тензора напряжений, при осуществлении которых начинается разрушение или, по меньшей мере, потеря упругости в данном материале. Математическое выражение этих соотношений приводят различные «гипотезы прочности», основанные на тех или иных допущениях об основном факторе, определяющем начало разрушения или начало появления текучести. При этом материалы, находящие себе применение в технике, делят на класс хрупких и класс пластических материалов. Первые нередко удовлетворительно упруги при деформировании вплоть до разрушения и часто обладают разными временными сопротивлениями при простом растяжении и при простом сжатии. Вторые, напротив, имеют обычно одинаковые временные сопротивления при испытании на растяжение и на сжатие, но перестают подчиняться закону Гука еще задолго до разрушения, обнаруживая свойства текучести, т. е. большого деформирования без заметного увеличения усилий, действующих на материал. Напряжения, соответствующие появлению текучести, называемые в дальнейшем пределами текучести, оказываются для большинства материалов одинаковыми как при испытании на растяжение, так и при испытании на сжатие. Было построено несколько гипотез прочности хрупких тел. Наиболее удовлетворительной из них, по видимому, является гипотеза Мора, предложенная им в 1894 году. Что же касается гипотез прочности пластических тел, то здесь следует упомянуть три гипотезы, которыми пользуются в практических расчетах.

Во-первых, гипотеза Сен-Венана, которая принимает за фактор, определяющий начало текучести максимальное удлинение — сжатие материала.

Если обозначить через  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  главные напряжения в данном элементе материала, а через  $\nu$  — коэффициент Пуассона и  $\sigma_s$  — напряжение, соответствующее пределу текучести при простом растяжении — сжатии, то эта гипотеза приводит к следующим условиям:

$$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_s, \quad |\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)| < \sigma_s,$$

выполнение которых необходимо, чтобы явление текучести в данном элементе материала не наступило.

Здесь, как и в дальнейшем, принято  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ .

Вторая гипотеза, высказанная уже Кулоном, за фактор, определяющий начало текучести, принимает максимальное касательное напряжение, действующее по одной из площадок, проходящей через данную точку материала.

Эта гипотеза приводит к условию:

$$\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_s.$$

при выполнении которого текучесть в данном месте материала не наступает.

Наконец, третья гипотеза, предложенная в разное время Губером, Мизесом и Генки, принимает за фактор, определяющий начало текучести, величину энергии, накопленной внутри единицы объема, за вычетом той части энергии, которая относится к равномерному всестороннему растяжению — сжатию элемента напряжением, равным одной трети суммы главных напряжений. Эта гипотеза приводит к условию:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} < \sigma_s \sqrt{2},$$

при выполнении которого текучесть в данном элементе материала места не имеет.

Перечисленные гипотезы прочности имеют ряд недостатков. Так, гипотеза Сен-Венана дает преувеличенную оценку прочности при плоском двустороннем растяжении — сжатии ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ,  $\sigma_3 = 0$ ) и, кроме того, допускает разрушение материала при всестороннем сжатии, что не согласуется с экспериментом.

Гипотеза Кулона не учитывает влияние среднего напряжения  $\sigma_2$  на условие отсутствия текучести, что не согласуется с экспериментом и, кроме того, дает преуменьшенную оценку прочности при чистом сдвиге.

Третья гипотеза, которую мы в дальнейшем будем именовать гипотезой Губера-Мизеса, наиболее согласная с экспериментом, имеет скалярный характер, так как не указывает основного направления текучести и затрудняет, тем самым, ее применение к изучению пластического равновесия, что весьма успешно было проделано рядом авторов для плоского напряженного состояния, при использовании гипотезы Кулона для написания условия пластичности. Кроме того, и гипотеза Кулона и гипотеза Губера-Мизеса дают отрицательный ответ на возможность разрушения материала при всестороннем растяжении, что, по видимому, также не согласуется с экспериментом. Этим недостатком обладает и излагаемая ниже гипотеза, которая в известном смысле сочетает идеи гипотез Губера-Мизеса и Сен-Венана.

Пусть  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  — главные компоненты тензора деформаций, т. е. удлинения в главных направлениях. Обозначим через  $\theta$  треть сумми этих удлинений. Тогда величины:

$$\gamma_1 = \epsilon_1 - \theta, \quad \gamma_2 = \epsilon_2 - \theta \quad \text{и} \quad \gamma_3 = \epsilon_3 - \theta$$

будут характеризовать формоизменение элемента материала, ибо вследствие соотношения:

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 0$$

они будут игнорировать изменение величин  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  на одну и ту же величину. Эти величины  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  и принимаются за факторы, определяющие начало текучести.

Именно, чтобы явление текучести места не имело, необходимо выполнение неравенств:

$$|\gamma_1| < \gamma_s, \quad |\gamma_2| < \gamma_s \quad \text{и} \quad |\gamma_3| < \gamma_s,$$

где  $\gamma_s$  — характерная для данного материала величина, определяемая на основании эксперимента простого растяжения или сжатия материала.

Нетрудно подсчитать значение величин  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ . Имеем, согласно закону Гука:

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E},$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)}{E},$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)}{E}$$

и, следовательно,

$$\theta = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} = \frac{1-2\nu}{3E} \Theta,$$

где  $\Theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ .

Таким образом,

$$\gamma_1 = \epsilon_1 - \theta = \frac{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E} = \frac{(1-2\nu)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3E} = \frac{1+\nu}{E} \left( \frac{2}{3}\sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_2 - \frac{1}{3}\sigma_3 \right).$$

Аналогично выражаются величины  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ .

Обозначая через  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  величины, получающиеся из величин  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  умножением последних на постоянный множитель  $\frac{E}{1+\nu}$ , имеем:

$$S_1 = \frac{E}{1+\nu} \gamma_1 = \frac{2}{3}\sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_2 - \frac{1}{3}\sigma_3 = \sigma_1 - \frac{1}{3}\Theta$$

или, окончательно:

$$S_1 = \sigma_1 - \frac{1}{3}\Theta,$$

$$S_2 = \sigma_2 - \frac{1}{3}\Theta,$$

$$S_3 = \sigma_3 - \frac{1}{3}\Theta.$$

Величины  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  имеют размерность напряжений и соответствуют тем частям главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ , которые обуславливают одно лишь формоизменение элемента материала. Заметим, что:

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0.$$

В дальнейшем мы дадим механическую интерпретацию этим величинам. Полагая

$$S_s = \frac{E}{1+\nu} \gamma_s,$$

можно получить условия отсутствия текучести в форме неравенств, которым должны подчиняться величины  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ , именно:

$$|S_1| < S_s, \quad |S_2| < S_s, \quad |S_3| < S_s.$$

Нетрудно найти соотношение, связывающее значение  $S_s$  со значением предела текучести  $\sigma_s$  для данного материала. Для этой цели подсчитаем значения величин  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  при простом растяжении. Имеем в этом случае:

$$\sigma_1 = \sigma, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = 0, \quad \Theta = \sigma$$

и, следовательно,

$$S_1 = \frac{2}{3}\sigma, \quad S_2 = -\frac{1}{3}\sigma \quad \text{и} \quad S_3 = -\frac{1}{3}\sigma.$$

Наибольшим абсолютным значением обладает величина  $S_1$ , следовательно, она должна достигать значения  $S_s$ , когда напряжение растяжения  $\sigma$  достигает значения  $\sigma_s$ .

Таким образом,

$$S_s = \frac{2}{3}\sigma_s.$$

Проиллюстрируем теперь эту гипотезу прочности на построении расчетных формул для нескольких, часто встречающихся типов напряженного состояния, и сравним результаты, получающиеся из этой гипотезы с результатами, получающимися при применении гипотез Губер-Мизеса и Кулона, ибо эти гипотезы считаются в настоящий момент наиболее согласующимися с данными эксперимента.

Пусть имеет место чистый сдвиг. Касательное напряжение, соответствующее чистому сдвигу, обозначим через  $\tau_{max}$ .

Имеем в этом случае, как известно:

$$\sigma_1 = \tau_{max}, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -\tau_{max}$$

и, следовательно,

$$\Theta = 0, \quad S_1 = \tau_{max}, \quad S_2 = 0, \quad S_3 = -\tau_{max}.$$

Условие отсутствия текучести примет, таким образом, вид:

$$S_1 = \tau_{max} < \frac{2}{3} \sigma_1 = 0,667 \sigma_1.$$

Отсюда следует, например, что при одном и том же запасе прочности допускаемое напряжение при кручении  $R_{кр}$  должно составлять две трети допускаемого напряжения при растяжении  $R_z$ . Гипотеза Кулона дает для этого случая соотношение:

$$R_{кр} = 0,5 R_z,$$

а гипотеза Губера-Мизеса:

$$R_{кр} = \frac{\sqrt{3}}{3} R_z = 0,577 R_z.$$

На практике нередко доводят величину допускаемого напряжения при кручении до 0,75 и 0,8  $R_z$ , согласно же нашей гипотезе  $R_{кр} = 0,667 R_z$ .

Рассмотрим далее случай совместного действия крутящего и изгибающего моментов:  $M_{кр}$  и  $M_{из}$  на круглый вал. Для этого случая, как известно:

$$\sigma_1 = \frac{M_{из} + \sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}}{2W}, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = \frac{M_{из} - \sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}}{2W},$$

где  $W$  — экваториальный момент сопротивления вала.

Таким образом, имеем:

$$\Theta = \frac{M_{из}}{W}, \quad S_1 = \frac{M_{из} + 3\sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}}{6W}, \quad S_2 = -\frac{M_{из}}{3W}, \quad S_3 = \frac{M_{из} - 3\sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}}{6W},$$

и наибольшей по абсолютному значению является величина  $S_1$ . Условие отсутствия текучести имеет, следовательно, вид:

$$\frac{M_{из} + 3\sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}}{6W} < \frac{2}{3} \sigma_b$$

или

$$\frac{M}{W} < \sigma_b,$$

где  $M = \frac{1}{4} M_{из} + \frac{3}{4} \sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2}$  — приведенный момент.

Как известно, гипотеза прочности Кулона для приведенного момента дает формулу:

$$M = \sqrt{M_{из}^2 + M_{кр}^2},$$

а гипотеза Губера-Мизеса — формулу:

$$M = \sqrt{M_{из}^2 + \frac{3}{4} M_{кр}^2}.$$

Нетрудно показать, что приведенные моменты, подсчитанные согласно этим гипотезам прочности, всегда больше, нежели подсчитанные согласно нашей гипотезе, если только  $M_{кр} \neq 0$ .

Следовательно, при расчете вала на прочность по нашей гипотезе получится меньшее значение диаметра, чем по гипотезам Кулона и Губера-Мизеса.

Заметим, что формула для приведенного момента, следующая из гипотезы прочности Сен-Венана, имеет вид:

$$M = \frac{1-\nu}{2} M_{\text{из}} + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{M_{\text{из}}^2 + M_{\text{кр}}^2},$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Этой формулой, несмотря на ее устарелость, нередко пользуются до сих пор. При коэффициенте Пуассона  $\nu$ , равном половине, формула приведенного момента по Сен-Венану совпадает с нашей. Это объясняется тем обстоятельством, что наша гипотеза прочности строилась на учете деформации элементов материала, относящихся к их формоизменению без изменения объема элементов, т. е. в сущности при коэффициенте Пуассона равным половине.

Приведем теперь случай сравнительно тонкого сферического сосуда, находящегося под внутренним давлением  $p$ .

Для элемента, расположенного у внутренней поверхности сосуда, имеем:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = mp, \quad \sigma_3 = -p,$$

где  $m$  — число, определяемое геометрическими размерами сосуда, приближенно равное:

$$m \cong \frac{D}{4\delta}$$

( $D$  — диаметр сосуда,  $\delta$  — толщина стенки).

Таким образом, получаем:

$$\Theta = (2m-1)p, \quad S_1 = S_2 = \frac{m+1}{3}p, \quad S_3 = -\frac{2m+2}{3}p$$

и наибольшей по абсолютному значению оказывается величина  $S_3$ . Поэтому условие отсутствия текучести имеет вид:

$$|S_3| = \frac{2m+2}{3}p < \frac{2}{3}\sigma_s \quad \text{или} \quad p < \frac{\sigma_s}{m+1}.$$

Гипотеза Кулона дает для этого случая тот же результат. Действительно, в этом случае:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

и, следовательно, должно быть:

$$mp + p < \sigma_s.$$

Легко проверить, что и гипотеза прочности Губера-Мизеса дает в точности такое же условие отсутствия текучести. Действительно, по этой гипотезе необходимо:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{2}(mp + p) < \sqrt{2}\sigma_s.$$

Точно так же можно было бы привести пример расчета для цилиндрического сосуда, находящегося под внутренним давлением. Для этого примера гипотеза дает условие отсутствия текучести в форме:

$$p < \frac{\sigma_s}{1 + \frac{3}{2}m},$$

в то время как гипотезы прочности Кулона и Губера-Мизеса дают условия:

$$p < \frac{\sigma_s}{1+2m} \quad \text{и} \quad p < \frac{\sigma_s}{\sqrt{1+3m+4m^2}}$$

и, соответственно, как нетрудно убедиться, меньшие запаса прочности. Рассмотрим, наконец, общий случай плоского напряженного состояния ( $\sigma_3 = 0$ ).

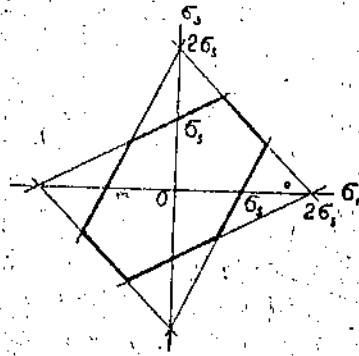


Имеем:

$$\begin{aligned} S_1 &= \sigma_1 - \sigma_2, & S_2 &= \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_3, & S_3 &= \frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_2, & S_4 &= -\frac{1}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_2, \\ S_5 &= -\frac{1}{3} \sigma_1 + \frac{2}{3} \sigma_3. \end{aligned}$$

Условие отсутствия текучести имеет, таким образом, вид:

$$\left| \frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_3 \right| < \frac{2}{3} \sigma_s, \quad \left| -\frac{1}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_2 \right| < \frac{2}{3} \sigma_s, \quad \left| -\frac{1}{3} \sigma_1 + \frac{2}{3} \sigma_3 \right| < \frac{2}{3} \sigma_s.$$



Фиг. 1.

Совокупность значений напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , удовлетворяющая этим неравенствам, может быть изображена областью на плоскости с координатами  $\sigma_1, \sigma_3$ . Эта область представляет внутренность шестиугольника (рис. 1), образованного прямыми:

$$\begin{aligned} 2\sigma_1 - \sigma_3 &= \pm 2\sigma_s, \\ \sigma_1 + \sigma_3 &= \pm 2\sigma_s, \\ \sigma_1 - 2\sigma_3 &= \pm 2\sigma_s. \end{aligned}$$

Аналогичная область, соответствующая гипотезе Кулона, также имеет вид шестиугольника. Прямые, ограничивающие этот шестиугольник, имеют уравнения:

$$\sigma_1 = \pm \sigma_s, \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_s, \quad \sigma_3 = \pm \sigma_s.$$

Область, соответствующая гипотезе прочности Губера-Мизеса, представляет собою внутренность эллипса:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_3^2} = \sqrt{2} \sigma_s \quad \text{или} \quad \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_s^2.$$

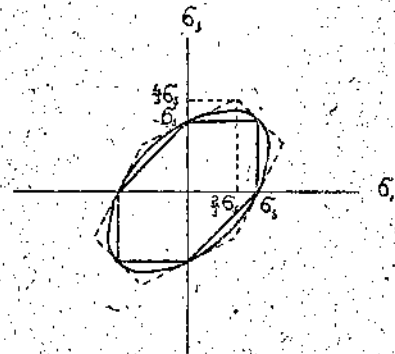
Эллипс Губера-Мизеса оказывается вписанным в наш шестиугольник (рис. 2) и является описанным по отношению к шестиугольнику Кулона. Таким образом, расчет по нашей гипотезе дает, вообще говоря, несколько больший запас прочности, чем расчет по гипотезам Кулона и Губера-Мизеса.

Для сравнения на рис. 3 изображена область, соответствующая гипотезе Сен-Венана для коэффициента Пуассона  $\nu = 0,3$ , вместе с нашим шестиугольником (пунктир).

Для пространственного случая напряженного состояния область отсутствия текучести изобразится внутренностью правильной шестигранной призмы, грани которой определяются плоскостями:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_2 - \frac{1}{3} \sigma_3 &= \pm \frac{2}{3} \sigma_s, & \frac{2}{3} \sigma_2 - \frac{1}{3} \sigma_3 - \frac{1}{3} \sigma_1 &= \pm \frac{2}{3} \sigma_s, \\ \frac{2}{3} \sigma_3 - \frac{1}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} \sigma_2 &= \pm \frac{2}{3} \sigma_s. \end{aligned}$$

Ось этой призмы образует равные углы с положительными направлениями осей координат  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . В эту призму вписан круглый цилиндр, соответствующий гипотезе Губера-Мизеса, являющийся в то же время описанным вокруг правильной шестигранной призмы, соответствующей гипотезе Кулона. На рис. 4 изображено нормальное сечение всех трех поверхностей.



Фиг. 2.

Остановимся еще на влиянии среднего напряжения  $\sigma_2$  на условие отсутствия текучести. Для этой цели рассмотрим случай:

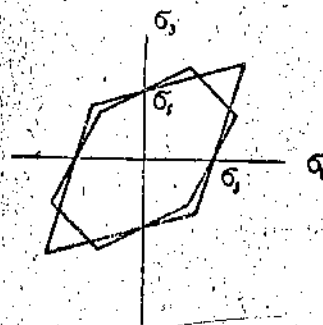
$$\sigma_1 > 0, \quad \sigma_3 = -\sigma_1, \quad |\sigma_2| < \sigma_1,$$

имеющий место при кручении круглого вала с осевой нагрузкой. По гипотезе Кулона среднее напряжение  $\sigma_2$  не влияет на условие отсутствия текучести. Поэтому область отсутствия текучести на диаграмме с координатами  $\sigma_2, \sigma_1$  изобразится (рис. 5) прямоугольником со сторонами:

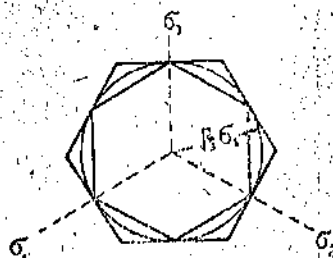
$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_1 = 0,5\sigma_s, \quad \sigma_2 = \pm 0,5\sigma_s.$$

По гипотезе Губер-Мизеса имеем область:

$$\sqrt{4\sigma_1^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (-\sigma_1 - \sigma_2)^2} < \sqrt{2}\sigma_s, \quad |\sigma_2| < \sigma_1,$$



Фиг. 3.



Фиг. 4.

ограниченную на диаграмме  $\sigma_2, \sigma_1$  прямыми:

$$\sigma_2 = \pm 0,5\sigma_s, \quad \sigma_1 = 0$$

и дугой эллипса:

$$3\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_s^2.$$

Наконец, по нашей гипотезе имеем:

$$\Theta = \sigma_2, \quad S_1 = \sigma_1 - \frac{1}{3}\Theta = \sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_2,$$

$$S_2 = -\frac{1}{3}\sigma_2, \quad S_3 = -\sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_2,$$

и область отсутствия текучести изобразится пятиугольником, ограниченного прямыми:

$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = \pm 0,5\sigma_s$$

и двумя прямыми:

$$3\sigma_1 \pm \sigma_2 = 2\sigma_s,$$

касающихся в точках  $\sigma_2 = \pm 0,5\sigma_s, \sigma_1 = 0,5\sigma_s$  эллипса Губера-Мизеса.

Любопытно, что в случае плоской деформации условие отсутствия текучести по нашей гипотезе совпадает с условием, следующим из гипотезы Кулона, если только предположить материал несжимаемым ( $\nu = \frac{1}{2}, \theta = 0$ ). Действительно, в этом случае имеем:

$$\epsilon_1 = \gamma_1, \quad \epsilon_2 = \gamma_2 = 0, \quad \epsilon_3 = \gamma_3 = -\epsilon_1,$$

ибо

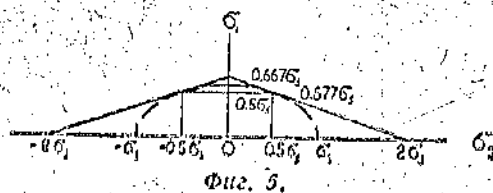
$$\theta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0.$$

Следовательно,

$$s_1 = b\gamma_1 = -s_3, \quad s_2 = 0$$

и, таким образом,

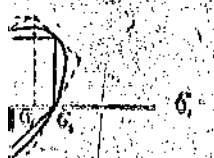
$$\sigma_1 = \frac{1}{3}\Theta + b\epsilon_1, \quad \sigma_2 = \frac{1}{3}\Theta, \quad \sigma_3 = \frac{1}{3}\Theta - b\epsilon_1.$$



Фиг. 5.

$\sigma_1 - \frac{1}{3}\sigma_2$   
 $\frac{2}{3}\sigma_2 < \frac{2}{3}\sigma_s$   
 значений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ,  
 условиям, может  
 на плоскости с  
 часть представ-  
 льника (рис. 1),

ответствующая  
 вид шести-  
 ступенчатые этот  
 кривой:  
 $\sigma_2 = \pm \sigma_s$   
 -Мизеса, пред-



2.  
 нной призмы,  
 $\frac{2}{3}\sigma_s$

ыми направле-  
 ный цилиндр,  
 то же время  
 ответствующей  
 кие всех трех

Условие отсутствия текучести заключается, очевидно, в неравенстве

$$|s_1| < s_0$$

или, что то же,

$$|\sigma_1 - \sigma_2| < 2s_0,$$

а это и есть условие, следующее из гипотезы Кулона. Складывая выражения для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , получим:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{2}{3} \theta$$

и, следовательно,

$$\sigma_2 = \frac{1}{3} \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

Последнее соотношение принимается в плоской деформации при выводе условия отсутствия текучести по гипотезе Губера-Мизеса.

(«Ученые записки МГУ» — Механика, вып. XLVI, 1940)

0 С

МОЖ  
ПЬЕ  
УСТ  
НУ!МОЖ  
ЦЕЛ  
ЧАЛ  
НЫ!НА  
СТЕУСЛ  
ЦИ-  
ЩЕ!УСТ  
УСТКОН  
СКА

НИЯ

СТЕ  
НЫ!КОТ  
В О  
БУД

ГДЕ