

ных уравнений. —
(совм. с Е. И. Сла-

use indéterminée. —
вм. с Е. И. Славу-

ния. — М.: «Наука»
Славутиным).

матки XIX века.
стей. М.: «Наука»,

«дология естествен-

«дология естествен-

Ист.-матем. исследе-

рия и методология

44.

ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА ИМЕНИ И. Г. ПЕТРОВСКОГО ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ И МАТЕМАТИЧЕСКИМ ПРОБЛЕМАМ ФИЗИКИ

А. Ю. Ишлинский «Движение твердого тела на струне» (доклад прочитан на совместном заседании семинара и Московского математического общества 19 января 1981 г.).

Исследование поведения вращающихся тел, подвешенных на струне или нити, началось по существу с экспериментов М. А. Лаврентьева и С. В. Малашенко, сначала, при изучении влияния вращения на эффект кумуляции и, затем, в связи с вопросами устойчивости снарядов с жидким наполнением. Было экспериментально обнаружено, что при вращении подвешенных на струне осесимметрических тел с полостями, наполненными жидкостью, стационарная форма движения с вертикальным расположением струны и оси симметрии тела (рис. 1) переходит при возрастании угловой скорости в так называемую коническую форму (рис. 2).

При несколько большей угловой скорости становится возможной и такая форма, при которой струна и ось тела отклонены от вертикали в разные стороны (рис. 3). Поначалу

казалось, что возникновение новых форм стационарного движения связано с потерей устойчивости вертикальной формы (т. е. вращения тела вокруг вертикально расположенной оси симметрии), из-за наличия жидкого наполнения. Однако то же самое вскоре было замечено и в опытах с вращением твердого тела без жидкости. Почти одновременно в диссертации Морозовой — аспирантки Л. П. Смирнова, было приведено доказательство устойчивости по Лиapunову вертикальной формы вращения твердого тела при любом значении угловой скорости.

Результат Морозовой — Смирнова оказался в противоречии с концепцией потери устойчивости вертикальной формы, описанной выше. В связи с этим был поставлен более тщательный эксперимент. Тело было подвешено на тонкой капроновой нити почти точно за точку, расположенную на его оси. Угловая скорость тела возрастала весьма медленно, а сам опыт производился в вакууме. Обе критические угловые скорости, при которых в более ранних экспериментах терялась вертикальная форма стационарного вращения тела, не обнаруживались вовсе.

Таким образом оставалось допустить, что упомянутые критические значения угловой скорости соответствуют на диаграмме «угловая скорость стационарного движения — угол отклонения струны от вертикали» точкам бифуркации. Наряду со старой вертикаль-

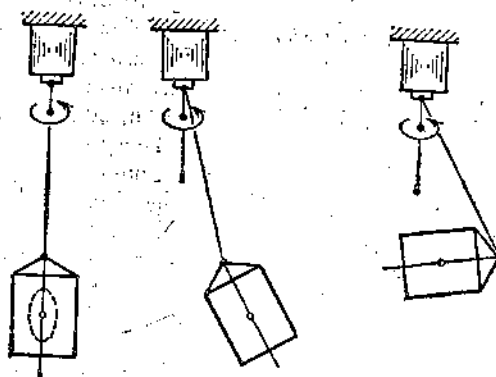


Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 3.

ной формой возникает одна из описанных выше волюк стационарных форм вращения. Вопреки обычно наблюдающимся случаям бифуркаций здесь возникновение новой стационарной формы движения не ведет к потере устойчивости старой вертикальной формы. Это удивительное обстоятельство было предметом изучения В. В. Румянцева и его учеников.

М. Е. Темченко доказала устойчивость конической формы вращения тела на струне, построив для возмущенного движения функцию Ляпунова методом связки Четаева. Устойчивость третьей формы подобным образом пока исследовать не удалось, хотя эксперимент с несомненностью эту устойчивость и подтверждает.

Наличие жидкого наполнения качественно не меняет картины бифуркаций. Однако вместо изолированных точек бифуркаций возникают на диаграмме «угловая скорость — угол отклонения» отрезки конечной длины. По-видимому, каждая точка таких отрезков сама может служить началом бифуркации. Соответствующие исследования пока не закончены.

При длине струны, равной нулю, задача сводится к исследованию движения тела вокруг неподвижной точки. Если жидкости нет, то это известный случай Лагранжа. Когда же имеется полость, наполненная идеальной жидкостью, то при потенциальном (т. е. безвихревом) движении последней вновь возникает как бы случай движения твердого тела вокруг неподвижной точки с несколько измененными моментами инерции, которые можно подсчитать, следуя Н. Е. Жуковскому.

Однако если в исходном стационарном движении тело и жидкость вращаются вокруг вертикальной прямой как единое целое, то задача значительно усложняется. Ее рассмотрению посвящена работа С. Л. Соболева о волчке с жидким наполнением.

В линейной постановке тяжелый волчок без наполнения имеет две частоты гармонических малых движений около устойчивого вертикального положения его оси. При наличии у волчка осесимметрической эллиптической полости, наполненной идеальной несжимаемой жидкостью, таких частот оказывается уже три. В случае цилиндрической полости имеется целый спектр частот, образующий на полубесконечном интервале счетное множество.

Свои классические результаты С. Л. Соболев получил, изучая совместное движение твердого тела и идеальной несжимаемой жидкости по отношению к невращающейся системе координат, что потребовало значительного аналитического мастерства.

Анализ движения твердого тела с жидким наполнением с применением методов функционального анализа был предпринят впервые С. Г. Крейнсом и далее, в случае вращения тела на струне М. Л. Горбарько, Г. Т. Слепцовой и М. Е. Темченко. Несколько ранее был исследован аналитически случай вращения твердого тела на струне при наличии эллиптической полости, целиком наполненной жидкостью.

В отличие от движения осесимметрического тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки задача о движении такого же тела, подвешенного на струне, не имеет общего решения в квадратурах. Помимо тех же трех нетривиальных первых интегралов — кинетической энергии, проекций кинетического момента на вертикаль и на ось симметрии тела — никаких новых интегралов здесь не обнаружено. До сих пор исследовались лишь стационарные движения твердого тела, подвешенного на струне, и их устойчивость. Однако и здесь было обнаружено немало интересного и неожиданного, в частности, упомянутое выше возникновение бифуркаций при сохранении устойчивости исходной формы стационарного движения.

При подвесе произвольного твердого тела за какую-либо его точку возможно такое движение, при котором одна из главных центральных осей инерции тела вертикальна (рис. 4). Нетрудно объяснить это. Вообразим конический маятник. Пусть его тяжелая точка заменена твердым телом с тем же самым расположением его центра масс; очевидно, что движение конического маятника может остаться тем же. В свою очередь тело можно заставить равномерно вращаться вокруг одной из своих главных осей, направив ее вертикально. Если угловая скорость вращения тела окажется равной угловой скорости обращения нити вокруг вертикали, то точку крепления нити к телу можно перенести на его поверхность, ничего не изменяя.

форм вращения. не полой стацпо- ной формы. Это мушкетера и его

а тела на струне, вязки Четаева. ось, хотя экспе-

ркации. Однако вая скорость — ка таких отрез- ования пока не

движения тела чай Лагранжа. потенциалном движения твер- инерции, кото-

щаются вокруг яется. Ее рас- зеннем.

ототы гармони- сии. При нали- альной несжи- еской полости е счетное мно-

ное движение щейся системе

нием методов лее, в случае ко. Несколько тие при нали-

вокруг непод- имеет общего ов — кинети- етрии тела — лишь стацпо- ость. Однако , упомянутое зрмы стацпо-

можно такое вертикальна его тяжелая с; очевидно- тело можно авив ее вер- орости обра- жести на его

Заметим, что каждому углу отклонения нити от вертикали соответствует единствен- ное значение угловой скорости стационарного движения тела, подвешенного на нити. Однако если тело имеет динамическую ось симметрии, то существует целый диапазон значе- ний угловой скорости обращения нити при одном и том же угле отклонения нити от вер- тикали. Динамическая ось симметрии тела располагается при этом горизонтально и выхо- дит из вертикальной плоскости, содержащей нить (рис. 5). Последнее обстоятельство на первый взгляд представляется парадоксальным.

Возможность устойчивого подвеса вращающихся тел широко используется на прак- тике. При надлежащих мерах предосторожности при разгоне можно вращать, подвешив- на канат или на нескольких стержнях, последовательно соединенных гукоскими шарни- рами, сравнительно тяжелые центрифуги для создания больших перегрузок (Ин-т механики АН УССР, Киев, рис. 6). В одной из таких центрифуг была налита изнутри вода и образован тем самым своеобразный бассейн с искусственной тяжестью (Ин-т гидродинамики СО АН СССР, Новосибирск, рис. 7).

Вторая форма бифуркации (см. рис. 3), возникающая при вращении с достаточно большой угловой скоростью тела, под- вешенного за одну из точек его оси симметрии, привела к созданию нового метода балансировки частей машин, в частности, роторов турбин. Для этой цели надо подвесить тело на струне за точку, расположенную на некотором небольшом рас- стоянии от его главной центральной оси инерции. При быстром вращении струна описывает конус, а сама ось с большой точностью располагается вертикально. Центр масс тела при этом совершает движение вокруг вертикальной оси по кругу весьма

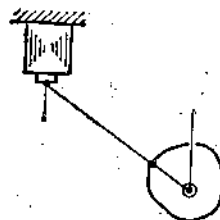


Рис. 4.

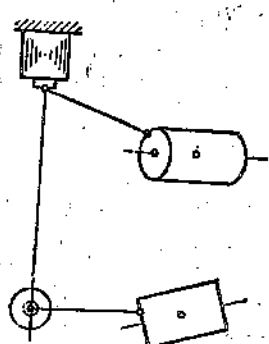


Рис. 5.

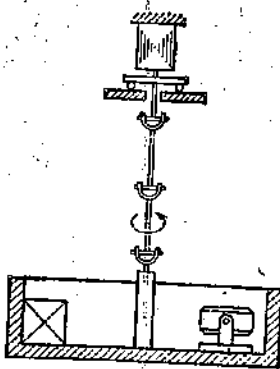


Рис. 6.

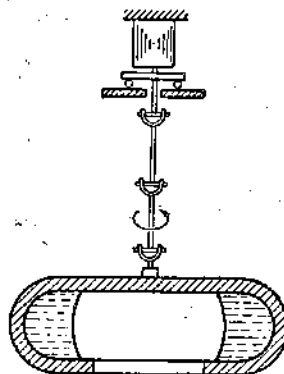


Рис. 7.

малого радиуса. Все это после предварительных расчетов и оценок позволяет производить динамическую балансировку тел с высокой точностью.

Теория движения вращающегося тела на струне — интересный раздел механики. Несмотря на кажущуюся простоту его задач, их анализ содержит значительные матема- тические трудности и приводит подчас к результатам, которые нелегко было предвидеть. Эксперимент и теоретические исследования здесь гармонично дополняют друг друга.

Литературу см. в книге: А. Ю. И ш л и н с к и й. Механика относительного дви- жения и силы инерции. — М.: Наука, 1981.

Заседание 25 февраля 1981 г.

1. С. П. Н о в и к о в «Уравнения типа Кирхгофа и многозначные функции и функ- ционалы. Аналог теории Морса — Люстерника — Шнирельмана и периодические орбиты в магнитном поле».

(— 1)^н. (18)

(18) распола-
в порядке их

и с номерами
верхний угол.
ителе $|A|$ i_1 -ю
займет место
— 1 раз. Что-
ершить i_2 — 2
еделителе $|A|$
... + k) (19)

ок и столбцов
ся прежними.

(20)

ся над стро-
вершим в ми-
я намеченный
зедений (20) с
частях тожде-
ать к виду

(— 1)^н. (21)

аписей детер-
определитель,
дний опреде-
в (17) и (18)

МЖ. 1974, 26,

ных систем n -го
р. 1976, вып. 31,

шла в редакцию
26.V. 1977 г.



Павел Феодосьевич Фильчаков

17 августа 1978 г. на 62 году жизни скончался видный ученый в области прикладной и вычислительной математики Лауреат Государственной премии Украинской ССР, заслуженный деятель науки УССР, член редколлегии Украинского математического журнала (с 1953 по 1957 г.— ответственный секретарь редколлегии этого журнала), член-корреспондент АН УССР доктор физико-математических наук профессор Павел Феодосьевич Фильчаков.

Павел Феодосьевич родился 24 сентября 1916 г. в Ленинграде. Среднее образование получил в Краматорске. В 1940 г. он окончил физико-математический факультет Киевского университета.

Еще в годы учебы в университете, а затем в аспирантуре большое влияние на дальнейший научный путь П. Ф. Фильчакова оказал выдающийся советский ученый академик М. А. Лаврентьев.

С 1945 г. П. Ф. Фильчаков продолжал свою научную деятельность в Институте математики АН УССР, где в 1949 г. защитил кандидатскую, а в 1952 г.— докторскую диссертации. За время работы в Институте математики Павел Феодосьевич плодотворно работал в области теории функций комплексного переменного и ее приложений к задачам теории движения подземных вод. Под его руководством и при непосредственном участии в Институте математики АН УССР созданы две лаборатории электро-моделирования. П. Ф. Фильчаков — автор 140 научных работ, среди которых пять фундаментальных монографий. Его работы широко известны как в нашей стране, так и за рубежом. П. Ф. Фильчаков подготовил 26 кандидатов и 2 доктора физико-математических наук.

Характерными чертами П. Ф. Фильчакова были его безграничная творческая энергия, большое трудолюбие, высокая культура, постоянное внимательное отношение к молодежи.

Светлая память о Павле Феодосьевиче Фильчакове навсегда сохранится в сердцах всех, кто его знал.