

РАСЧЕТ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОБТЕКАНИЯХ НА ПОДВИЖНЫХ АДАПТИВНЫХ СЕТКАХ

¹Бураго Н.Г., ²Никитин И.С.

¹Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского

²Институт автоматизации проектирования РАН

В работе рассмотрены приемы численного решения задач сверхзвуковой аэродинамики в условиях сложной геометрии, позволяющие резко увеличить точность расчета и снизить затраты вычислительной работы в зонах с большими градиентами решений. Это достигается методом сквозного счета с применением метода упругих произвольно подвижных адаптивных сеток для минимизации ошибок аппроксимации в окрестности ударных волн, пограничных слоев, контактных разрывов и подвижных границ.

Основной метод сквозного счета основан на безматричной реализации эффективных итерационных и явно- неявных схем метода конечных элементов с использованием метода уравнивающей вязкости, метода экспоненциальной подгонки коэффициентов физической вязкости и пошаговой коррекция решения, обеспечивающей свойства монотонности и консервативности.

Идея произвольно подвижных адаптивных сеток не является новой, ее история описана в обзорных разделах работ [1-3]. Такие адаптивные сетки подстраиваются под особенности решения и, сгущаясь, уменьшают ошибки аппроксимации около внешних, контактных и межфазных границ, а также в зонах больших градиентов решения в ударных волнах и пограничных слоях. Для управления адаптацией к решению в уравнения генерации сеток отображениями вводится так называемая мониторинная функция. Мониторная функция выбирается так, что она имеет всплески (большие положительные значения) в местах больших градиентов решения и указывает на необходимость уменьшения в таких местах шага пространственной сетки для подавления ошибок аппроксимации. В работе [4] было замечено, что постепенное совершенствование нелинейных уравнений в частных производных, применяемых для генерации сеток отображениями, ведет в конечном счете к уравнениям нелинейной теории упругости. Подвижная расчетная сетка трактуется как изотропная термоупругая среда. Деформации этой среды определяются минимизацией функционала энергии, который принимается в

простейшем виде в соответствии с двухконстантной теорией изотропной нелинейной термоупругой среды. В этот функционал вместо обычной температуры T входит дополнительная мониторинговая функция – “антитемпература” \tilde{T} . Мониторная функция названа “антитемпературой”, поскольку с ростом \tilde{T} сеточная среда сжимается в то время, как обычная упругая среда при нагреве расширяется.

В рассматриваемых примерах из сверхзвуковой аэродинамики мониторинговая функция принимается прямо пропорциональной дивергенции скорости со знаком минус и имеет максимальные значения на скачках уплотнения. Уравнения нелинейной упругости были успешно применены для построения адаптивных сеток. Основные этапы построения данного метода описаны в [5].

Приведены примеры расчета ряда плоских и осесимметричных задач аэродинамики больших сверхзвуковых скоростей со сложными системами ударных волн с помощью подвижных адаптивных сеток.

Результаты для сверхзвукового обтекания конуса (осесимметричная задача, $M = 134$) показаны на Рис. 1. Приведены линии уровня мониторинговой функции и фрагмент адаптивной сетки вблизи конуса.

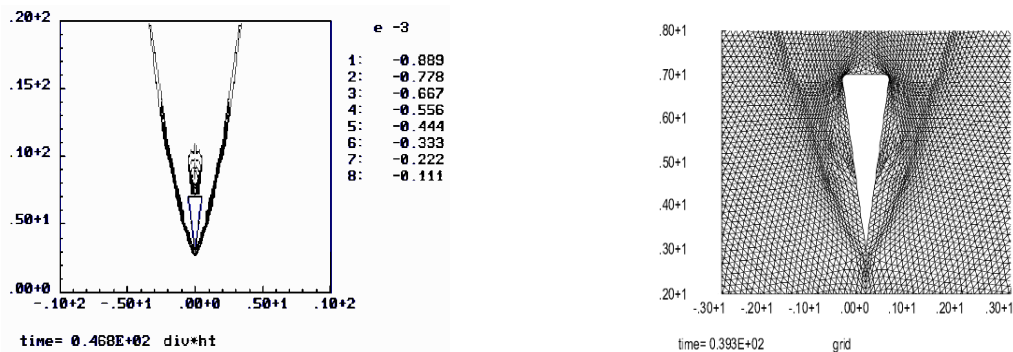
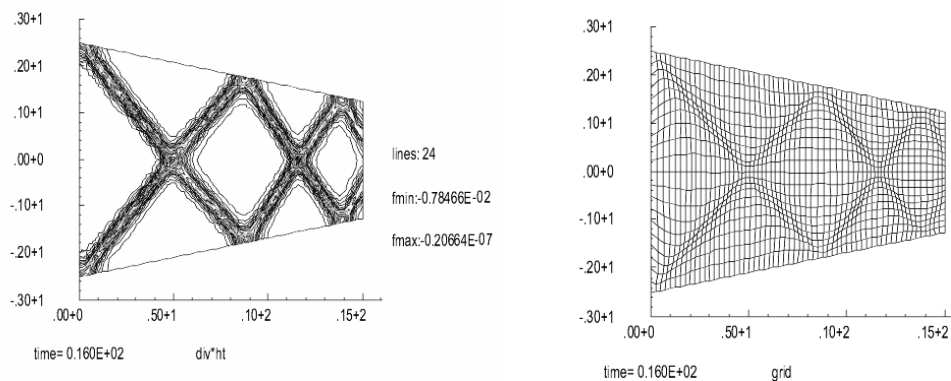


Рис. 1. Сверхзвуковое обтекание конуса $M = 134$.
Мониторная функция и адаптивная сетка вблизи конуса.

Конечно, в области гиперзвуковых течений ($M > 8$) постановка задач должна существенно расширяться, чтобы учесть множество физико-химических эффектов высокотемпературной плазмы. Здесь показана только потенциальная пригодность алгоритма для задач такого типа. Число $M = 134$ является случайным. Чтобы увеличить число Маха, температура встречного потока была задана малым, произвольно выбранным значением.



*Рис. 2. Сверхзвуковое течение в конфузоре $M=2.5$.
Мониторная функция и адаптивная сетка в области течения.*

На Рис. 2 показаны мониторинговая функция и адаптивная сетка для сверхзвукового течения в конфузоре с множественными скачками уплотнения при $M=2.5$.

Описанная совокупность приемов дает удивительно хорошие результаты. Особенно ценно то, что в опробованном алгоритме не требуется без конца подстраивать какие-либо параметры метода при смене типа и режима обтекания.

Список литературы

1. Годунов С.К., Прокопов Г.П. Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах// ЖВММФ. 1972. Т. 12. № 2. С. 429-440.
2. Круглякова Л.В., Неледова А.В., Тишкин В.Ф., Филатов А.Ю. Неструктурированные адаптивные сетки для задач математической физики (обзор)// Мат. Моделирование. 1997. Т. 10. № 3. С. 93-116.
3. Гильманов А.Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2000.
4. Бурого Н.Г. Формулировка основных уравнений механики сплошной среды в подвижных адаптивных координатах // В книге “Численные методы в механике твердого деформируемого тела” / Ред. Г.И. Пшеничников. – М.: ВЦ АН СССР. 1984. С. 32-49.
5. Бурого Н.Г., Никитин И.С., Якушев В.Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды с применением адаптивных наложенных сеток // ЖВММФ. 2016. Т. 56. № 6. С. 1082-1092.