

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/322626828>

• • •

Conference Paper · November 2017

DOI: 10.13140/RG.2.2.14279.19364

CITATIONS

0

4 authors:



I. S. Nikitin

Institute for Computer Aided Design of Russia...

85 PUBLICATIONS 47 CITATIONS

SEE PROFILE



N. G. Burago

Russian Academy of Sciences

117 PUBLICATIONS 127 CITATIONS

SEE PROFILE



Alexander D. Nikitin

21 PUBLICATIONS 13 CITATIONS

SEE PROFILE



Vladimir Yakushev

Russian Academy of Sciences

32 PUBLICATIONS 12 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



I just participate in several projects of Russian Academy of Sciences devoted to development of numerical methods for Continuum Mechanics [View project](#)

**ЦИФРОВЫЕ
СРЕДСТВА
ПРОИЗВОДСТВА
ИНЖЕНЕРНОГО
АНАЛИЗА**

**Сборник материалов
Первой всероссийской
конференции
с международным участием**

Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук,
профессор *В. А. Левин* (научный редактор);
доктор физико-математических наук, профессор *В. А. Панин*;
доктор физико-математических наук, профессор *К. М. Зингерман*;
доктор технических наук, профессор *А. Н. Привалов*
(ответственный редактор);
доктор технических наук, профессор *А. Е. Гвоздев*;
доктор технических наук, доцент *А. Н. Чуканов*;
кандидат технических наук *А. А. Зубов*;
кандидат физико-математических наук *Н. Н. Добровольский*;
специалист по НИР НИС *Ю. Г. Рыжов*

Ц75

Цифровые средства производства инженерного анализа: Сб. материалов Первой всерос. конф. с междунар. участием [Электронный ресурс]. – Электрон. дан.– Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2016.– 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).– Систем. требования: Intel Celeron 1700 Mhz и выше, 128 Мб RAM, 300 Мб на винчестере, ОС Microsoft Windows XP, Vista; дисковод CD-ROM 2x и выше, SVGA 64 Mb; мышь. – Загл. с этикетки диска. – ISBN 978-5-6040223-6-8

В сборнике представлены материалы Первой всероссийской конференции с международным участием «Цифровые средства производства инженерного анализа», прошедшей 27 ноября – 1 декабря 2017 г. на базе Тульского государственного педагогического университета им. Л. Н. Толстого. Материалы сборника включают в себя сведения о современном состоянии разработок по направлениям: вычислительная механика, использование инженерного программного обеспечения для решения промышленных задач, направления и результаты разработки инженерного программного обеспечения для инженерного анализа. В секционных докладах рассмотрены вопросы разработки «коробочного» ИПО, разработки облачных сервисов на основе ИПО и разработки отраслевых специализированных решений на основе ИПО для машиностроения, нефтегазовой и горнодобывающей промышленности, строительства, в том числе представлены новейшие научные результаты разработки фундаментальных проблем в области задач механики деформируемого твердого тела, задач механики жидкости и газа, новых материалов, аддитивных технологий, метаматериалов и численных методов.

ББК 32.98

И. С. Никитин^{1,3}, Н. Г. Бураго², А. Д. Никитин^{1,3}, В. Л. Якушев¹

¹Институт автоматизации проектирования РАН

²Институт проблем механики РАН им. А. Ю. Ишлинского

³«МАИ» – Национальный Исследовательский Университет

ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ*

Аннотация. Для случая многоосного напряженного состояния получено аналитическое решение задачи определения ориентации критической плоскости развития усталостных повреждений. Предложено обобщение многоосного критерия усталостного разрушения для режима сверхмногоциклового усталости.

Ключевые слова: критическая плоскость, сверхмногоциклового усталости, критерий усталостного разрушения.

DURABILITY ESTIMATION OF STRUCTURES ELEMENTS FOR VARIOUS CYCLIC REGIMES WITH DETERMINATION OF CRITICAL PLANE

Abstract: An analytical solution of the critical plane orientation problem is obtained for the case of a multiaxial stress state. A generalization of the multiaxial fatigue fracture criterion is proposed for the regime of very-high-cycle.

Keywords: critical plane, very-high-cycle fatigue, fatigue fracture criterion

1. Введение

В настоящее время установлено, что относительно небольшие циклические напряжения (меньшие классического предела усталости материала), действующие с высокой частотой (порядка 1 кГц и выше) могут приводить к разрушению конструкций [1]. Высокочастотное нагружение приводит к значительным наработкам ($N \sim 10^9 - 10^{10}$ циклов) за время расчетного срока службы изделия. Указанный диапазон долговечностей $N > 10^8$ известен в литературе как сверхмногоциклового усталости (СВМУ).

В последние годы разработаны и реализованы методики СВМУ испытаний для весьма ограниченного набора циклических нагружений, в первую очередь для реверсивного и пульсирующего растяжения-сжатия, а также кручения образцов. Однако для оценок долговечности различных элементов конструкций, подверженных высокочастотным длительным воздействиям в условиях сложного нагружения, необходимы критерии многоосного СВМУ разрушения.

* Работа частично выполнена по проекту РФФИ № 15-08-02392-а.

В данной работе предлагается простая и естественная форма такого рода критериев, основанная на обобщении известных многоосных моделей для классических усталостных режимов. Также для случая многоосного напряженного состояния получено аналитическое решение задачи определения ориентации критической плоскости развития усталостных повреждений. На основе предложенного обобщенного критерия приведены сравнительные оценки усталостной долговечности ответственного элемента конструкции – диска и лопаток компрессора газотурбинного двигателя для режимов нагружения МЦУ (полетные циклы нагружения центробежными силами) и СВМУ (наблюдаемые высокочастотные колебания лопаток).

2. Обобщение многоосного критерия усталостного разрушения в режиме СВМУ

Современные подходы к построению многоосных критериев усталостного разрушения часто используют понятие критической плоскости. Первый критерий с определением критической плоскости для классических режимов малоциклового (МЦУ, условно $10^3 < N < 10^5$) и многоциклового (МНЦУ, условно $10^3 < N < 10^5$) усталости был предложен Финдли [2]. Согласно этому критерию разрушение в циклическом процессе нагружения происходит по плоскости с нормалью \mathbf{n} с компонентами n_k (критической плоскости) при выполнении условия:

$$(\Delta\tau_n / 2 + \alpha_F \sigma_n)_{MAX_n} = S_F + A_F N^{\beta_F}, \quad \sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \quad \tau_n = |\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}|$$

где $\beta_F < 0$, α_F , S_F , A_F – параметры, определяемые по данным эксперимента, N – число циклов до разрушения, $\Delta\tau_n$ – размах касательного напряжения в цикле, σ_n – нормальное напряжение на этой плоскости.

В главных осях тензора напряжений можно получить формулы:

$$\Delta\tau_n = \sqrt{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 n_1^2 n_2^2 + (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)^2 n_1^2 n_3^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2 n_2^2 n_3^2}, \quad \sigma_n = \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2$$

Для одноосного нагружения с коэффициентом асимметрии цикла $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ критерий будет выглядеть так:

$$\sigma_{\max} (\alpha_F + \sqrt{(1-R)^2 + 4\alpha_F^2} / 2) / 2 = S_F + A_F N^{\beta_F} \quad \text{при} \quad n_1 = 1/2 + \alpha_F / \sqrt{(1-R)^2 + 4\alpha_F^2}$$

Сравнивая с представлением Баскина одноосной усталостной кривой $\sigma_{\max} (1-R) / 2 = \sigma_R + \sigma_{CR} N^{\beta_F}$ и имея данные испытаний при $R = -1$ и R_0 , получаем:

$$S_F = \sigma_{-1} (\alpha_F + \sqrt{1 + \alpha_F^2}) / 2, \quad A_F = (\sigma_B - \sigma_{-1}) (\alpha_F + \sqrt{1 + \alpha_F^2}) 10^{-3\beta_F} / 2,$$

$$\alpha_F = \left(\sqrt{(2\kappa / (1 - R_0) - 1)^2 + \kappa^2} - 1 - 2\kappa / (1 - R_0) + \kappa^2 \right) / \kappa / (4 / (1 - R_0) - \kappa)$$

где σ_{-1} и σ_{R_0} – классические пределы усталости по усталостным кривым при коэффициентах асимметрии цикла -1 и R_0 соответственно, σ_B – статический предел прочности, $\kappa = \sigma_{-1} / \sigma_{R_0}$.

Анализ критерия Финдли для реверсного режима чистого кручения дает формулы:

$$\tau_{-1} = \sigma_{-1} (1 + \alpha_F / \sqrt{1 + \alpha_F^2}) / 2, \quad \tau_c = (\sigma_B - \sigma_{-1}) (1 + \alpha_F / \sqrt{1 + \alpha_F^2}) 10^{-3\beta_F} / 2$$

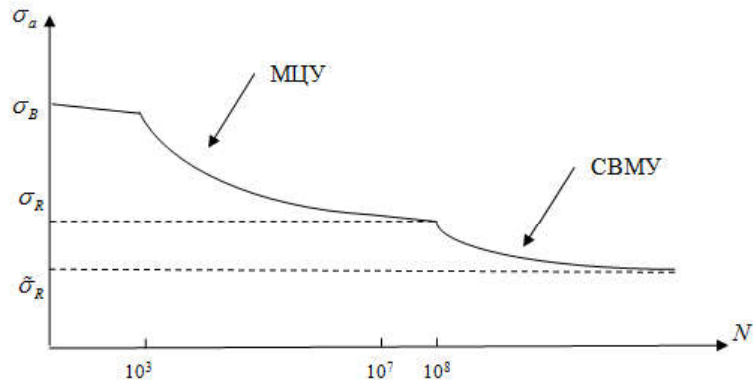


Рис. 1. Бимодальная усталостная кривая для режимов МЦУ и СВМУ

Предложим схему обобщения многоосного критерия разрушения на режим СВМУ (Рис. 1, правая ветвь одноосной бимодальной усталостной кривой при $N > 10^8$).

В основе обобщенного многоосного критерия типа Финдли лежит подобие поведения левой и правой ветвей бимодальной усталостной кривой. Это обобщение заключается в замене параметров левой ветви бимодальной усталостной кривой на параметры правой ветви: $\sigma_B \rightarrow \sigma_{-1}$, $\sigma_{-1} \rightarrow \tilde{\sigma}_{-1}$, $\sigma_R \rightarrow \tilde{\sigma}_R$, $3\beta_F \rightarrow 8\tilde{\beta}_F$, где $\tilde{\sigma}_{-1}$ и $\tilde{\sigma}_R$ это «новые» пределы усталости на правой ветви усталостной кривой для коэффициентов асимметрии -1 и R.

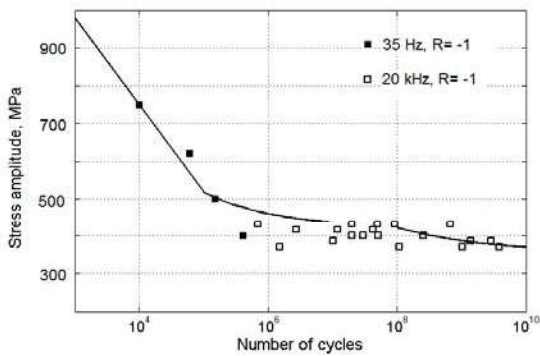
Для режима СВМУ имеем (все параметры отмечены знаком \sim):

$$\tilde{S}_F = \tilde{\sigma}_{-1}(\tilde{\alpha}_F + \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2}) / 2, \quad \tilde{A}_F = (\sigma_{-1} - \tilde{\sigma}_{-1})(\tilde{\alpha}_F + \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2}) 10^{-8\tilde{\beta}_F} / 2, \quad \tilde{k} = \tilde{\sigma}_{-1} / \tilde{\sigma}_{R_0},$$

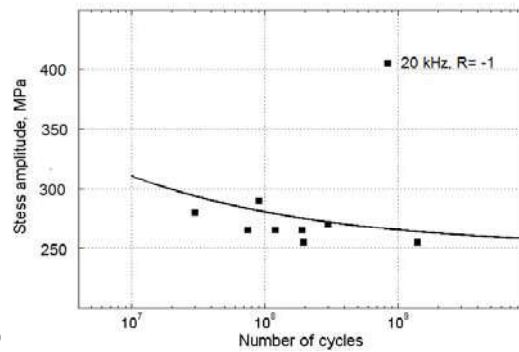
$$\tilde{\alpha}_F = \left(\sqrt{(2\tilde{k} / (1 - R_0) - 1)^2 + \tilde{k}^2} - 1 - 2\tilde{k} / (1 - R_0) + \tilde{k}^2 \right) / \tilde{k} / (4 / (1 - R_0) - \tilde{k})$$

Для реверсного режима чистого кручения $\tilde{\tau}_a = \tilde{\tau}_{-1} + \tilde{\tau}_c N^{\tilde{\beta}_F}$ получаем:

$$\tilde{\tau}_{-1} = \tilde{\sigma}_{-1}(1 + \tilde{\alpha}_F / \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2}) / 2, \quad \tilde{\tau}_c = (\sigma_{-1} - \tilde{\sigma}_{-1})(1 + \tilde{\alpha}_F / \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2}) 10^{-8\tilde{\beta}_F} / 2$$



а)



б)

Рис. 2. СВМУ экспериментальные данные для сплава ВТЗ-1. Растяжение-сжатие – а), кручение – б)

Были определены параметры обобщенного критерия СВМУ разрушения по результатам испытаний титановых образцов: $\sigma_B = 1100 \text{ МПа}$, $\sigma_{-1} = 400 \text{ МПа}$

$\tilde{\sigma}_{-1} = 365 \text{ МПа}$, $\tilde{\sigma}_{0,1} = 215 \text{ МПа}$, $\tilde{\beta} = -0.24$ (Рис. 2-а). Полученные значения параметров были использованы для расчетной оценки долговечности образцов при СВМУ испытаниях на реверсное кручение. Сравнение показало близость расчетных и экспериментальных результатов (Рис. 2-б). Тем самым подтверждена возможность использования обобщенного критерия многоосного усталостного разрушения в режиме СВМУ и предложенной схемы определения его параметров для приближенной оценки долговечности элементов конструкций.

3. Определение критической плоскости для многоосного напряженного состояния

Расчет усталостной долговечности по критерию Финдли требует определения ориентации плоскости, проходящей через заданную материальную точку, на которой достигается максимальное выражение функции Финдли $F = \Delta\tau_n + 2\alpha_F\sigma_n$. Для многоосного напряженного состояния это не простая задача, которая, как правило, решается численно. Построим ее аналитическое решение.

Рассмотрим трехосное синфазное циклическое нагружение в системе координат, связанной с главными осями тензора напряжений. Предполагаем, что эти оси не меняются в течение цикла и выбраны так, что максимумы главных напряжений удовлетворяют неравенствам $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Введем следующие обозначения: $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$ - размах главных напряжений в цикле, $\Sigma_{12} = \sigma_1 - \sigma_2$, $\Sigma_{13} = \sigma_1 - \sigma_3$, $\Sigma_{23} = \sigma_2 - \sigma_3$, $\Delta\sigma_{12} = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2$, $\Delta\sigma_{13} = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$, $\Delta\sigma_{23} = \Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3$. Определим ориентацию критической плоскости с компонентами нормали: $x_1 = n_1^2 \geq 0$, $x_2 = n_2^2 \geq 0$, $x_3 = n_3^2 \geq 0$, $x_1 + x_2 + x_3 = 1$.

Можно показать, что задача определения критической плоскости для трехосного напряженного состояния сводится к определению максимума функции $F(x_2, x_3) = \sqrt{\Delta\sigma_{12}^2 x_2 + \Delta\sigma_{13}^2 x_3 - (\Delta\sigma_{12} x_2 + \Delta\sigma_{13} x_3)^2} + 2\alpha_F \sigma_1 - 2\alpha_F (\Sigma_{12} x_2 + \Sigma_{13} x_3)$ при ограничениях $0 \leq x_2 + x_3 \leq 1$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$.

Приведем результаты решения этой задачи для всевозможных значений максимумов и размахов главных напряжений.

I. Если $\Sigma_{12}/\Delta\sigma_{12} \neq \Sigma_{13}/\Delta\sigma_{13}$, $\Delta\sigma_{12} \neq 0$, $\Delta\sigma_{13} \neq 0$

Примем обозначения:

$$\beta_{12} = 4\alpha_F \Sigma_{12}/\Delta\sigma_{12}, \beta_{13} = 4\alpha_F \Sigma_{13}/\Delta\sigma_{13}, \Delta = 2(\beta_{13} - \beta_{12}) \neq 0$$

$$\Delta_S = \Delta\sigma_{12}\beta_{13} - \Delta\sigma_{13}\beta_{12}, \Delta_T = 2(\Delta\sigma_{13} - \Delta\sigma_{12})$$

$$\Delta_2 = \Delta\sigma_{13}\Delta_S/\Delta - (\Delta_S^2 + \Delta_T^2)/\Delta^2, \Delta_3 = (\Delta_S^2 + \Delta_T^2)/\Delta^2 - \Delta\sigma_{12}\Delta_S/\Delta$$

I-а. Для случая $\Delta\sigma_{12} \neq \Delta\sigma_{13}$ условия экстремума $F(x_2, x_3)$:

$$x_2 = \Delta_2 / (\Delta\sigma_{12}\Delta\sigma_{23}), x_3 = \Delta_3 / (\Delta\sigma_{13}\Delta\sigma_{23})$$

I-б. Для случая $\Delta\sigma_{12} = \Delta\sigma_{13} \neq 0$ условия экстремума $F(x_2, x_3)$:

$$x_2 + x_3 = \Delta_S / (\Delta\sigma_{12}\Delta)$$

II. Если $\Sigma_{12}/\Delta\sigma_{12} = \Sigma_{13}/\Delta\sigma_{13}$, необходимо $\square\sigma_{12} = \square\sigma_{13} \neq 0$, $\Sigma_{12} = \Sigma_{13}$.

Условия экстремума $F(x_2, x_3)$: $x_2 + x_3 = (1 - \beta_{12} / \sqrt{4 + \beta_{12}^2}) / 2$

Найденные значения x_2, x_3 должны удовлетворять условиям $x_2 > 0$, $x_3 > 0$, $x_2 + x_3 < 1$ и условиям максимума $F(x_2, x_3)$: $\Delta\sigma_{12}^2 + 4\Delta\sigma_{13}\Delta\sigma_{23}x_3 > 0$, $\Delta\sigma_{13}^2 - 4\Delta\sigma_{12}\Delta\sigma_{23}x_2 > 0$.

Если таких значений не существует, то необходимо искать максимум $F(x_2, x_3)$ на границах: либо $x_2 = 0$, либо $x_3 = 0$, либо $x_2 + x_3 = 1$.

III. В этом случае максимум $F(x_2, x_3)$ достигается при значениях:

$$x_2 = 0, x_3 = (1 - \beta_{13} / \sqrt{4 + \beta_{13}^2}) / 2$$

$$x_3 = 0, x_2 = (1 - \beta_{12} / \sqrt{4 + \beta_{12}^2}) / 2$$

$$x_2 + x_3 = 1, x_2 = (1 + \beta_{23} / \sqrt{4 + \beta_{23}^2}) / 2, x_3 = (1 - \beta_{23} / \sqrt{4 + \beta_{23}^2}) / 2$$

Из этих трех пар x_2, x_3 выбираем ту, где функция $F(x_2, x_3)$ принимает наибольшее значение. Определив компоненты нормали к этой плоскости, можно вычислить значение функции Финдли и соответствующее ему число N , т.е. усталостную долговечность элемента конструкции, находящегося в многоосном напряженном состоянии [3].

4. Пример расчета с оценкой долговечности в МЦУ и СВМУ режиме

В качестве примера рассмотрим задачу усталостного разрушения диска компрессора газотурбинного двигателя в полетных циклах нагружения в условиях малоциклового усталости. Предполагается, что циклом многоосного нагружения системы диск-лопатка является полетный цикл нагружения (ПЦН), состоящий в достижении максимальных нагрузок на крейсерской скорости полета воздушного судна и соответствующих угловых скоростях вращения диска компрессора. Задача состоит в определении долговечности диска N (число ПЦН до разрушения) из многоосного критерия Финдли для режима МЦУ. Для этого был проведен конечноэлементный расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) системы диск-лопатка при центробежных воздействиях, Рис. 3-а. Параметры расчета принимались такими: угловая скорость вращения $\omega = 314$ рад/с (3000 об/мин), скоростной напор на бесконечности $\rho v_\infty^2 / 2 = 26000$ Н/м², что соответствует скорости потока 200 м/с при плотности 1.3 кг/м³. Свойства материалов принимались следующими: диск (титановый сплав): $E = 116$ ГПа, $\nu = 0.32$, $\rho = 4370$ кг/м³; лопатки (алюминиевый сплав): $E = 69$ ГПа, $\nu = 0.33$, $\rho = 2700$ кг/м³; фиксирующие штифты (сталь): $E = 207$ ГПа, $\nu = 0.27$, $\rho = 7860$ кг/м³. На Рис. 3-б представлена зона концентрации максимальных растягивающих напряжений в левом (скругленном) углу паза в диске, в который вставляется лопатка. Наименьшая долговечность получилась для окрестности левого угла контактного соединения диска и лопатки, которая выделена на Рис. 3-в сплошными линиями. На Рис. 3-г показаны рассчитанные величины числа полетных циклов до разрушения N для выбранного критерия

многоосного усталостного разрушения. По горизонтальной оси отложена безразмерная координата закругления левого угла паза соединения, по вертикальной оси отложена безразмерная координата по глубине паза. Наименьшее значение N составило величину ~ 30000 циклов. Если принять среднюю протяженность цикла за 2 часа, то в реальном времени долговечность элемента конструкции составит 60000 часов.

Дополнительно исследовался альтернативный механизм циклического нагружения, связанный с наблюдаемыми высокочастотными осевыми колебаниями бандажных полок.

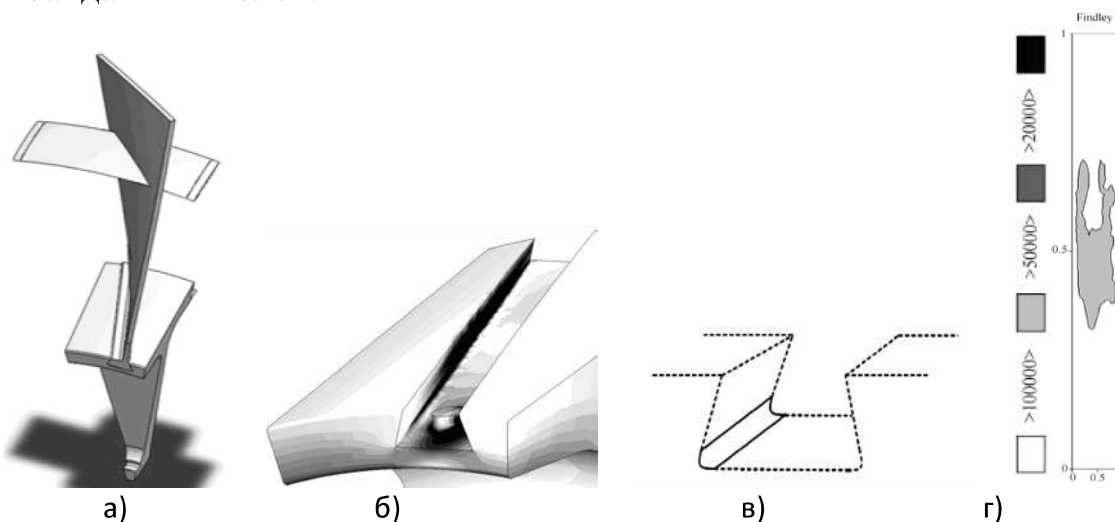


Рис. 3. Сектор диска с лопаткой, нагружаемый центробежными силами – а), максимальное главное напряжение в соединения диска и лопатки – б), выделенная зона максимальной концентрации напряжений – в), уровни долговечности в выделенной зоне – г)

Число циклов при высокой частоте колебаний за время эксплуатации может достичь величин $10^9 \div 10^{10}$, что приводит к необходимости исследования режима сверхмногоциклового усталости (СВМУ) и возможности усталостного разрушения при уровне напряжений, меньшем классического предела усталости материала. На Рис. 4-а показана схема приложения низкоамплитудных осевых смещений. Таким образом, рассматриваются случаи, когда на левую границу приходится максимум или минимум амплитуды колебаний, равной ± 1 мм при частоте 3000 об/мин. На Рис. 4-б представлено распределение максимального главного напряжения в окрестности паза диска при максимальном угле закручивания лопатки.

Несмотря на относительно невысокий уровень амплитуд напряжений в цикле, и в этом случае возникают зоны возможного усталостного разрушения, расположенные в тыльной зоне левого угла паза диска. Величина N , при которой они появляются, имеет порядок $10^9 \div 10^{10}$, Рис. 4-в, что в пересчете на реальное время процесса с периодом цикла 0.02 с (при выбранной частоте колебаний) дает величину 50 000 час, вполне достижимую в процессе эксплуатации.

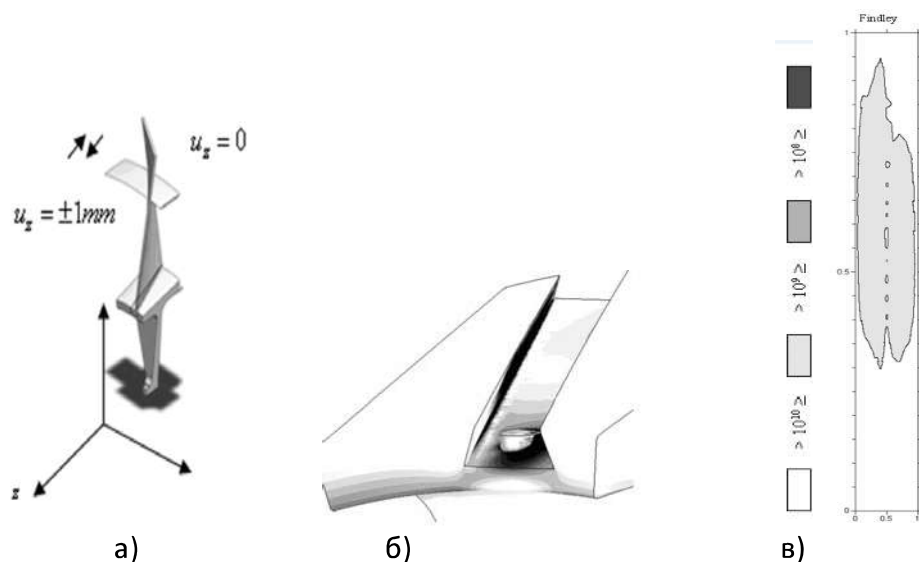


Рис. 4. Схема высокочастотных воздействий на диск и лопатку – а), максимальное главное напряжение в соединения диска и лопатки – б), уровни долговечности в выделенной зоне – в)

Таким образом, значения долговечностей в реальном времени для двух различных режимов усталостного разрушения получились достаточно близкими. Эти оценки указывают на принципиальную возможность развития усталостного разрушения в указанных зонах диска компрессора как по механизму МЦУ (полетный цикл нагружения), так и по механизму СВМУ (высокочастотные, низкоамплитудные вибрации элементов конструкции).

5. Выводы

Построено обобщение многоосного критерия усталостного разрушения на случай сверхмногоциклового усталости, предложена процедура определения параметров этого обобщенного критерия по результатам одноосных экспериментов для двух коэффициентов асимметрии цикла, определена критическая плоскость развития усталостных повреждений для многоосного напряженного состояния. Проведены расчеты напряженного состояния и на этой основе даны сравнительные оценки усталостной долговечности ответственного элемента конструкции – диска компрессора газотурбинного двигателя для режимов нагружения МЦУ и СВМУ.

Литература

1. Bathias C., Paris P.C. Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice. New York. Dekker, 2005.
2. Findley W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending// J. of Eng. for Indust., 1959.– Pp. 301-306.
3. Burago N., Nikitin I. Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in low- and giga- Cycle Fatigue Modes. Heidelberg. Springer. Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures, 2016. – Pp. 117-130.