

Расчет процессов разрушения

Н.Г. Бураго (Москва)

Российская Академия Наук
Институт Проблем Механики РАН

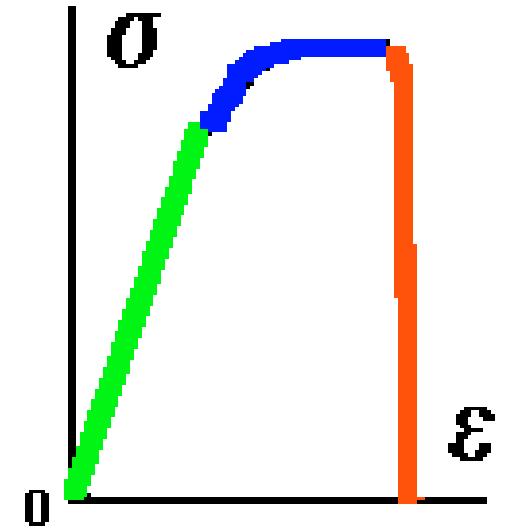


1. Теория упруго-пластического течения

$$\partial_t \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} : (\partial_t \boldsymbol{\varepsilon} - \partial_t \boldsymbol{\varepsilon}_p) \quad \partial_t \boldsymbol{\varepsilon} = (\partial_x \mathbf{u})_s$$

$$\partial_t \boldsymbol{\varepsilon}_p = H(\|\boldsymbol{\sigma}\| - \sigma_s(\|\boldsymbol{\varepsilon}\|)) \boldsymbol{\lambda} : \boldsymbol{\sigma}$$

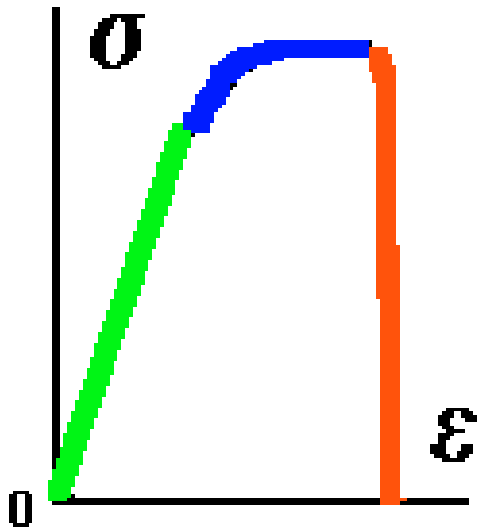
$$\begin{cases} \partial_t \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_{(ep)}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_p) : \partial_x \mathbf{u} \\ \rho \partial_t \mathbf{u} = \partial_x \boldsymbol{\sigma} \end{cases}$$



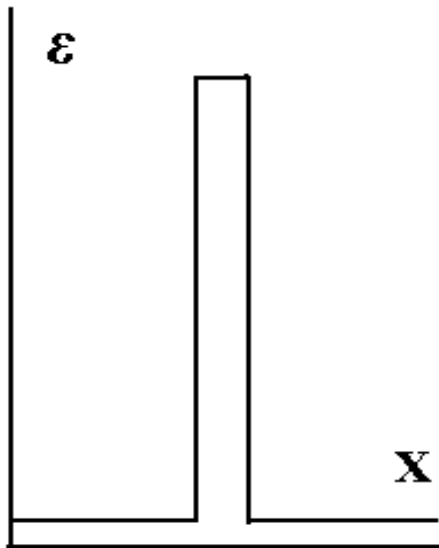
неприменима к расчету разупрочнения из-за нарушения условия устойчивости материала Драккера и условия корректности краевых задач Адамара

$$\partial_t \boldsymbol{\sigma} : \partial_t \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{E}_{(ep)} : \partial_x \mathbf{u}) : \partial_x \mathbf{u} < 0$$

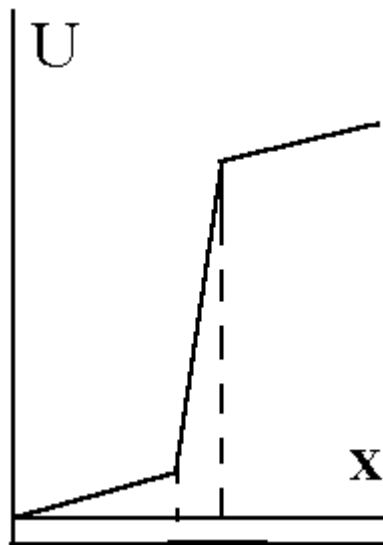
2. Расчет состояния упругого тела с заданной зоной "разрушения"



Зеленые зоны – неразрушенное тело
Красная зона - зона "разрушения"
упругие модули: $E1 \ll E$

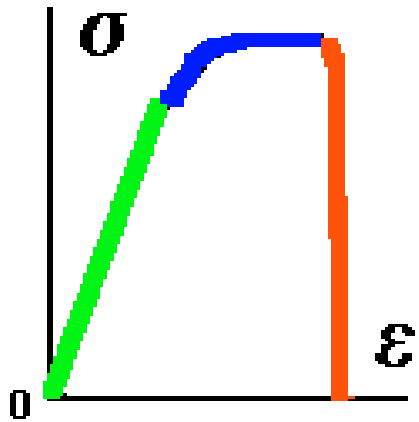


Деформация



Перемещение

Для имитации разрушения можно в моделях материалов предусмотреть появление зон пониженного сопротивления



3. Теории повреждаемости (Качанов, Работнов, 1958-59)
Процессы разрушения и деформации независимы.

Критерий разрушения: $\Phi_{\theta}(\sigma, \varepsilon, \theta) \geq 0$

$$\partial_t \sigma = \mathbf{E}_{(ep)} : \partial_x \mathbf{u} + (\partial_{\theta} \mathbf{E} \partial_t \theta) : (\mathbf{E}^{-1} : \sigma) + \nabla \cdot (\nu_{\sigma} \nabla \sigma)$$

$$\rho \partial_t \mathbf{u} = \partial_x \sigma + \nabla \cdot (\rho \nu_u \nabla \mathbf{u})$$

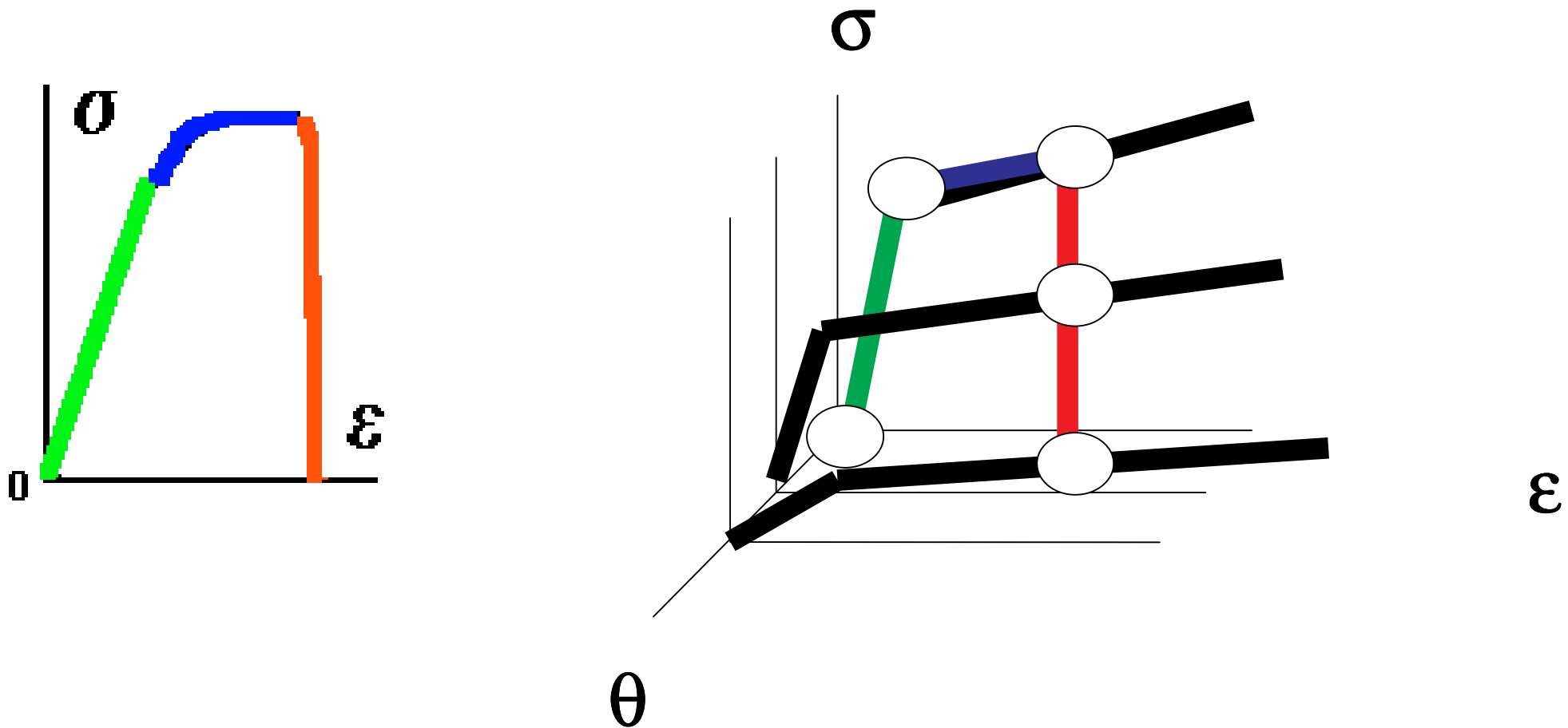
$$\partial_t \theta = H(\Phi_{\theta}) \lambda_{\theta}(\sigma, \varepsilon, \theta) + \lambda_{\theta}^{(0)}(x, t) + \nabla \cdot (\nu_{\theta} \nabla \theta)$$

где $\mathbf{E}_{(ep)} > 0$ всегда, поэтому критерий Драккера нарушается, но критерий Адамара выполнен, потому задача корректна

$$\partial_t \sigma : \partial_t \varepsilon = (\mathbf{E}_{(ep)} : \partial_x \mathbf{u}) : \partial_x \mathbf{u} + (\partial \sigma / \partial \theta) \partial_t \theta : \partial_x \mathbf{u} \leq 0$$

синий цвет отмечает регуляризаторы градиентных теорий

4. Диаграммы деформирования в пространствах параметров состояния: напряжений, деформаций и поврежденности



Диаграммы деформирования при неизменной поврежденности не имеют участков разупрочнения. Разупрочнение может иметь место при неизменной деформации (немеханическое воздействие).

6. Численный метод

Неявная конечно-элементная схема (Н.Г.Бураго, В.Н.Кукуджанов, 1988)

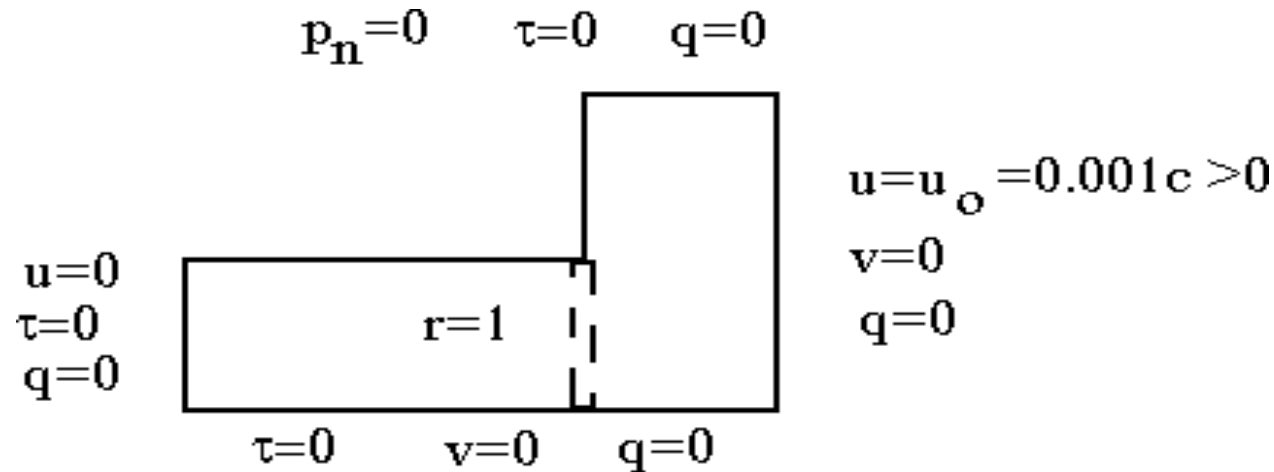
Реализация: в рамках пакета программ "ASTRA".

Основные особенности:

- нестационарная вариационная формулировка Галеркина
- неструктурированные лагранжевы сетки
- неявная схема квазивторого порядка по времени
- квазиньютоновские итерации по нелинейности
- «минимальная» монотонизация при смене знака вторых производных
- трех и четырех-узловые конечные элементы
- все дискретные неизвестные ищутся в узлах сетки
- несогласованная диагональная матрица масс
- метод сопряженных градиентов с предобусловливанием
- шаг по времени ограничен условием точности

Подробная информация имеется на интернет-сайте: ipmnet.ru/~burago

7. Разрушение плоского образца при растяжении



Форма ячеек сетки: , шаг по пространству: 1/15, 1/30, 1/60.

Входные данные: $K_0 = 975$ $\mu_0 = 369$ $c_0 = \frac{K_0 + 4 / 3\mu_0}{\rho_0} = 1$

$\Phi_p = \sigma' : \sigma' - 1$ $c_v = 1$ $k_T = 1$ $\beta = 0.0001$

$K = K_0 e^{-1000\theta}$ $\mu = \mu_0 e^{-1000\theta}$ $\partial_t \theta = H(\Phi_\theta) 1000$ $\Phi_\theta = \varepsilon_{\max} - 10^{-2}$

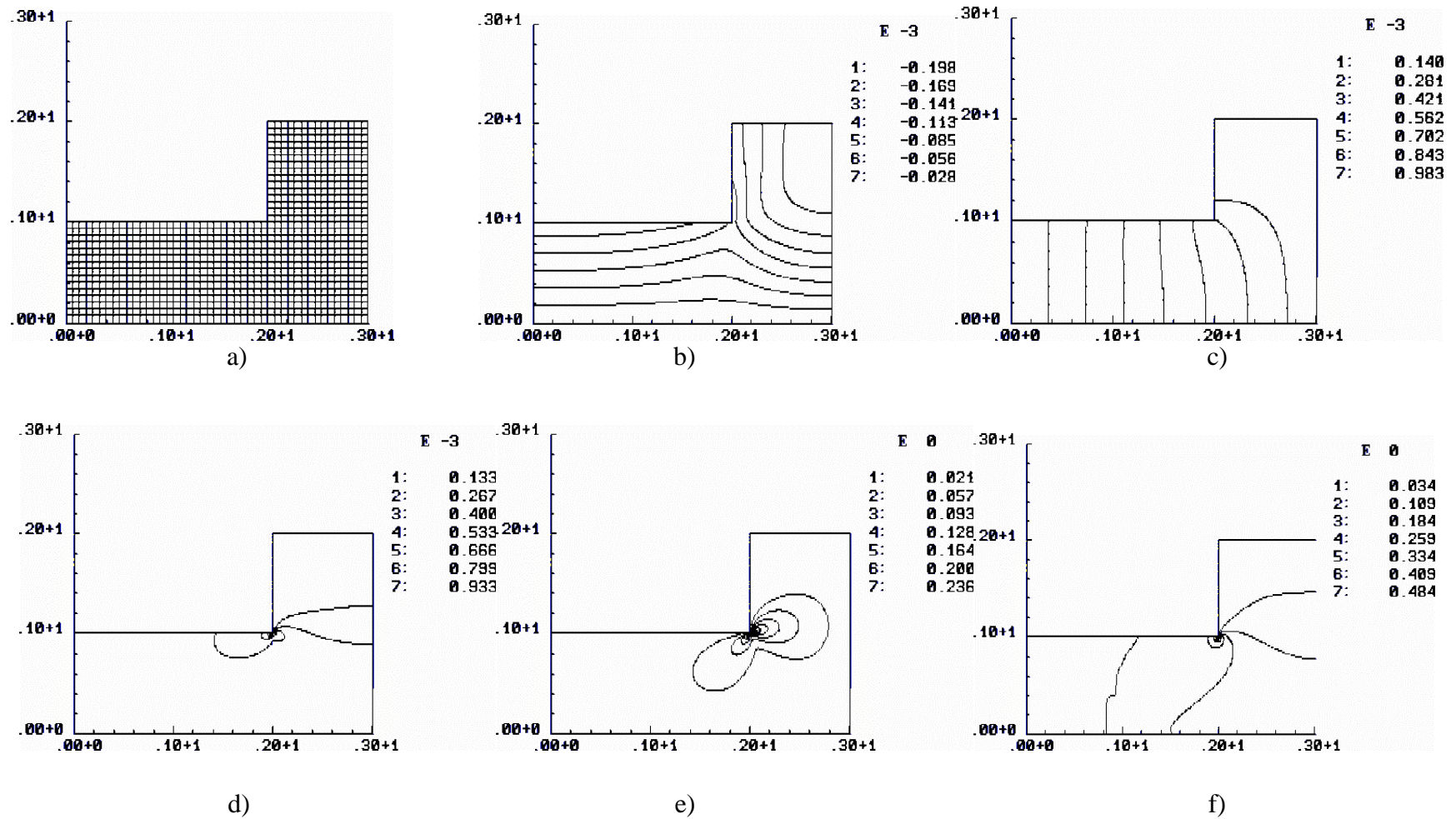


Рис. 1. Начало процесса: сетка (а), горизонтальное перемещение U_z (б), вертикальное перемещение: U_r (с), максимальная главная деформация ϵ_{max} (д), сдвиговое напряжение σ_{rz} (е), среднее напряжение $\sigma \cdot \mathbf{I} / 3$ (ф).

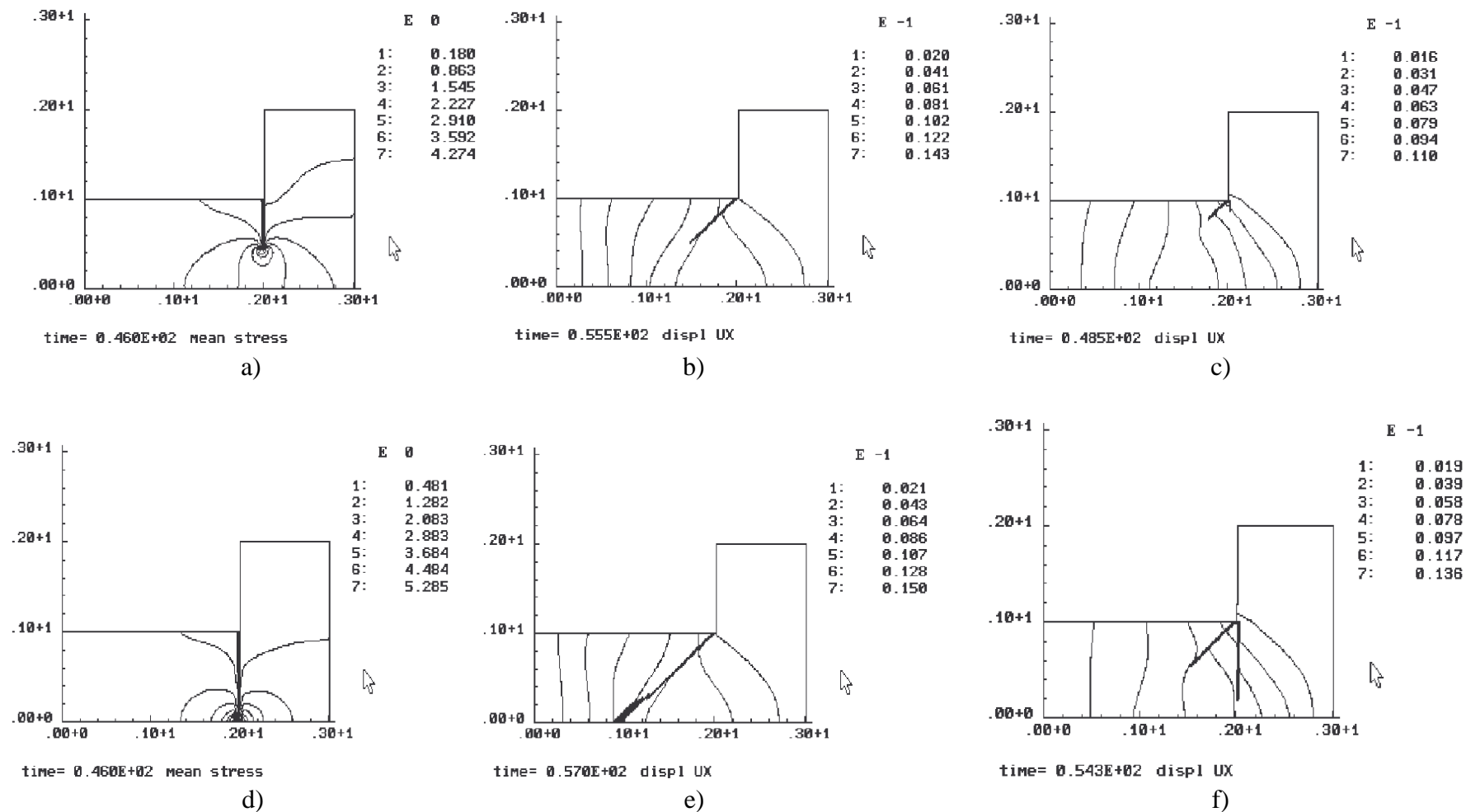


Рис. 2. Моды разрушения для случаев упругого материала (a,d), упругопластического материала (b,e), упругопластического материала при дополнительном нагреве узкой вертикальной зоны под концентратором(c,f).

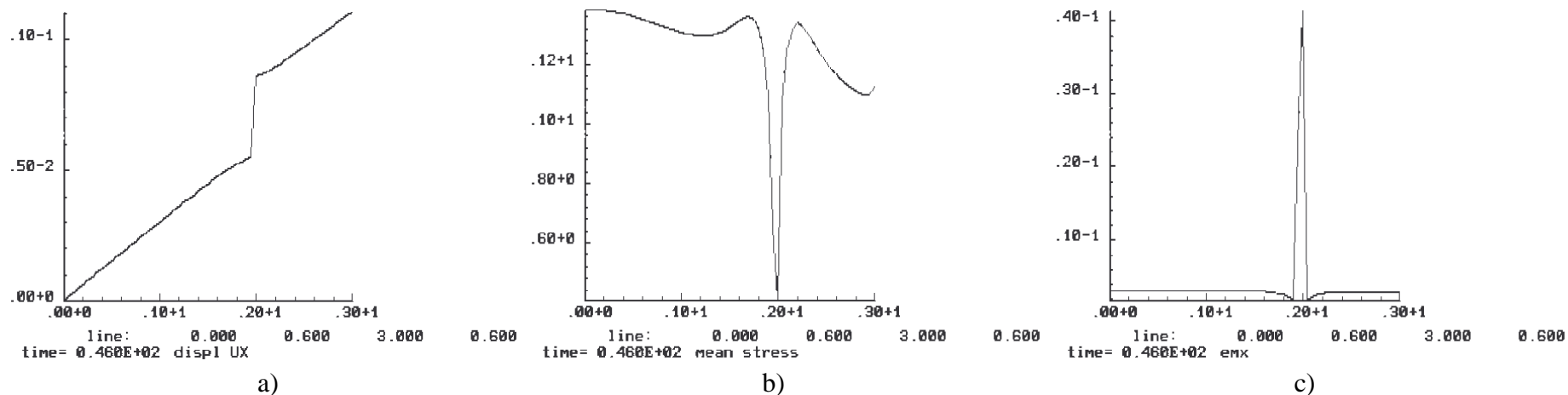


Рис. 3. Типичные графики горизонтального перемещения (а), среднего напряжения (б) и максимальной главной деформации (с) вдоль горизонтальной линии (0,0.6,3,0.6)

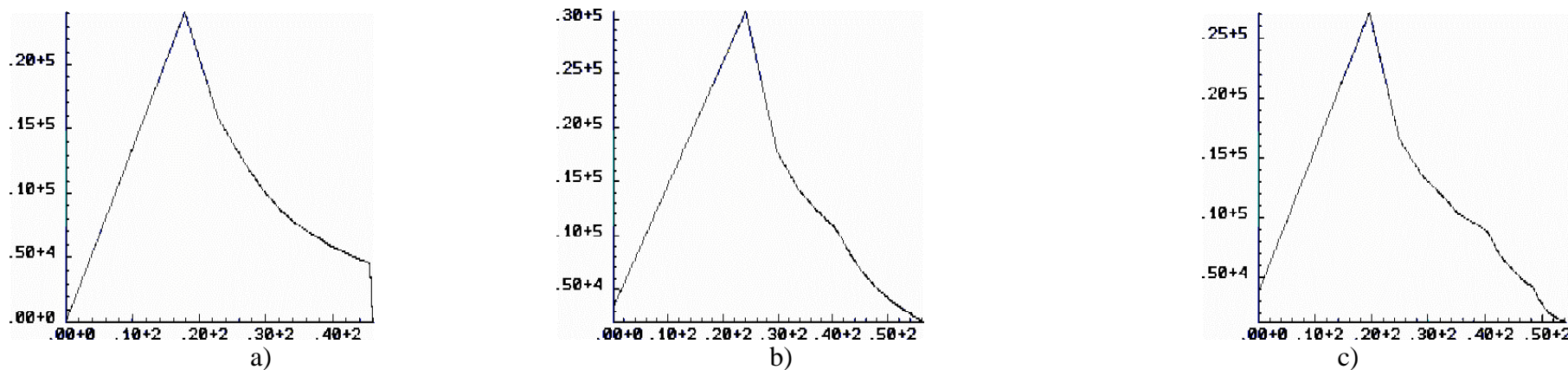


Рис. 4. Эволюция временного шага для трех рассмотренных случаев: от величин в тысячи курантовских временных шагов до очень малых величин, сравнимых с курантовскими шагами, при развитии разрушения и локализации деформаций в узких зонах, моделирующих магичтральные трещины

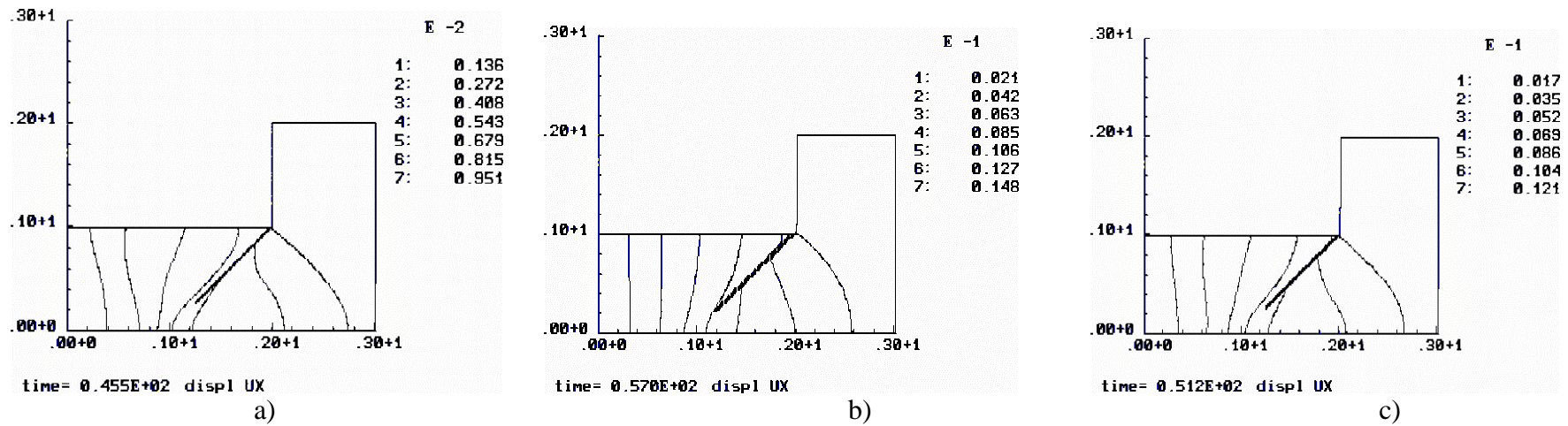


Рис. 5. Зависимость решения от размера ячеек (1/15 (a), 1/30 (b), 1/60 (c)). Магистральная трещина и изолинии горизонтального перемещения показывают сходимость численных решений.

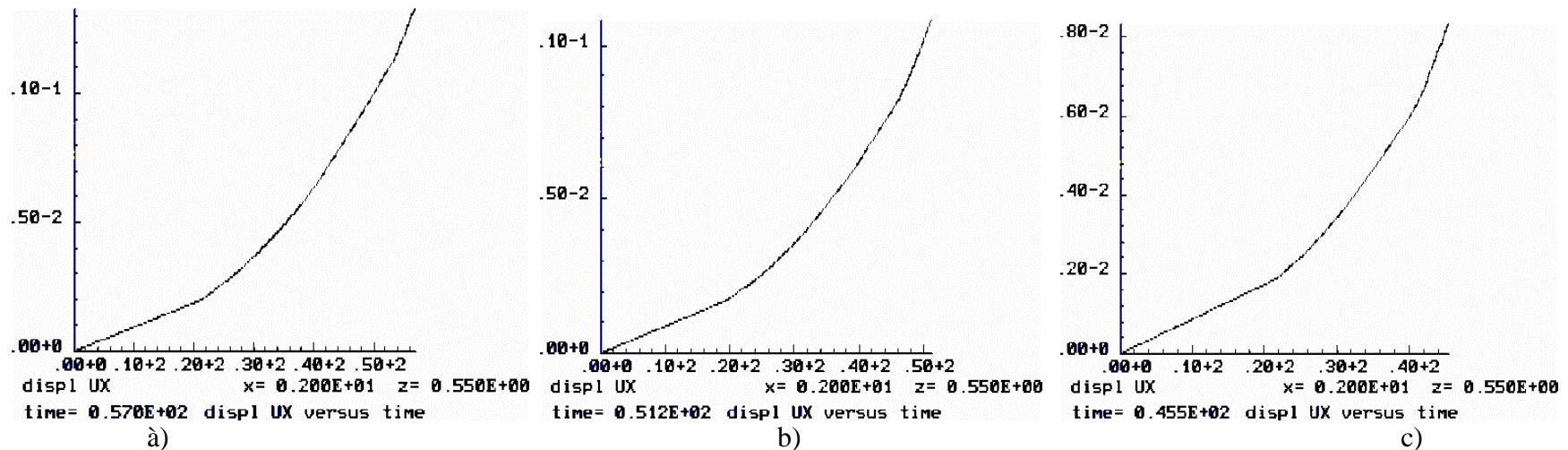
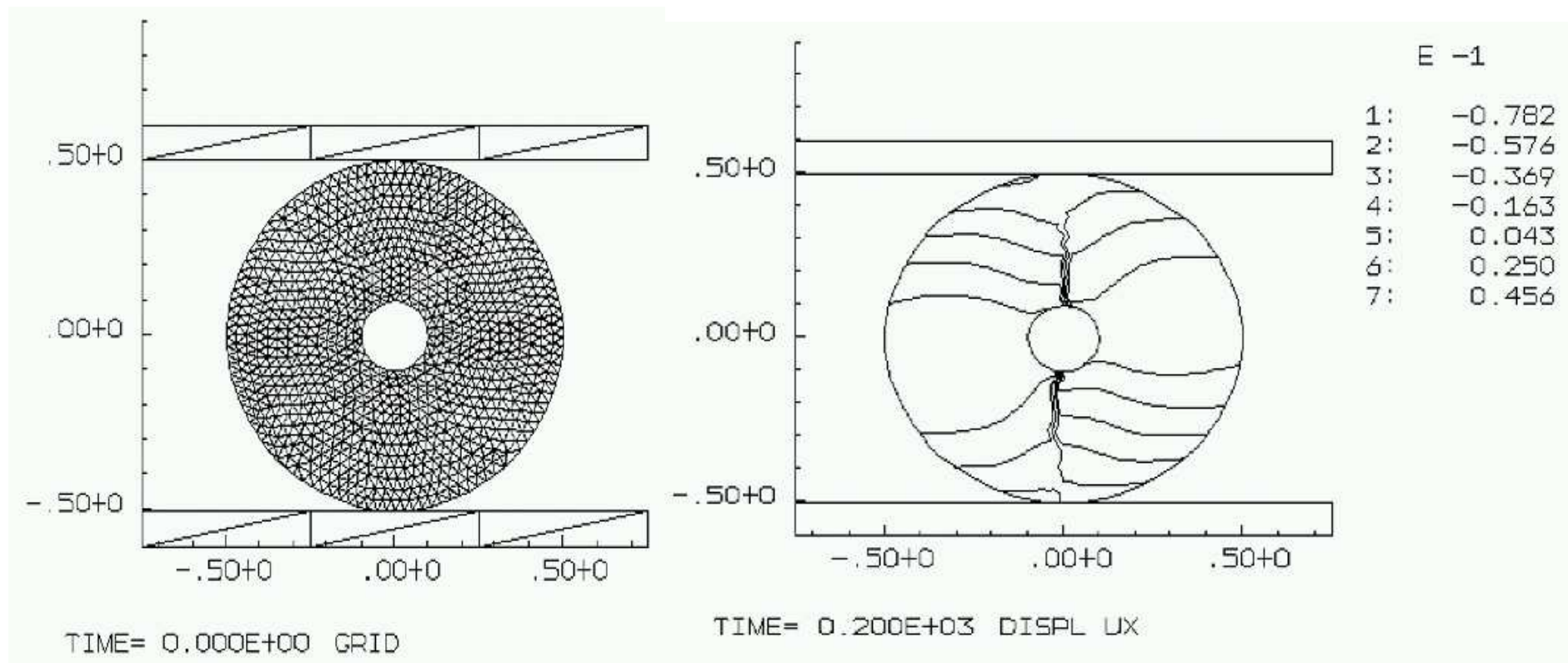


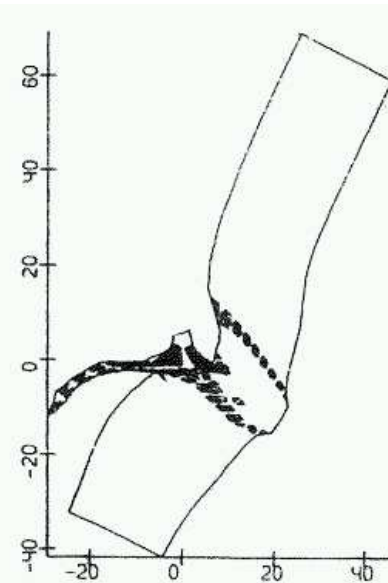
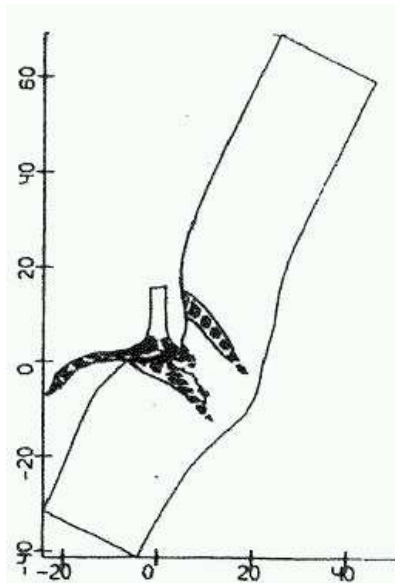
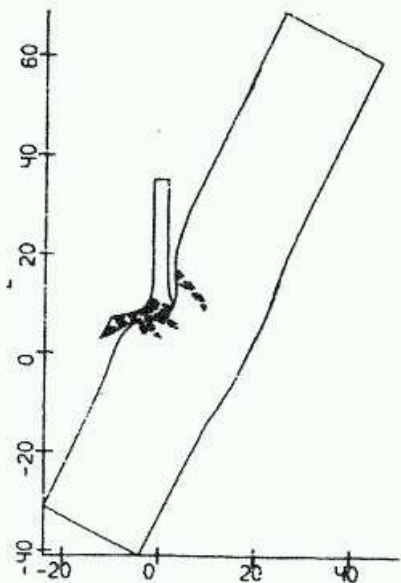
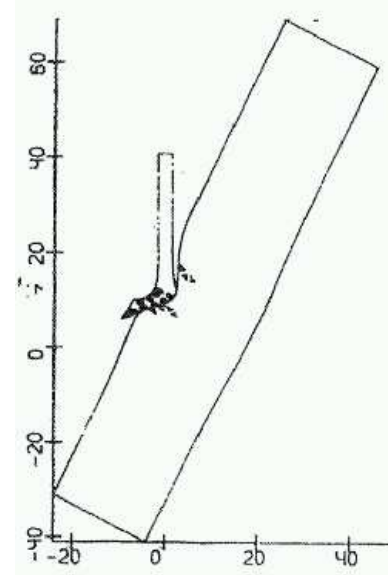
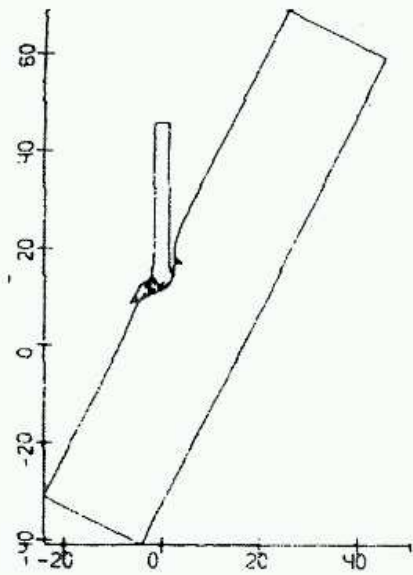
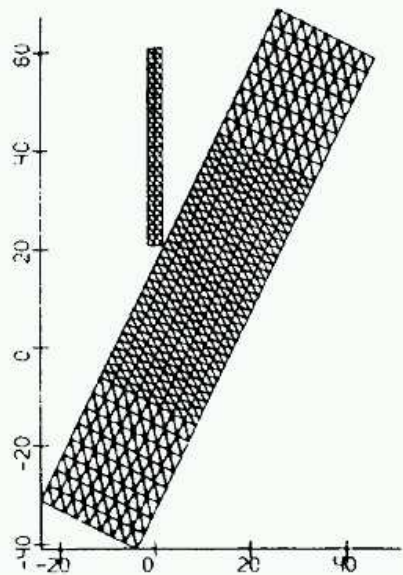
Рис. 6. Зависимость решения от шага сетки (1/15 (a), 1/30 (b), 1/60 (b)). Графики зависимости "горизонтальное перемещение - время" в точке (2.00, 0.55) показывает сходимость численного решения.

8. Разрушение диска при сжатии

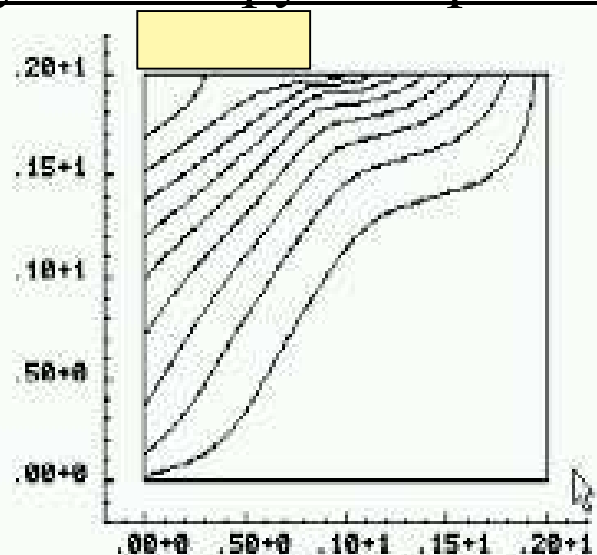


Диск с дыркой сдавливается жесткими штампами без проскальзывания, магистральные трещины развиваются в зоне максимального растяжения.

9. Разрушение упругопластических тел при соударении

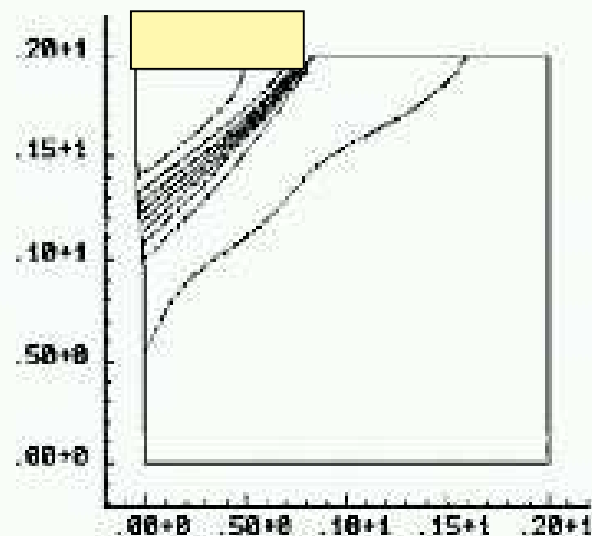


Разрушение грунта при оползне склона под действием веса сооружения



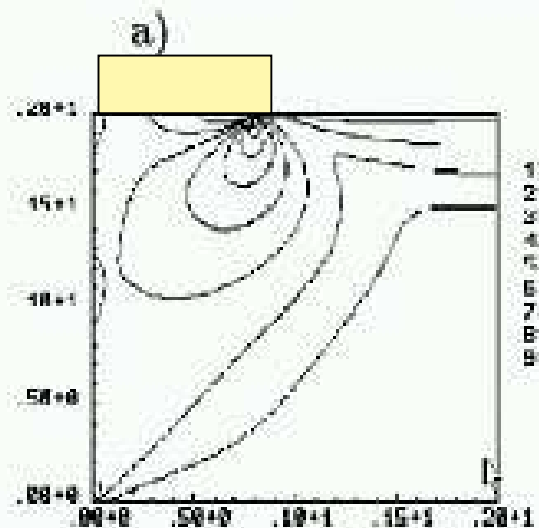
$\sigma - 5$

1:	-0.389
2:	-0.352
3:	-0.304
4:	-0.257
5:	-0.210
6:	-0.162
7:	-0.115
8:	-0.068
9:	-0.021



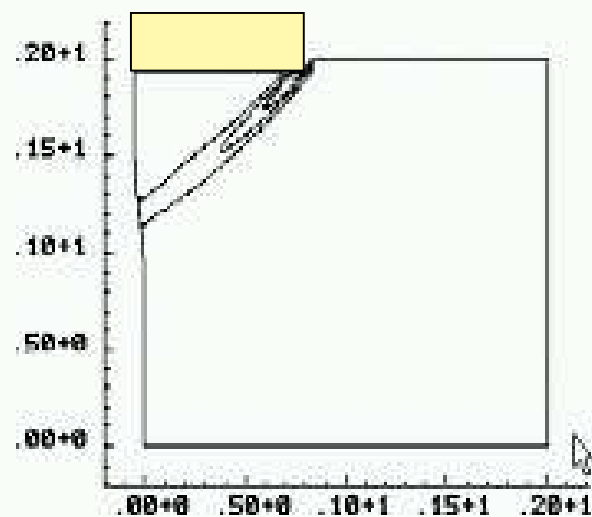
$\sigma - 2$

1:	-0.426
2:	-0.374
3:	-0.323
4:	-0.271
5:	-0.220
6:	-0.169
7:	-0.117
8:	-0.065
9:	-0.014



$\sigma - 3$

1:	0.073
2:	0.157
3:	0.230
4:	0.314
5:	0.393
6:	0.471
7:	0.558
8:	0.628
9:	0.707



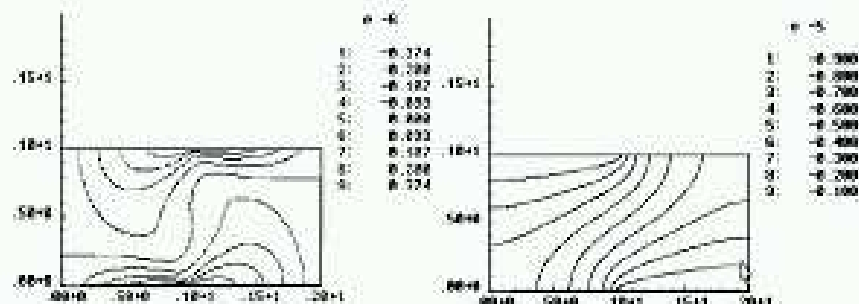
$\sigma - 1$

1:	0.085
2:	0.170
3:	0.255
4:	0.340
5:	0.426
6:	0.511
7:	0.596
8:	0.681
9:	0.766

в)

г)

Разрушение алюминиевого листа при разрезании



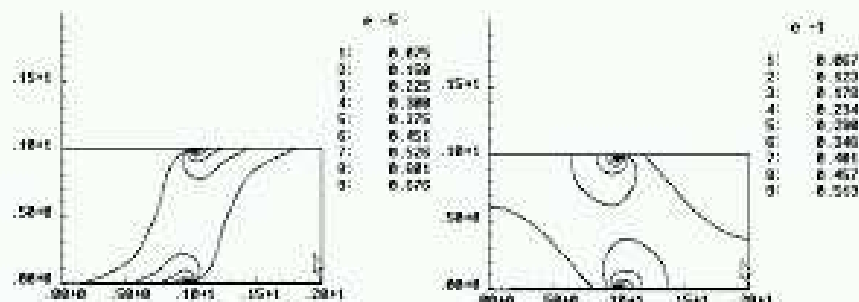
а)

б)



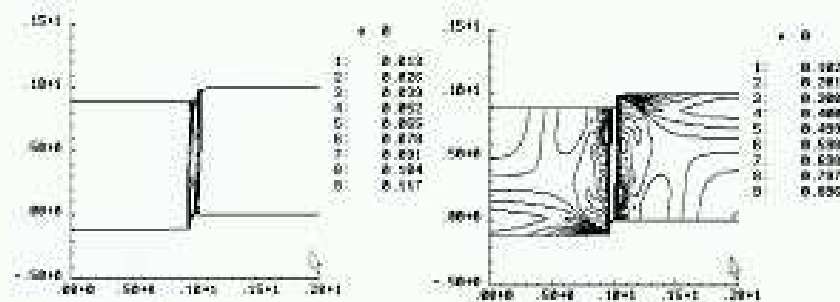
а)

б)



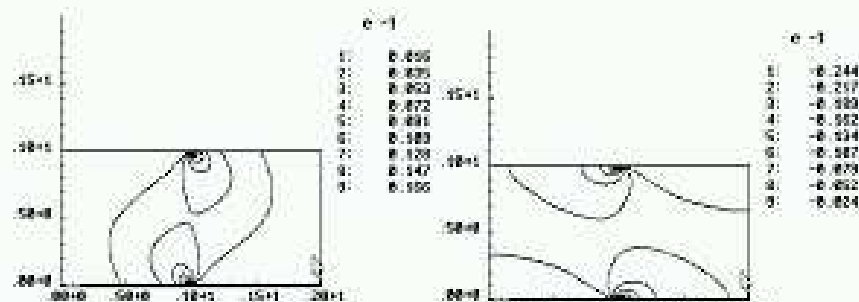
а)

б)



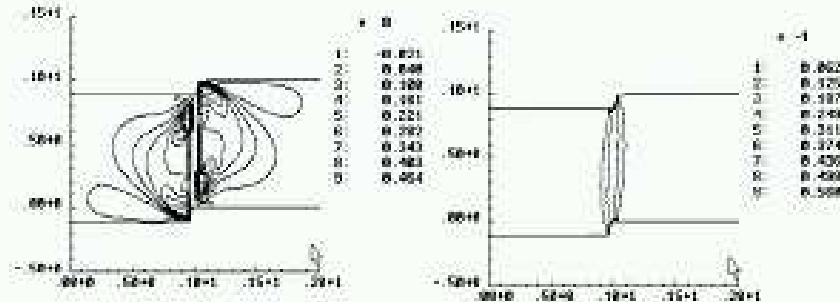
а)

б)



а)

б)

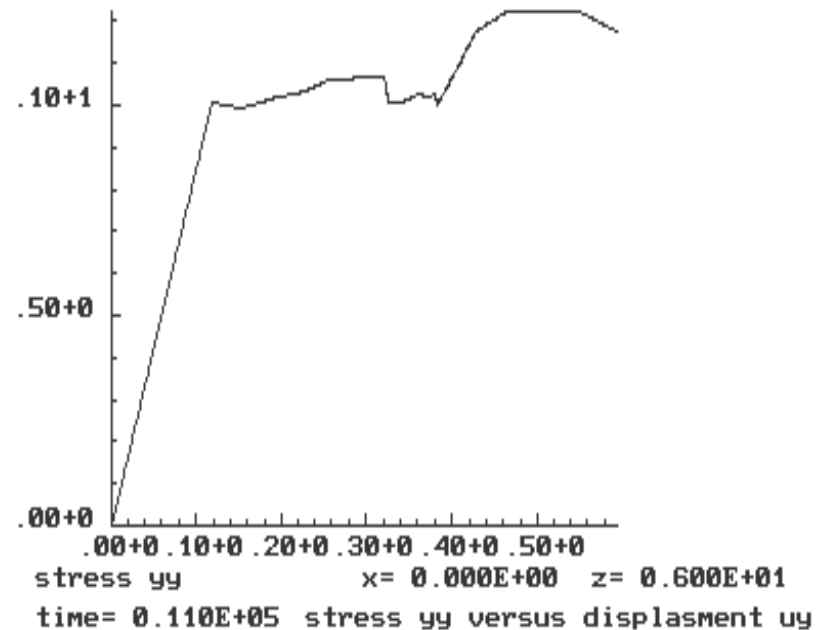
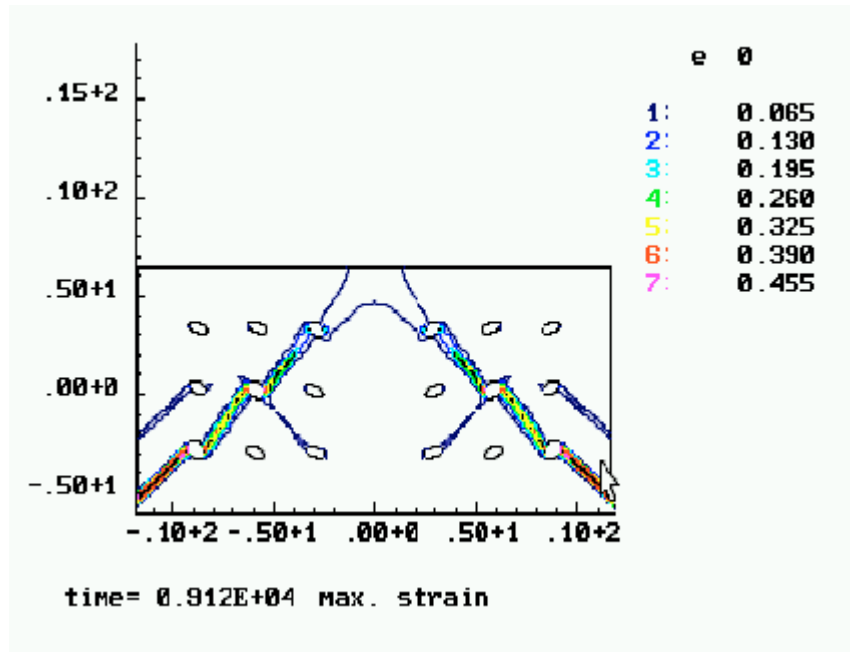


а)

б)

Расчет разрушения образца с учетом взаимодействия макро-дефектов (эллиптических пор) и микро-дефектов:

- микропор (объемная пластическая деформация),
- дислокаций (девиатор пластических деформаций),
- микротрещин (повреждаемость)



- изотропная упругость, ассоциированный закон течения и условие пластичности Гарсона, критерий разрушения по максимальной главной деформации, постоянная скорость роста поврежденности, резкий спад величины модулей упругости с ростом поврежденности.

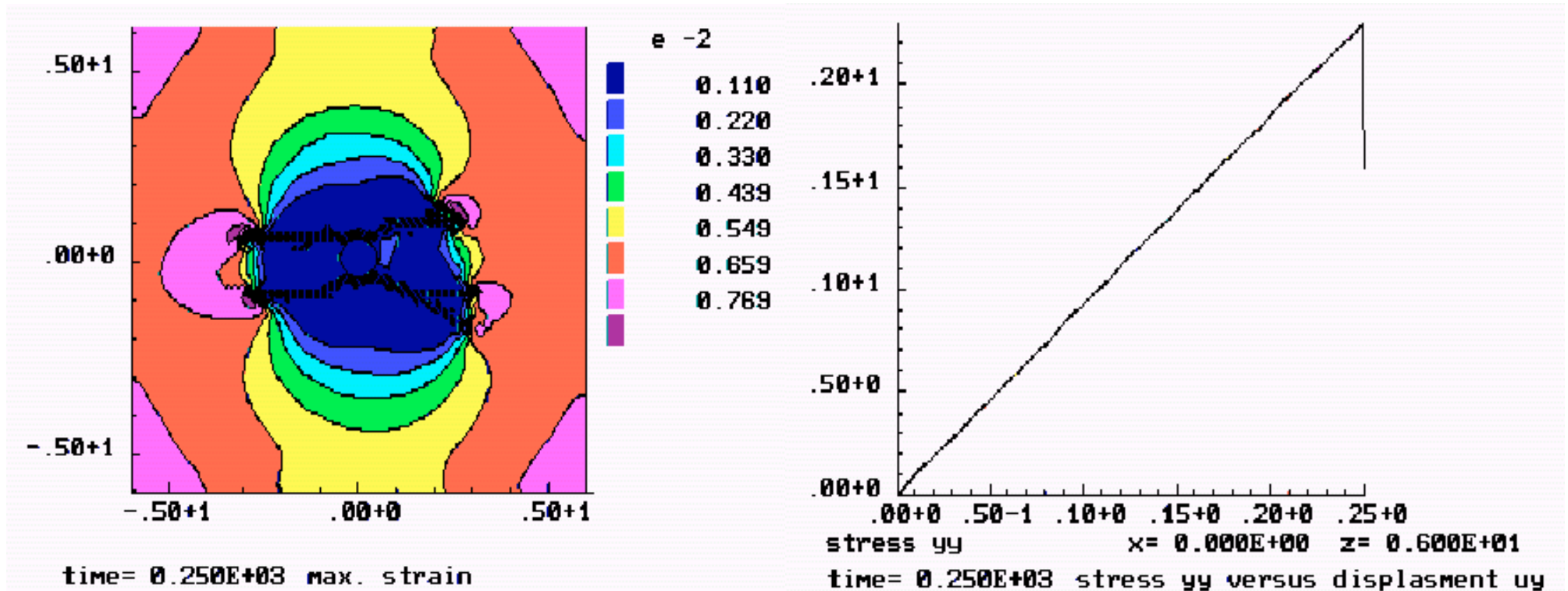


Рис. 1. Картина разрушения при наличии круглого жесткого включения. Черные узкие зоны показывают развивающиеся макро-трещины. Цветные зоны показывают величину деформации $\epsilon_x + \epsilon_y$. Правый график показывает зависимость напряжения σ_y от перемещения U_y в точке $(x=0, y=6)$.

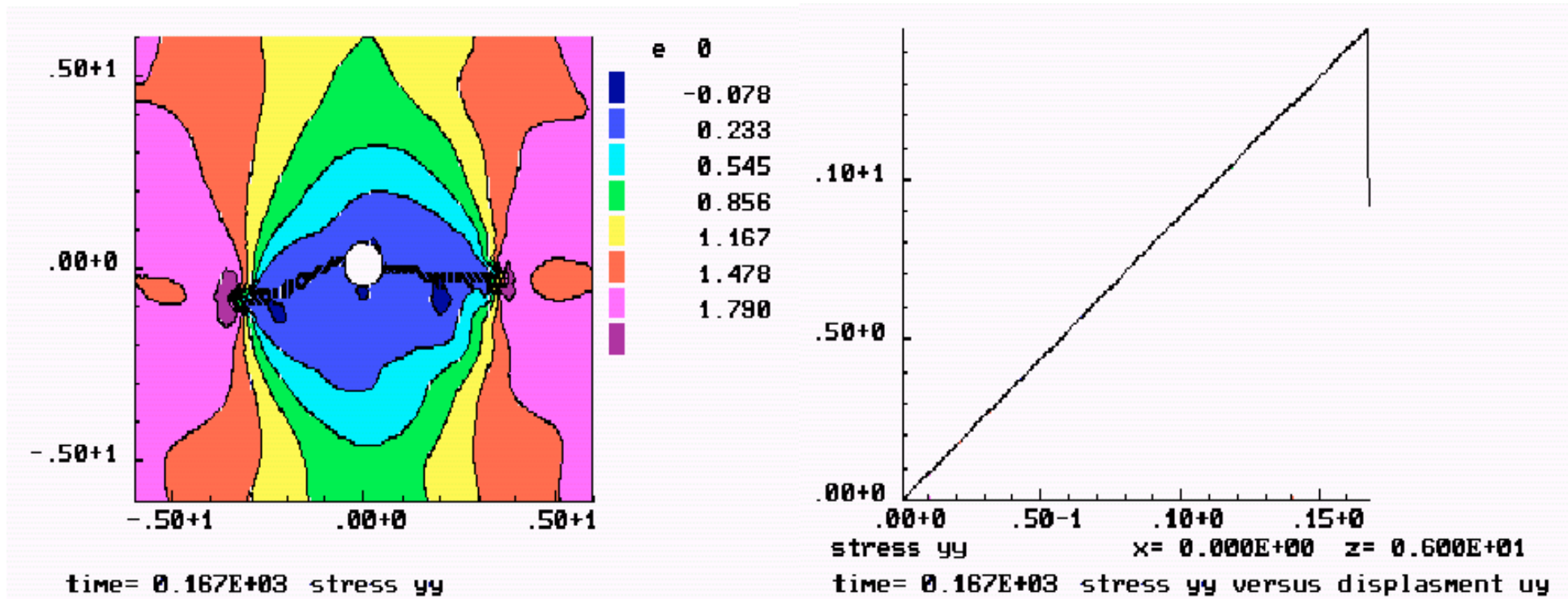


Рис. 2. Картина разрушения при наличии круглой поры. Черные узкие зоны показывают развивающиеся макро-трещины. Цветные зоны показывают величину деформации $\epsilon_x + \epsilon_y$. Правый график показывает зависимость напряжения σ_y от перемещения U_y в точке $(x=0, y=6)$. В обоих случаях, показанных на Рис. 1 и 2 материал был упругим.

Пояснение: Различие картин разрушения объясняется разным характером концентрации деформаций около поры и около жесткого включения, что видно из Рис. 3.

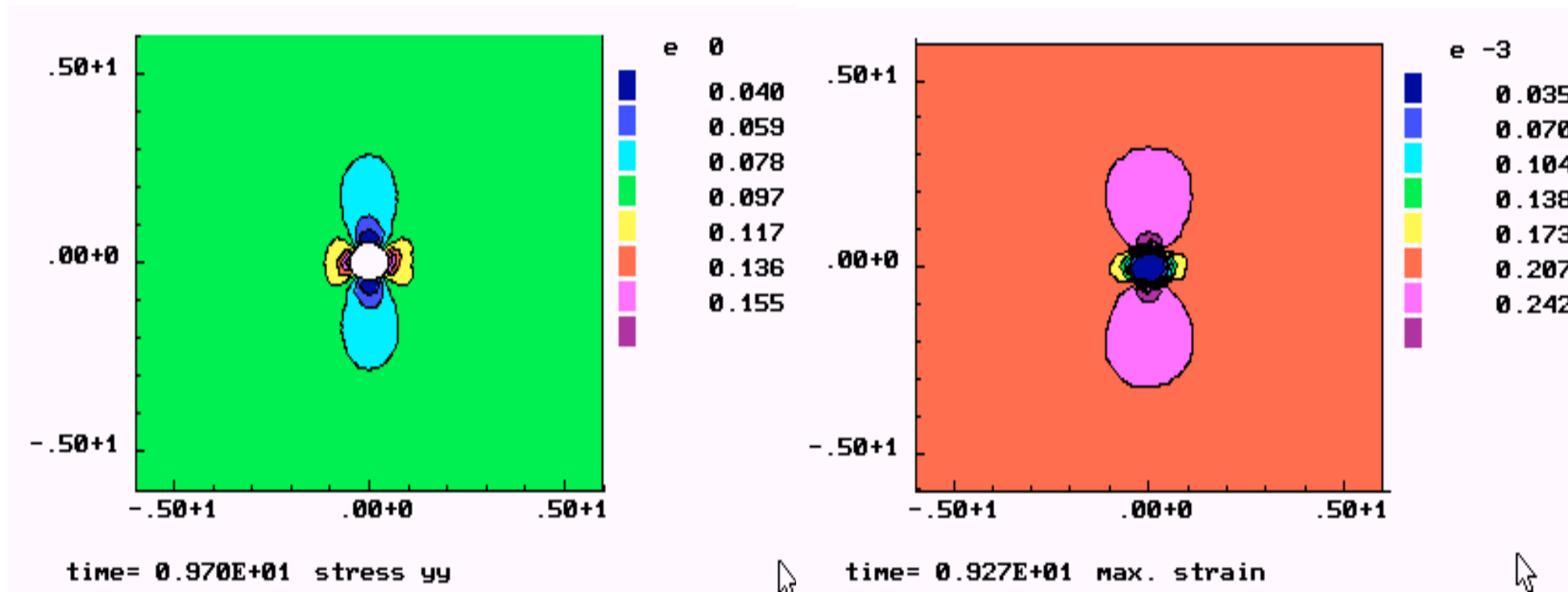


Рис. 3. Картина концентрации деформаций около поры (слева) и около жесткого включения (справа). Максимальной деформации соответствует темно-сиреневый цвет.

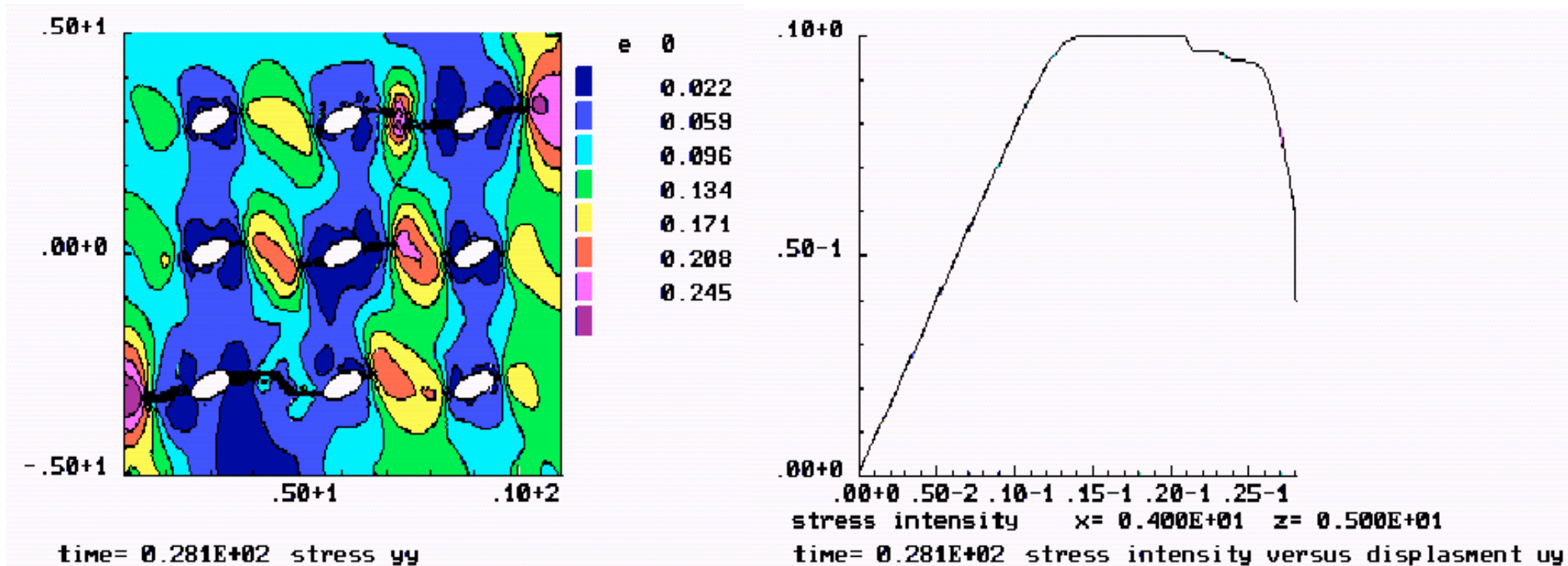


Рис. 4. Разрушение пластинки с овальными порами, ориентированными под углом 30° . Показаны зоны разрушения, распределение напряжений σ_{yy} (а) и рассчитанная диаграмма деформирования (б).

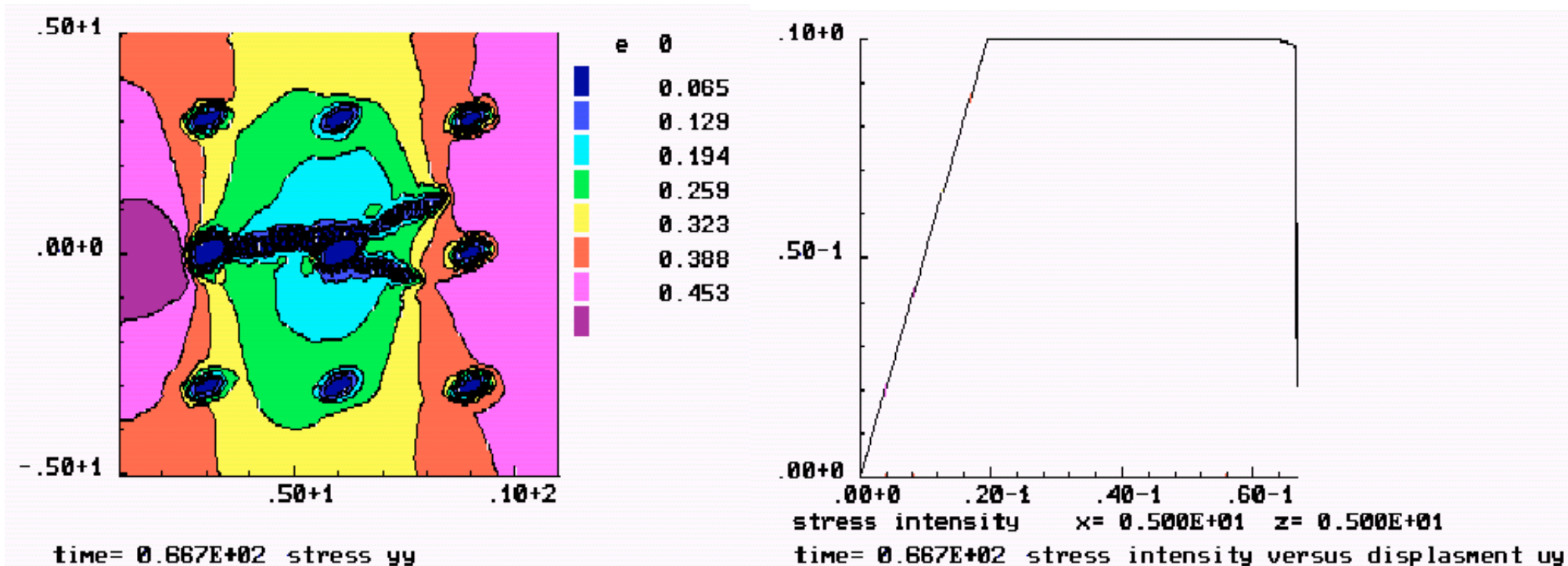


Рис. 5. Разрушение пластинки с овальными жесткими включениями, ориентированными под углом 30° . Показаны зоны разрушения и распределение напряжений σ_{yy} (а) и рассчитанная диаграмма деформирования (б). Сетка содержала 2100 ячеек.

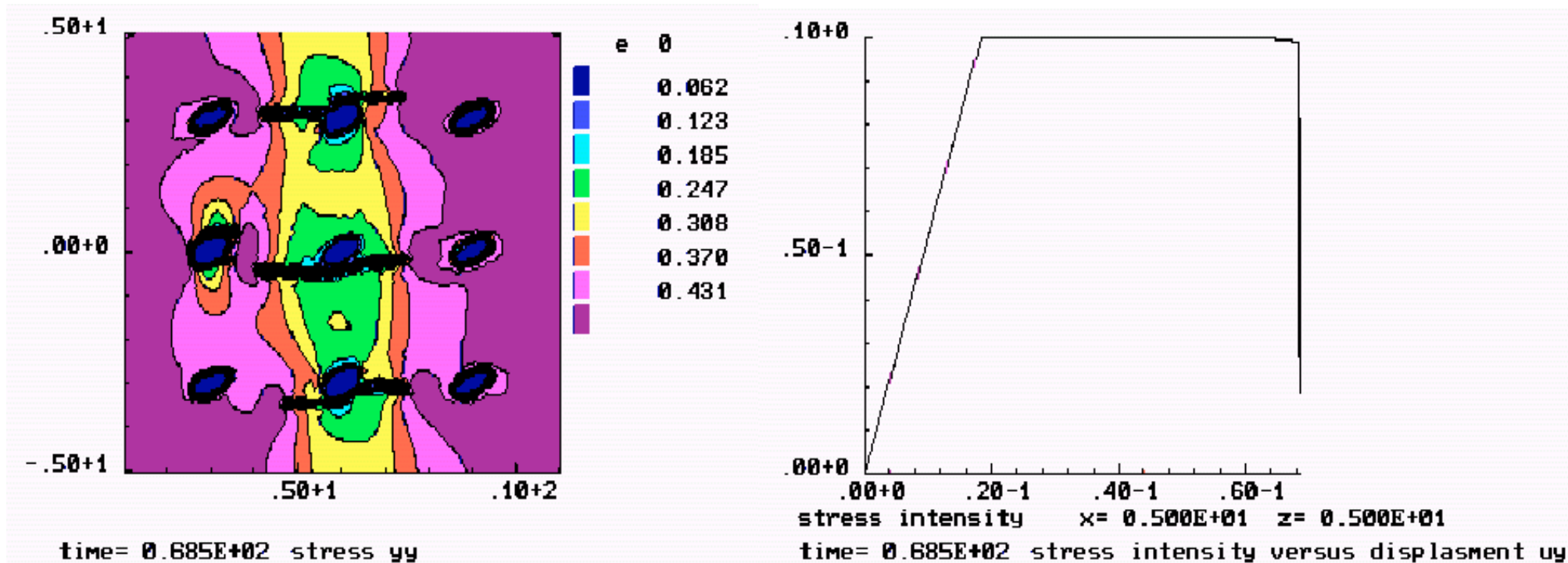
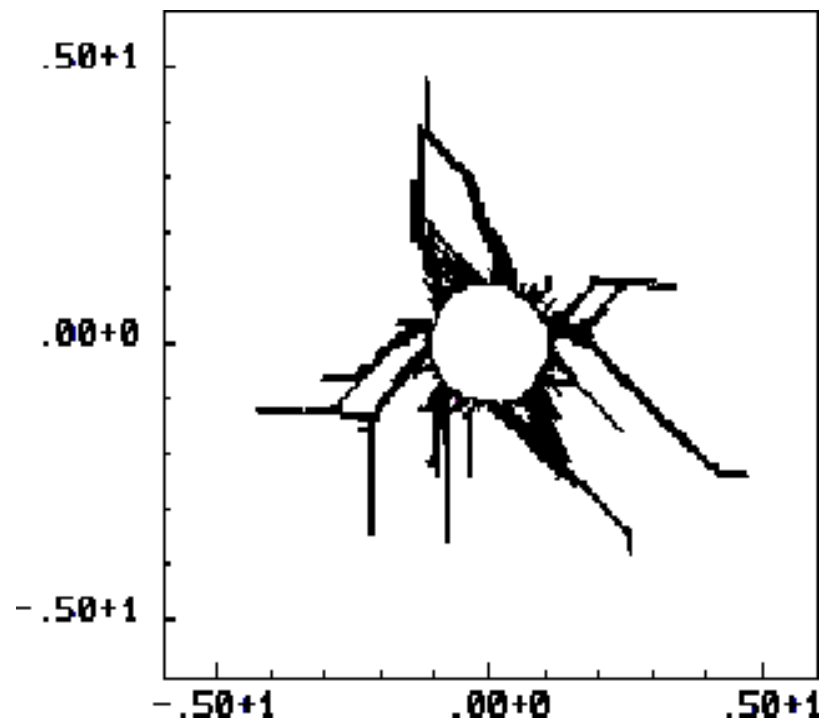
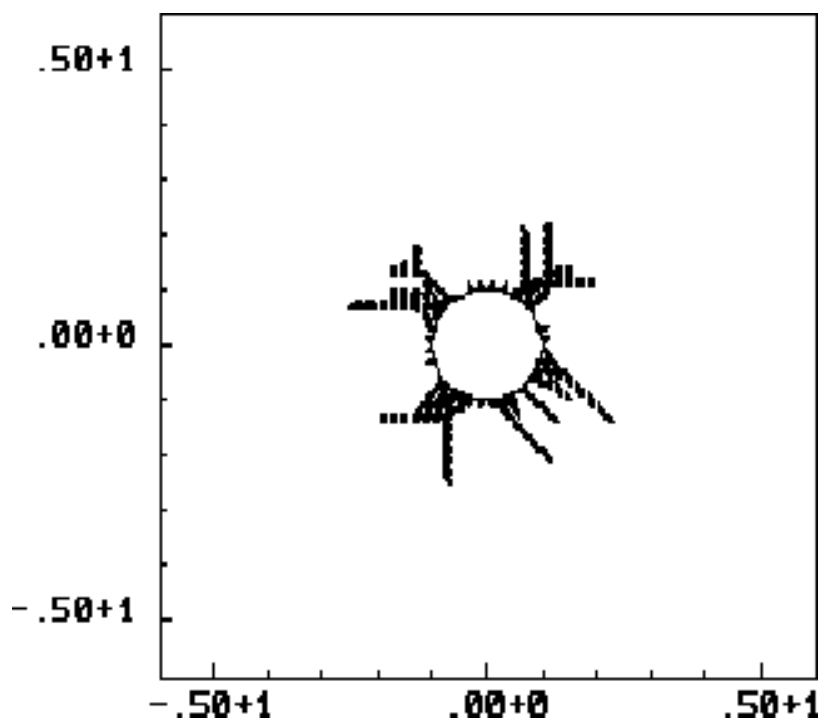
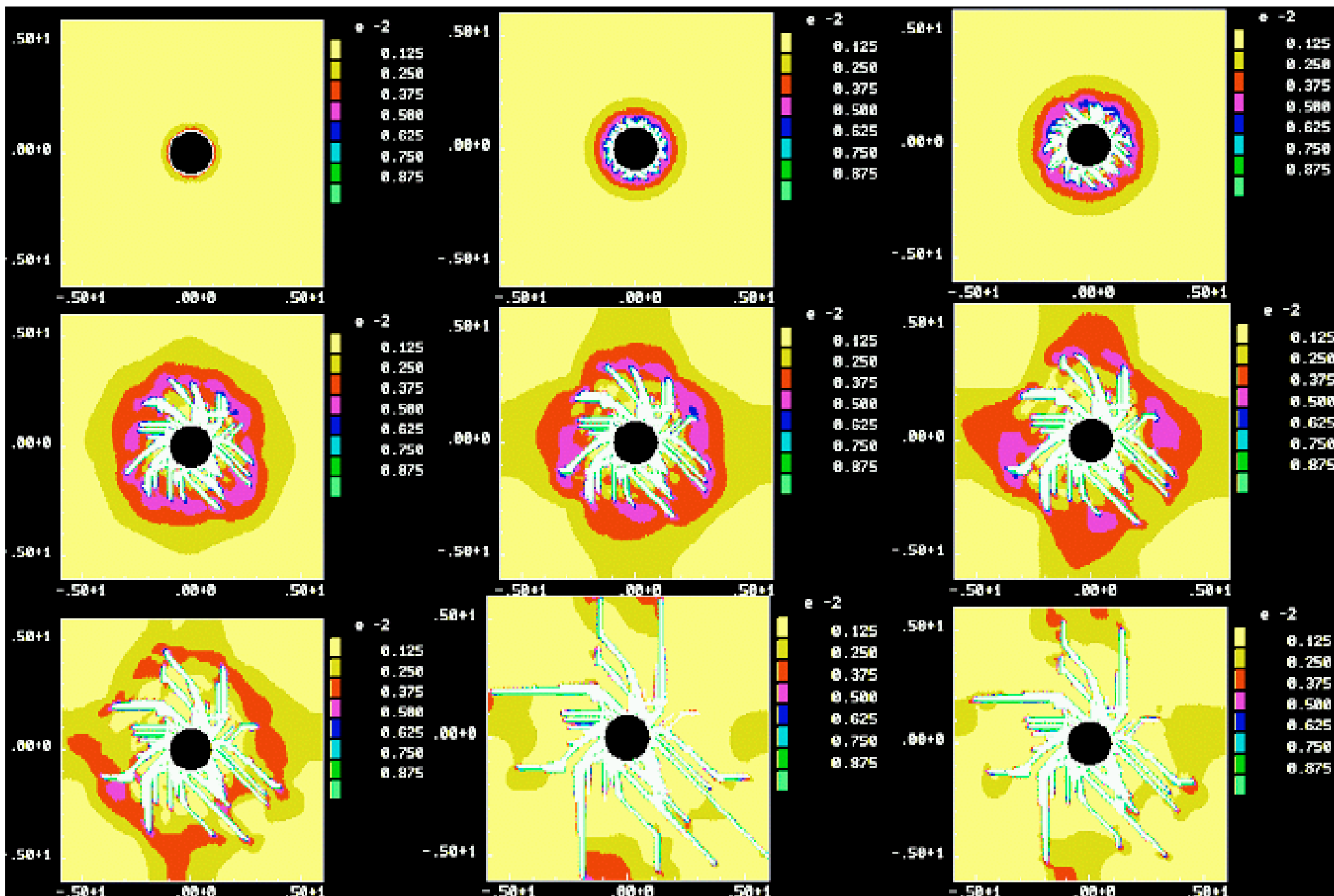


Рис. 6. Разрушение поастинки с овальными жесткими включениями, ориентированными под углом 30° . Показаны зоны разрушения и распределение напряжений σ_{yy} (а) и рассчитанная диаграмма деформирования (б). Решение на измельченной сетке 8400 ячеек Диаграммы деформирования (интегральная характеристика процесса) практически совпадают, хотя детали картин разрушения отличны (локальные особенности процесса).

Разрушение в стохастически неоднородном горном массиве в окрестности скважины при действии внутреннего давления



Разброс значений предела прочности 5% (слева) и 20% (справа).



Развитие трещин гидроразрыва пласта

7. Заключение и перспектива

Следующие особенности теоретической модели представляются важными:

- формулировка критерия разрушения в терминах коэффициентов концентрации полной деформации (так как деформация не корректируется в большинстве моделей в отличие от напряжений, предела текучести и модулей упругости).
- быстрая потеря сопротивления при накоплении поврежденности для обеспечения локализации зон разрушения в виде контактных разрывов.
- минимальное сглаживание (особенно вблизи “магистральных трещин”) для устранения мелкомасштабных осцилляций численных решений.
- сопротивление разрушенного материала сжатию для предотвращения счетного выворачивания ячеек в сеточных методах.
- учет сил инерции независимо от скорости изменения внешних нагрузок для сохранения корректности начально-краевых задач при фрагментации.
- контроль точности путем ограничения расчетных приращений деформации необходим вследствие широкого диапазона возможных скоростей процесса разрушения независимо от скорости изменения внешних нагрузок.

Вопросы для будущих исследований

ПРОБЛЕМА УСТОЙЧИВОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Оптимизация численных моделей

Сравнение различных подходов к описанию разрушения

теория поврежденности

градиентные теории

упруговязкопластическая модель

Выбор параметра поврежденности

Выбор критерия разрушения

Роль кинетики разрушения

Зависимость свойств упругости от поврежденности

РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ О РАЗРУШЕНИИ

ТАРИРОВКА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАМ

КОНЕЦ