

## ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСИ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ КРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ БРИДЖМЕНА С ПОГРУЖЕННЫМ НАГРЕВАТЕЛЕМ

*Н.Г. Бураго<sup>1</sup>, А.А. Пунтус<sup>2</sup>, А.И. Федюшкин<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия,*

<sup>2</sup> *Московский авиационный институт, Москва, Россия*

Данная работа посвящена численному исследованию влияния вращения тигля и погруженного нагревателя на распределение легирующего галлия в кристаллах германия, выращиваемых методом Бриджмена с погруженным нагревателем [1,2]. Нестационарное течение расплава описывается уравнениями Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска:

$$\partial u / \partial r + u / r + \partial w / \partial z = 0, \quad \rho_0 du / dt = -\partial p / \partial r + \mu(\Delta u - u / r)$$

$$\rho_0 dv / dt + \frac{\rho_0 uv}{r} = \mu(\Delta v - v / r^2), \quad \rho_0 dw / dt = -\partial p / \partial z + \mu\Delta w - \rho_0 g \beta T$$

$$dT / dt = k_T \Delta T, \quad dC / dt = k_C \Delta C, \quad d / dt = \partial / \partial t + u \partial / \partial r + w \partial / \partial z$$

где использованы традиционные обозначения. Граничные условия приняты в виде:

$$r = 0, 0 \leq z \leq H : u = 0, v = 0, \partial w / \partial r = 0, \partial T / \partial r = 0, \partial C / \partial r = 0;$$

$$0 \leq r \leq R, z = 0 : u = 0, v = 0, w = -V_s, T = T_m, k_C \partial C / \partial z = V_s C (1 - k_0);$$

$$r = R, 0 \leq z \leq h : u = 0, v = 2\pi R \Omega_{CR}, w = 0, \partial T / \partial r = 0, \partial C / \partial r = 0;$$

$$r = R, h < z \leq H : u = 0, v = 2\pi R \Omega_{CR}, w = 0, T = T_{CR}(z), \partial C / \partial r = 0;$$

$$(r, z) \in S_{SH} : u = 0, v = 2\pi R \Omega_b, w = 0, T = T_{SH}(r, z, t), \partial C / \partial n = 0;$$

$$0 \leq r \leq R, z = H : u = 0, \partial v / \partial z = 0, \partial w / \partial z = 0, T = T_Z, C = C_{02}.$$

Начальные условия приняты в виде:

$$t = 0, 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq h : u = 0, v = 0, w = -V_s, T = T_m, C = C_{01}$$

$$t = 0, 0 \leq r \leq R, h < z \leq H : u = 0, v = 0, w = -V_s, T = T_m, C = C_{02}$$

Отметим, что скорость роста кристалла считается постоянной  $V_s$  (порядка 1 см/час),

$T_m = 937^\circ\text{C}$  - температура плавления германия,  $C$  - концентрация примеси галлия,  $\Omega_{CR}$  и

$\Omega_b$  - заданные скорости вращения тигля и погруженного нагревателя,  $\mu, k_T, k_C$  - коэффициенты вязкости, теплопроводности и диффузии,  $\beta$  - коэффициент сил плавучести.

Величины с индексами в правых частях граничных и начальных условий полагаются заданными. Подробнее постановка данной задачи и метод решения описаны в работах

[2-5]. Область решения показана на рис. 1-2, где  $R=3.36\text{см}$  – радиус тигля,  $\delta=0.1\text{см}$  – размер зазора,  $h=0.8\text{см}$ ,  $S_{SH}$  – область погруженного нагревателя, отмеченная цифрой 1 на рис.2. Влияние вращения тигля на картину линий тока видно на рис. 3.

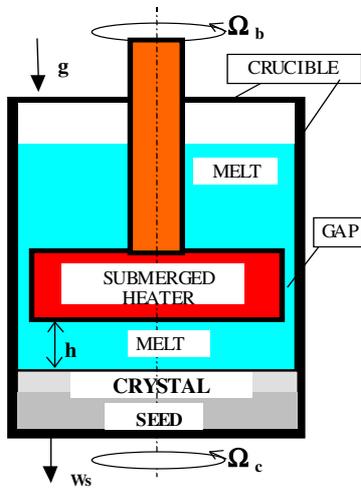


Рис.1. Схема выращивания кристаллов по методу Бриджмена с погруженным нагревателем.

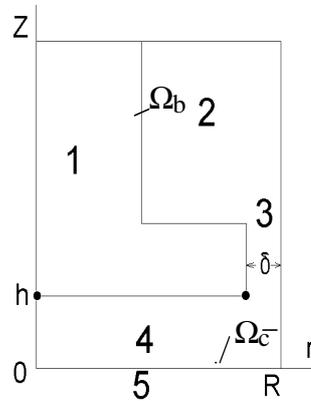


Рис.2. Схема расчетной области в 2D осесимметричной математической модели.

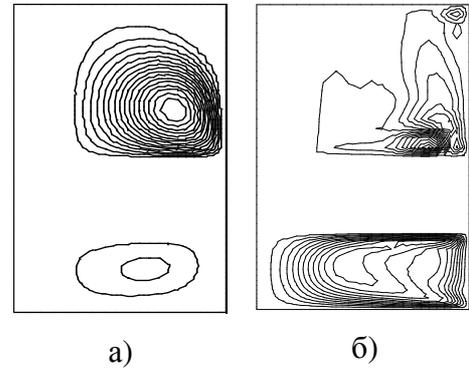


Рис.3. Изолинии функции тока а) без вращения, б) с вращением погруженного нагревателя  $\Omega_b = 0.3117\text{rps}$ .

Уравнения Навье-Стокса решались безматричным методом конечных элементов с кусочно-линейной аппроксимацией решения на треугольных конечных элементах и с коррекцией вязкости по методу Самарского.

Результаты моделирования представлены на рис.3-7. На рис. 3 представлены изолинии функции тока для двух случаев: с вращением и без вращения погруженного нагревателя. Данные результаты показывают влияние вращения на характер течения в расплаве. Влияние вращений тигля и погруженного нагревателя на распределение примеси в кристалле показано в виде изолиний концентраций на рис.4-7.

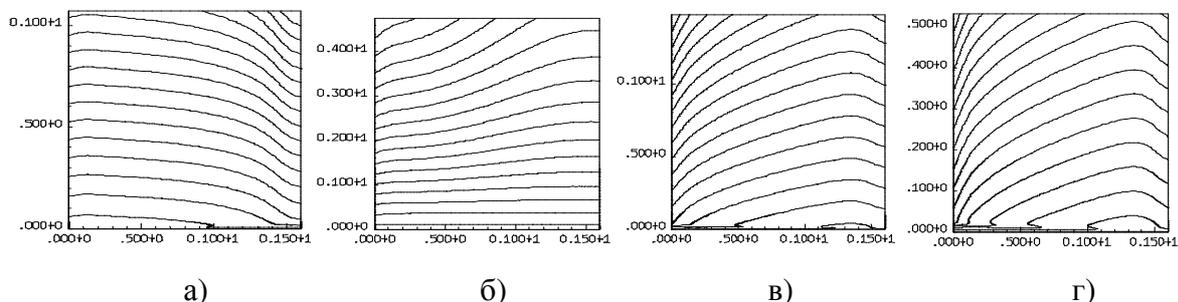


Рис. 4. Изолинии концентрации примеси в кристалле без вращений тигля и погруженного нагревателя для земных условий (а) и невесомости (б). Влияние вращения погруженного нагревателя  $\Omega_b = 0.05\text{ rps}$  для земных условий (в) и невесомости (г)

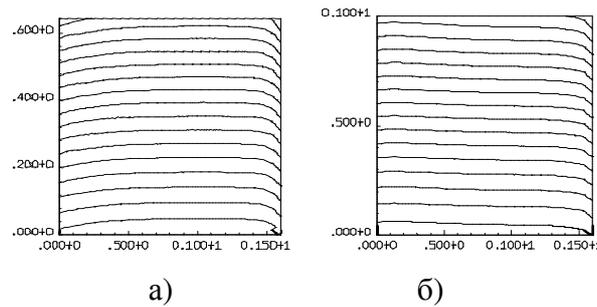


Рис.5. Изолинии концентрации примеси в кристалле при вращении тигля и погруженного нагревателя в земных условиях: а) – при  $\Omega_b = 0.05 \text{ rps}$  и  $\Omega_c = 0.3117 \text{ rps}$ ; б) -  $\Omega_b = -0.05 \text{ rps}$  и  $\Omega_c = 0.3117 \text{ rps}$ .

Результаты моделирования показывают, что в земных условиях наиболее однородное распределение примеси в кристалле получается при противовращении тигля и погруженного нагревателя (рис. 6б).

#### Список литературы.

1. Бурого Н.Г., Полежаев В.И., Федюшкин А.И., Голышев В.Д., Гоник М.А., Цветовский В.Б. Экспериментальное и математическое исследование распределения примеси при выращивании монокристаллов в условиях осевого теплового потока (ОТФ1а -метод). Труды второго российского симпозиума "Процессы теплопереноса и рост монокристаллов и тонкопленочных структур". Обнинск. Россия. 1997. С.47-60.
2. Fedyushkin Alexey, Bourago Nicolai, Polezhaev Vadim, Zharikov Evgenii, "The influence of vibration on hydrodynamics and heat-mass transfer during crystal growth", J. of Crystal Growth. 2005. V. 275. N. 1-2. P. e1557 - e1564.
3. Федюшкин А.И. Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости. Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сборник трудов Международной научно-технической конференции, Воронеж, 18-20 декабря 2017 г. - Воронеж: Издательство «Научно-исследовательские публикации», 2017. С.1363-1371.
4. Федюшкин А.И. Влияние управляемых вибраций на пограничные слои в расплаве при выращивании монокристаллов. В кн.: Труды X Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 26-29 сентября 2016 г.- Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», 2016. С. 756-765.
5. Пунтус А.А., Федюшкин А.И. Особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости. Сборник тезисов 16-й Международной конференции (20-24 ноября 2017 года. Москва). — М.: Люксор, 2017. С. 408.