

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский авиационный институт»  
Национальный исследовательский университет

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический  
университет имени Н.Э. Баумана»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Научный совет РАН по комплексной проблеме «Механика»

Научный совет РАН по механике деформируемого твердого тела

**МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**«XLVII ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ»**

**20-23 апреля 2021**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

**СЕКЦИИ**

**Механика и моделирование материалов и технологий**

**МОСКВА, 2021**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский авиационный институт»  
Национальный исследовательский университет**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический  
университет имени Н.Э. Баумана»**

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН**

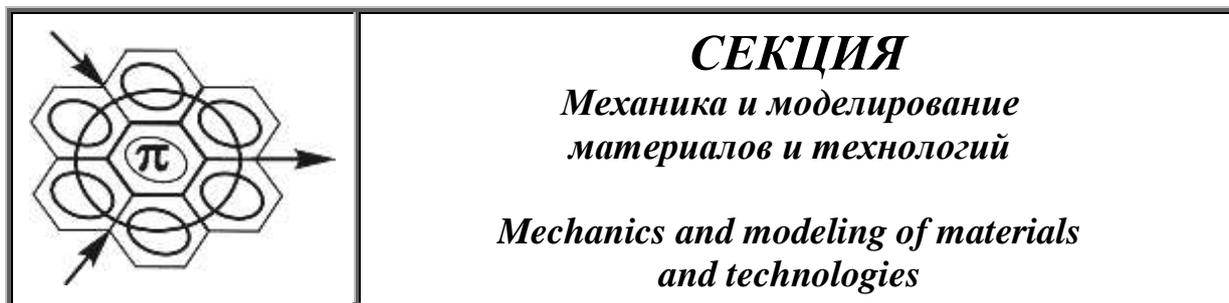
Механика и моделирование материалов и технологий. Сборник трудов Секции  
Международной молодёжной научной конференции «XLVII Гагаринские чтения»  
20-23 апреля 2021, Москва, ИПМех РАН, 2021.-164 с.

Сборник содержит материалы докладов, представленных на заседаниях Секции  
Механика и моделирование материалов и технологий Международной молодёжной  
научной конференции " XLVII Гагаринские чтения".

**ISBN 978-5-91741-261-0**

**055(02)2** © Институт проблем механики РАН 2021 г.

**МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ  
«XLVII ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ»**



**Руководители секции:** Климов Дмитрий Михайлович, г.н.с. лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН, Академик РАН

Беклемишев Нил Нилович, зав. кафедрой «Физика конструкционных материалов» МАИ, Заслуженный деятель науки РФ, проф., д.ф.-м.н.

**Учёный секретарь:** Лямина Елена Алексеевна  
с.н.с. ИПМех РАН, к.ф.-м.н.  
e-mail: gagarin@ipmnet.ru

**Члены локального оргкомитета:** Волков М. А., к.ф.-м.н., н.с.  
Георгиевский Д.В., проф., д.ф.-м.н., с.н.с.  
Капцов А. В., доц., к.ф.-м.н., с.н.с.  
Каспарова Е. А., прогр.  
Кузнецов С. В., проф. д.ф.-м.н., г.н.с.  
Лебедев И. М., м.н.с.  
Лисовенко Д. С., д.ф.-м.н., зав.лаб.  
Мокряков В. В., к.ф.-м.н., н.с.  
Мурашкин Е.В., к.ф.-м.н., с.н.с.  
Паршин Д. А., доц., к.ф.-м.н., с.н.с.  
Попов А. Л., проф., д.ф.-м.н., в.н.с.  
Устинов К. Б., доц., д.ф.-м.н., с.н.с.  
Ченцов А. В., к.ф.-м.н., с.н.с.  
Шифрин Е. И., д.ф.-м.н., зав.лаб.

Секция «Механика и моделирование материалов и технологий» создана в 1990е годы на основе базовой кафедры МАТИ в Институте проблем механики РАН (ИПМех РАН). Одним из создателей и соруководителем Секции был Роберт Вениаминович Гольдштейн (07.05.1940 – 24.09.2017), выдающийся ученый в области механики деформируемого твердого тела и ее приложений в технике и технологии, один из крупнейших отечественных ученых в механике прочности и разрушения конструкционных материалов. Приоритетом для Роберта Вениаминовича была поддержка и продвижение молодежной науки. За время работы секции более 500 участников – школьников, студентов, аспирантов и молодых ученых, - выступили с докладами. В дальнейшем многие из них остались в науке, защитили кандидатские и докторские диссертации, активно сотрудничают с лабораториями ИПМех РАН, и продолжают традиции молодежной науки в качестве научных руководителей. Вокруг секции за время ее существования сложился круг постоянных участников - ВУЗов и организаций, которые из года в год, вот уже несколькими поколениями студентов и аспирантов участвуют в проведении заседаний секции. Память о Роберте Вениаминовиче Гольдштейне, выдающемся ученом и организаторе науки, навсегда сохранится в наших сердцах.

В настоящем сборнике содержатся материалы докладов, представленных на заседаниях Секции «Механика и моделирование материалов и технологий» Международной молодежной научной конференции «XLVII Гагаринские чтения».

**ВАРИАЦИИ УСЛОВИЯ ТЕКУЧЕСТИ ХИЛЛА**

**Абашев Д.Ю., Логинов Ю.Н.**

УрФУ, Екатеринбург

9283dima@mail.ru

Аналізу подвергнута формулировка условия текучести Хилла для анизотропной среды. Сделан акцент на сложность определения параметров системы уравнений. Выполнен ряд преобразований условия текучести с целью упрощения. Сделано сравнение условия текучести Хилла и условия текучести Мизеса в частном случае одноосного напряженного состояния.

**Введение.** В технической литературе появляется все больше сведений о том, что обрабатываемые материалы, которые ранее считались изотропными, обладают той или иной степенью анизотропии [1, 2]. Деформационное поведение таких металлов и сплавов не может быть адекватно описано условием текучести Мизеса или подобными ему аналогами. В этом случае часто прибегают к применению теории Хилла [3] с соответствующим условием текучести, которое имеет ряд модификаций.

**Методы.** Условие текучести Хилла для пластической деформации анизотропной среды [3] определяется формулой

$$H(S_{xx} - S_{yy})^2 + F(S_{yy} - S_{zz})^2 + G(S_{zz} - S_{xx})^2 + 2NS_{xy}^2 + 2LS_{yz}^2 + 2MS_{zx}^2 = 1, \quad (1)$$

где  $S_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) – компоненты девиатора напряжений;  $H, F, G, N, L, M$  – параметры анизотропии:

$$H = 0,5 (1/\sigma_{sx}^2 + 1/\sigma_{sy}^2 - 1/\sigma_{sz}^2), \quad (2)$$

$$F = 0,5 (1/\sigma_{sz}^2 + 1/\sigma_{sx}^2 - 1/\sigma_{sy}^2), \quad (3)$$

$$G = 0,5 (1/\sigma_{sy}^2 + 1/\sigma_{sz}^2 - 1/\sigma_{sx}^2), \quad (4)$$

где  $N = 0,5/\sigma_{syz}^2$ ;  $L = 0,5/\sigma_{syz}^2$ ;  $M = 0,5/\sigma_{syz}^2$ ;  $\sigma_{sij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) – сопротивление деформации в обозначенных направлениях.

Одна из проблем применения условия текучести такого вида состоит в определении параметров  $H, F, G, N, L, M$ . По отношению к изотропному материалу, где нужен только один параметр, задача усложняется в шесть раз. В [4] сделана попытка упрощения записи в случае применения условия текучести (1), если речь идет о деформации металла с ГПУ решеткой. В этом случае можно использовать условия симметрии самой решетки при различном ее размещении в системе координат. В результате при удачной предпочтительной ориентировке кристаллов, условие текучести упрощается. Дополнительное упрощение возможно, если по одной или двум координатам напряжения отсутствуют.

Можно обратить внимание на то, что обычно условие текучести (1) применяют для декартовой системы координат в общей формулировке. Но известен прием, когда условие текучести можно записать в главных координатах с индексами 1,2,3:

$$H(S_{11} - S_{22})^2 + F(S_{22} - S_{33})^2 + G(S_{33} - S_{11})^2 = 1. \quad (5)$$

Здесь количество параметров анизотропии уменьшено в два раза. Соответственно в два раза можно сократить количество опытов для их определения. Однако при этом придется позаботиться о том, чтобы оси действия напряжений оказались главными, что возможно при создании условий равенства нулю компонентов со смешанными индексами. Дальнейшие упрощения могут быть связаны с равенством друг другу части компонентов условия (5), а также равенством нулю некоторых из них. Следует учесть также, что компоненты девиатора могут быть выражены через компоненты тензора и гидростатическое напряжение  $\sigma$ , например:  $S_{11} = \sigma_{11} - \sigma$ . Тогда разность компонентов девиатора можно поменять на разность компонентов тензора

$$H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 = 1. \quad (6)$$

При одноосном напряженном состоянии  $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$  и выражение (6) упрощается:

$$H(\sigma_{11})^2 + G(\sigma_{11})^2 = 1. \quad (7)$$

В другом представлении

$$\sigma_{11} = 1/(H+G)^{1/2} \quad (8)$$

Можно использовать условие текучести Мизеса для данного вида нагружения в виде

$$\sigma_{11} = \sigma_s. \quad (9)$$

Здесь изложено, что пластическая деформация при одноосном нагружении начинается при достижении напряжения величины сопротивления деформации  $\sigma_s$ , что соответствует и самому определению  $\sigma_s$ .

После сравнения формул (8) и (9) мы получим соотношение

$$1/(H+G)^{1/2} = \sigma_s, \quad (10)$$

то есть, имея сведения об одной кривой упрочнения для одного из направлений испытания, не удастся определить однозначно хотя бы один параметр анизотропии.

### Литература

1. Логинов Ю.Н., Зуев А.Ю. Формоизменение и сопротивление деформации анизотропной непрерывно-литой меди. Заготовительные производства в машиностроении. 2011. № 1. С. 32-37.
2. Логинов Ю.Н., Котов В.В. Проявления анизотропии в процессах деформации альфа-сплавов титана. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2009. 189 с.
3. Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1948. V. 193. P. 281-297.
4. Логинов Ю.Н., Соловей В.Д., Котов В.В. Преобразование условия текучести при деформации металлических материалов с ГПУ решеткой. Металлы. 2010. № 2. С. 93-99.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛИ ОБЕДНЕННОГО УГЛЕРОДОМ К-МАРТЕНСИТА В ПРОЦЕССЕ ДВУХФАЗНОГО РАСПАДА В СРЕДНЕУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЯ ПОСЛЕ УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Азаров А.А.<sup>1</sup>, Попов А.Л.<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>МГСУ, <sup>2</sup>ИПМехРАН, Москва  
 azaartale@mail.ru

В работе рассматривается сопоставление теоретической модели ударного возбуждения стержня со свободными концами с экспериментальными результатами. Получена зависимость ударной силы от времени, определены функции перемещений входного и выходного концов стержня. По начальной стадии их амплитудно-временной зависимости определена скорость распространения продольных волн в стержне и первая частота свободных колебаний.

**Введение.** Теоретическое рассмотрение динамических процессов, происходящих в результате продольного удара по одному из торцов стержня, имеет богатую историю, начало которой положила работа Сен-Венана [1]. Рассматривается, в основном, консольный стержень, по свободному концу которого наносится удар [2-4]. Естественно, имеются и работы, в которых построены общие решения задач о послеударных колебаниях стержня со свободными концами, например, [5,6], проведены их экспериментальные измерения [6].

В предлагаемой работе отмечается некоторая особенность в экспериментально регистрируемом распределении амплитуд в спектре колебаний выходного торца стержня, не отмеченная в других работах. Приводятся соответствующие решения для колебаний входного и выходного торцов стержня, определяется величина контактной силы  $P(t)$  и время соударения. По начальной стадии их амплитудно-временной зависимости определена

скорость распространения продольных волн в стержне и первая частота свободных колебаний.

**Продольный удар телом.** Рассматривается удар по стержню длиной  $l$  шариком массой  $m$  со скоростью  $v_0$  (Рис.1). Граничные и начальные условия для функции перемещения  $u(x, t)$  точек стержня имеют вид:

$$ES \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -P(t); \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0; \quad u_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (1)$$

( $P(t)$  – возмущающая ударная сила,  $E$  – модуль упругости,  $S$  – площадь поперечного сечения стержня)

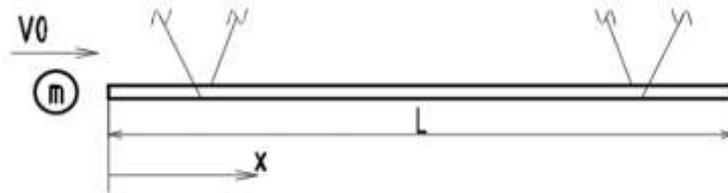


Рис.1. Удар телом по стержню.

Колебания стержня описываются одномерным волновым уравнением [1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность материала стержня.

Время соударения. Для определения времени соударения записывается условие:

$$P(t) = m \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_{x=0} \quad (3)$$

В качестве исходного решения принимается представление Даламбера [1]:

$$u = f_1(ct - x) + f_2(ct + x) \quad (4)$$

В результате подстановок (4) в (1) – (3) определяется относительное удлинение конца стержня, по которому наносится удар.

При  $ct < 2l$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} \Big|_{ct=2l-0} = -\frac{v_0}{c} e^{-\frac{ct}{ml}} < 0 \quad (5)$$

При  $ct > 2l$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} \Big|_{ct=2l+0} = \frac{v_0}{c} \left( 2 - e^{-\frac{2l}{m}} \right) > 0 \quad (6)$$

При  $t = \frac{2l}{c}$  удар закончится, удлинение конца стержня меняет знак.

Контактная сила. Для определения ударной силы запишем условие [4]:

$$0 = v_0 \cdot \tau - \xi \int_0^\tau P^*(\tau_1)(\tau - \tau_1) d\tau_1 - \int_0^\tau P^*(\tau_1) Y(\tau - \tau_1) d\tau_1 \quad (7)$$

$$\tau = \frac{ct}{l}, \quad P^* = \frac{P}{c\rho S v_0}, \quad \xi = \frac{M}{m}$$

где  $M$  – масса стержня.

Дифференцируя 2 раза по параметру  $\tau$ , получим дифференциальное уравнение:

$$\xi P^*(\tau) + \frac{d}{d\tau} P^*(\tau) = 0 \quad (8)$$

решение которого представляется в виде [3]:

$$P^*(\tau) = e^{-\xi\tau}, \quad (9)$$

откуда:

$$P(t) = c\rho S v_0 \cdot e^{-\frac{Mct}{m l}}, \quad (10)$$

Перемещения концов стержня. Решение на расширенном интервале времени можно получить с помощью ряда Фурье. Для этого решение краевой задачи (1)–(3) представим в виде:

$$u(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(\tau) \cos \omega_k x, \quad \varphi_k = \frac{2}{\omega_k} \int_0^{\tau} P(\tau_1) \sin \omega_k (\tau - \tau_1) d\tau_1, \quad \omega_k = k\pi \quad (11)$$

Тогда для функций перемещений входного и выходного концов стержня получим:

$$\begin{cases} u(0, t) \\ u(l, t) \end{cases} = \frac{2c v_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ m l \omega_k \left( e^{-\frac{Mct}{m l}} - \cos \omega_k t \right) + c M \sin \omega_k t \right]}{\omega_k (\omega_k^2 m^2 l^2 + M^2 c^2) l} \begin{cases} 1 \\ \cos \pi k \end{cases} \quad (12)$$

Ниже приведены графики (Рис.2-4), соответствующие началу колебательного процесса, полученные теоретически, в сопоставлении с экспериментальными результатами (Рис.5-7).

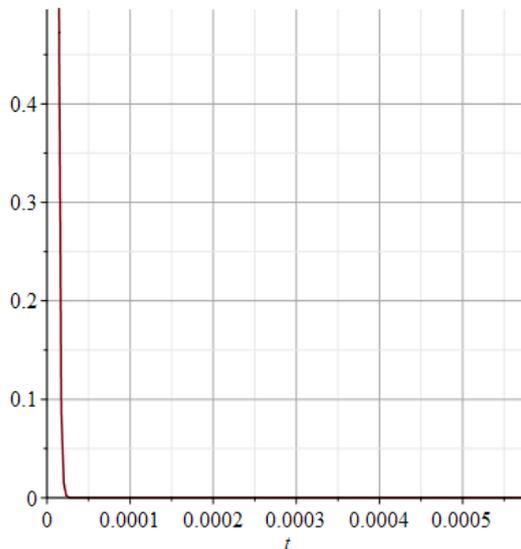


Рис. 2. График зависимости ударной силы  $P(t)$ .

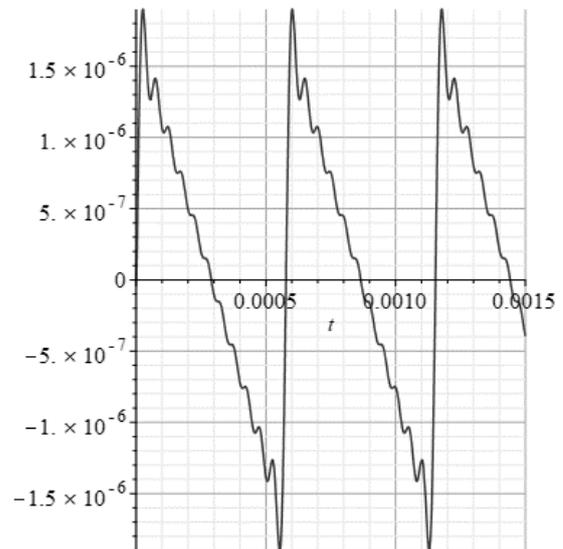


Рис. 3. График зависимости перемещения входного конца  $u_{вх}(t)$ .

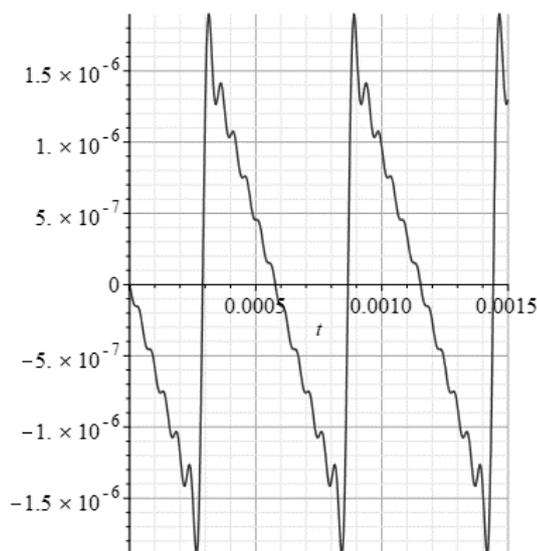


Рис. 4. График зависимости перемещения выходного конца  $u_{\text{вых}}(t)$ .

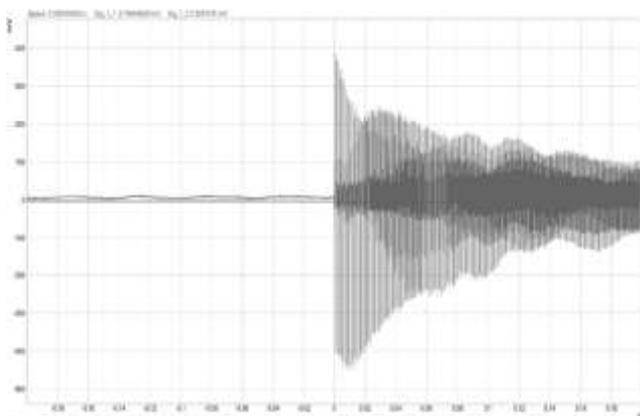


Рис. 5. Амплитудно-временная зависимость на интервале  $-0.2 - 0.2$  с.

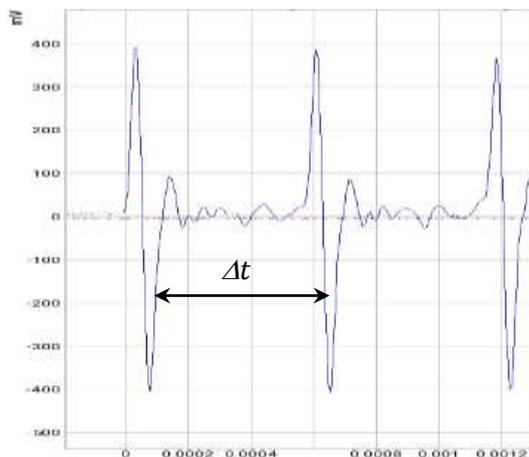


Рис. 6. Амплитудно-временная зависимость в начальном интервале.

В качестве образца был взят дюралюминиевый цилиндрический стержень длиной  $l = 1.5$  м и диаметром  $d = 24.8$  мм. Стальной шарик имел диаметр 10 мм.

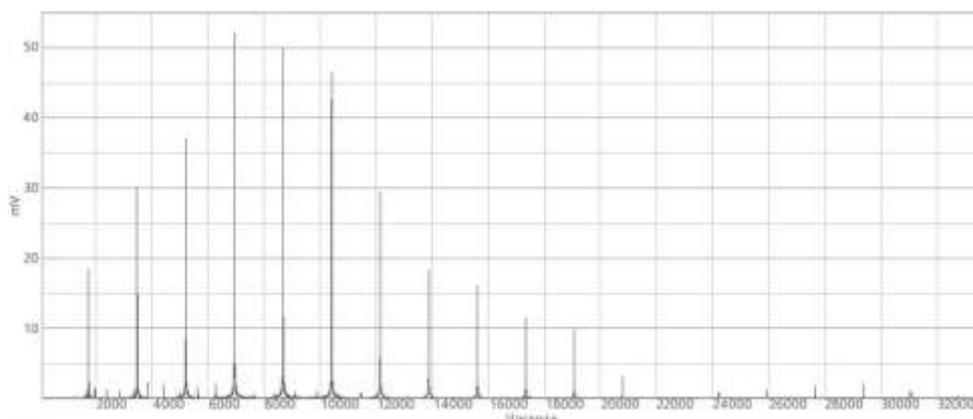
По начальной стадии экспериментальной амплитудно-временной зависимости (Рис.6) может быть определена скорость распространения продольных волн и первая частота свободных колебаний стержня:

$$c = \frac{2l}{\Delta t} = \frac{3}{0.000576} = 5208.33 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad f_1 = \frac{c}{2l} = \frac{5208}{3} = 1736.11 \text{ Гц} \quad (13)$$

Аналогичная частота, определённая с помощью спектроанализатора по амплитудно-частотной зависимости (Рис.7), имеет значение 1735.93 Гц, которое практически совпадает со сделанной оценкой частоты по времени прохождения первого импульса. Можно отметить и некоторую особенность в распределении амплитуд перемещений выходного конца стержня, состоящую в том, что максимальная амплитуда не соответствует первой, наиболее простой форме колебаний. Исследование этой особенности, требующее привлечения коэффициентов затухания, будет выполнено в дальнейшем.

**Заключение.** Рассмотрен начальный этап продольных колебаний стержня после удара по нему жёстким шаром. Определены зависимость ударной силы от времени и время

соударения, получены функции перемещений входного и выходного концов стержня. По времени соударения определена скорость распространения продольных волн в стержне и сделана оценка для первой частоты свободных колебаний, которая практически совпала с аналогичной частотой, определённой экспериментально по амплитудно-частотной зависимости.



**Рис 7.** Амплитудно-частотная зависимость перемещения выходного конца стержня.

### Литература

1. Saint-Venant A. Sur le choc longitudinal de deux barres élastiques // J. de Math. (Liouville) Ser.2. T.12. 1867.
2. Бидерман В.Л. Теория удара. - М.: Машгиз, 1952. – 76 с.
3. Зегжда С.А. Соударение упругих тел. - СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1997. – 316 с.
4. Беляев А.К., Морозов Н.Ф., Товстик П.Е. и др. Динамика стержня при продольном ударе // Вестн. СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т.4 (62). Вып.3, с.506-515.
5. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. - М.: Наука, 1977. – 224 с.
6. Hu B., Schiehlen W., Eberhard P. Comparison of Analytical and Experimental Results for Longitudinal Impacts on Elastic Rods // Journal of Vibration and Control, 2003, V.9, p. 157-174.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛИ ОБЕДНЕННОГО УГЛЕРОДОМ К-МАРТЕНСИТА В ПРОЦЕССЕ ДВУХФАЗНОГО РАСПАДА В СРЕДНЕУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ

**Алексеев А.А.**

ТулГУ, Тула

ant.suv-tula@mail.ru

Определена доля  $\alpha$ -мартенсита в ходе двухфазного распада в среднеуглеродистой стали с использованием диффузионной модели Хэма. Установлено, что в ходе вылеживания при комнатной температуре происходит увеличение доли  $\alpha$ -мартенсита до 50 % от общего объема мартенситной фазы.

Цель данной работы – определение доли  $\alpha$ -мартенсита в ходе двухфазного распада в среднеуглеродистой стали с использованием диффузионной модели Хэма.

Объектом экспериментального исследования принята конструкционная сталь 40Х. Термическую обработку проводили по режимам, включающим закалку 10 %-ом водном растворе NaCl и последующее вылеживание при комнатной температуре. Температура нагрева под закалку – 860 °С, продолжительность изотермической выдержки – 30 мин.

С помощью зондового атомно-силового микроскопа SolverPro P47 фирмы NT-MDT исследовали рельеф поверхности микрошлифа стали в масштабе 6 мкм и определяли количество и размеры карбидных частиц. Для определения параметров кристаллической решетки и доли  $\alpha$ -мартенсита использовали многофункциональный нейтронный спектрометр ДН-2.

На стадии двухфазного распада из мартенсита выделяются очень дисперсные карбиды, причем на их образование используется углерод лишь из участков мартенсита, непосредственно прилегающих к карбидам. В результате каждая карбидная частица

оказывается окруженной зоной твердого раствора с пониженной концентрацией углерода ( $\kappa$ ), за пределами которой в твердом растворе сохраняется его исходная концентрация ( $\alpha$ ) [1]. При этом количество обедненного  $\kappa$ -мартенсита в процессе распада увеличивается за счет уменьшения количества исходного  $\alpha$ -мартенсита.

В соответствии с диффузионной моделью Хэма [2], зная содержание углерода в мартенсите в начале и конце двухфазного распада, состав метастабильной карбидной фазы ( $\text{Fe}_3\text{C}$  [3]) и размеры карбидных частиц, оценивали (в рамках допущения о неизменности состава  $\alpha$ -мартенсита в ходе распада) объем обедненной углеродом сферы, окружающей частицу.

Для расчета использовали выражение, базирующееся на том соображении, что масса углерода, покидающего пересыщенный твердый раствор, равна массе углерода в объеме карбидной частицы:

$$[V_m \cdot \rho_m (C_n - C_k)]/100 = (V_{кч} \cdot \rho_{кч} \cdot C_{кч})/100$$

где  $V_m$  и  $V_{кч}$  – объемы сферы матрицы, питающей частицу углеродом, и карбидной частицы соответственно,  $\text{м}^3$ ;  $\rho_m$  и  $\rho_{кч}$  – плотности мартенсита и частицы соответственно,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $C_n$  и  $C_k$  – концентрация углерода в объеме питающей сферы в начале и в конце двухфазного распада соответственно, масс. %;  $C_{кч}$  – концентрация углерода в карбидной частице, масс. %. Далее, используя полученное значение  $V_m$ , определяли долю  $\kappa$ -мартенсита как произведение объема сферы матрицы ( $\alpha$ )  $V_m$  на объемную плотность частиц  $\rho$  для времени вылеживания  $t_i$ , определяемую по результатам атомно-силового микроанализа. Полученные доли  $\kappa$ -мартенсита сравнивали с аналогичными величинами, определенными нейтронографическим методом. В процессе вылеживания при комнатной температуре в течении 120 ч происходит увеличение доли  $\kappa$ -мартенсита до 50 % от общего объема. При этом изменение доли  $\kappa$ -мартенсита, определенное нейтронографическим и микроскопическим методами, показывают достаточно хорошее соответствие.

## Литература

1. Лысак Л.И., Николин Б.И. Физические основы термической обработки стали. Харьков: Техника, 1975. 304 с.
2. Ham F.S. Theory of Diffusion-Limited Precipitation / F. S. Ham // Phys. Chem. Solids. 1958. V. 6. P. 335-350.
3. Гринберг Е.М., Алексеев А.А. Рентгенографическое исследование низкотемпературного распада мартенсита закаленной среднеуглеродистой стали // Вопросы материаловедения, Санкт-Петербург. ЦНИИ КМ «Прометей», 2015. № 3. С. 26-29.

## ПАРАМЕТРЫ ЛАЗЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ТЕРМООБРАБОТКИ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Андросенко В.Н.<sup>1</sup>, Якимов М.Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МАИ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва  
andros243@yandex.ru

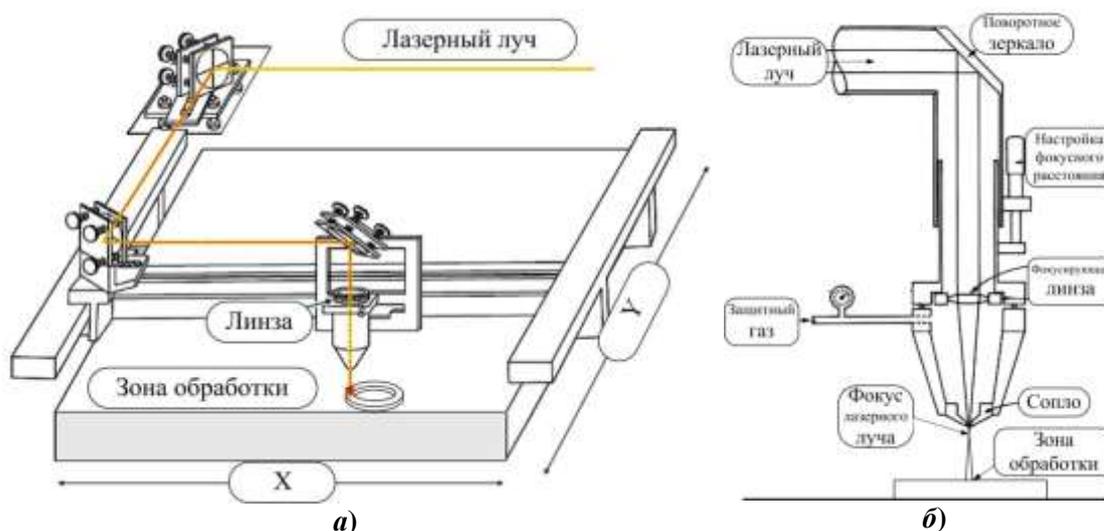
С помощью с помощью программного пакета моделирования процессов теплопереноса COMSOL Multiphysics проведено исследование распределений температуры вокруг пятна лазерного излучения, движущегося по поверхности углерод-углеродного композиционного материала, в зависимости от характера распределения интенсивности лазерного излучения в пятне и проведён предварительный эксперимент. Показано, что температуры, необходимые для графитации поверхности материала, могут быть получены с помощью лазерного излучения мощностью 500-600 Вт. Однородность поля температур в пятне нагрева зависит от распределения интенсивности в пятне лазерного излучения.

**Введение.** Композиционные углерод-углеродные материалы сохраняют прочность при температурах до 2500 °С, что позволяет изготавливать из них детали, работающие в условиях высоких тепловых и механических нагрузок. Температурные и прочностные характеристики углерод-углеродных материалов могут ухудшаться вследствие неоднородностей, возникающих в процессе карбонизации.

Улучшить однородность материала можно путем нагрева поверхности до температуры более 2000 °С, при которой происходит частичная графитация углеродного материала. Наиболее эффективный способ нагрева поверхности материала до указанных температур – лазерная обработка [1, 2]. В процессе лазерной обработки луч мощного лазера проецируется на обрабатываемую поверхность, и перемещается по ней в заданном направлении с заданной скоростью, например, с помощью координатной системы, (рис. 1, а). Размер пятна излучения при проецировании линзовым объективом (рис. 1, б), можно менять, изменяя расстояние от линзы до обрабатываемой поверхности. При этом в широких пределах меняется интенсивность лазерного излучения, от которой зависит температура, создаваемая в пятне обработки. Важна также скорость перемещения пятна по поверхности материала.

**Постановка задачи.** В данной работе с помощью пакета математического моделирования COMSOL Multiphysics [3] была решена задача расчета параметров процесса для получения нужной температуры поверхности материала при лазерной термообработке.

Исследовалась зависимость распределения температуры на поверхности и вглубь углерод-углеродного композиционного материала в зависимости от распределения интенсивности в поперечном сечении лазерного луча, соответствующего различным типам лазеров, которые могли использоваться в процессе лазерной термической обработки в лаборатории лазерных разрядов ИПМех РАН [4, 5].



**Рис. 1.** а) Схема двухкоординатной (X,Y) системы лазерной обработки плоттерного типа. б) схема проецирования пятна лазерного излучения на обрабатываемую поверхность.

**Методы решения.** При математическом моделировании рассматривалось движение пятна излучения по поверхности композиционного материала с известными свойствами. Исследовался нагрев материала пятном с равномерным (супергауссовским) распределением интенсивности, моделирующим луч многомодового устойчивого резонатора [5] (выражение (1)), и с распределением с провалом в середине (кольцевым), соответствующим профилю интенсивности луча лазера с неустойчивым резонатором [4] (выражение (2)):

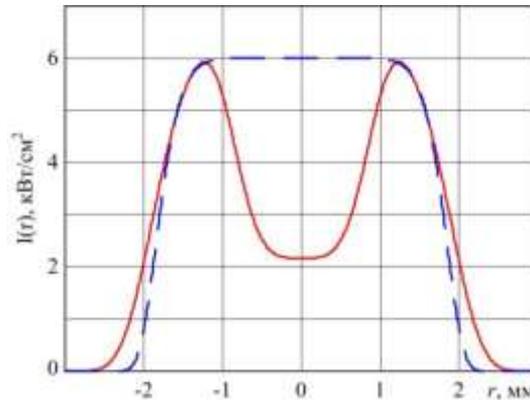
$$I_{sg}(r) = I_0 \exp\left(-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^{10}\right) \quad (1)$$

$$I_{rg}(r) = I_0 \left( \exp\left(-2\left(\frac{r}{r_{01}}\right)^6\right) - \frac{2}{3} \exp\left(-2\left(\frac{r}{r_{02}}\right)^4\right) \right) \quad (2)$$

где  $I_0$  – коэффициент интенсивности, зависящий от мощности излучения и конкретного распределения,  $r$  – радиус относительно оси луча,  $r_0, r_{01}, r_{02}$  – размеры, определяющие форму распределения интенсивности. Мощность излучения  $P_{sg/rg}$  определяется интегралом (3):

$$P_{sg/rg} = \int_0^{\infty} I_{sg/rg} 2\pi r dr \quad (3)$$

На рис. 2 приведены графики распределений, задаваемых формулами (1) – (3) при  $r_0 = 2$  мм,  $r_{01} = 2.2$  мм,  $r_{02} = 1.1$  мм. Мощность излучения в обоих случаях  $P_{sg/rg} = 600$  Вт.



**Рис. 2.** Графики распределений интенсивности  $I_{sg}(r)$  (1) (сплошная красная линия) и  $I_{rg}(r)$  (2) (прерывистая синяя линия) по формулам (1) – (3). Мощность излучения  $P_{sg/rg} = 600$  Вт.

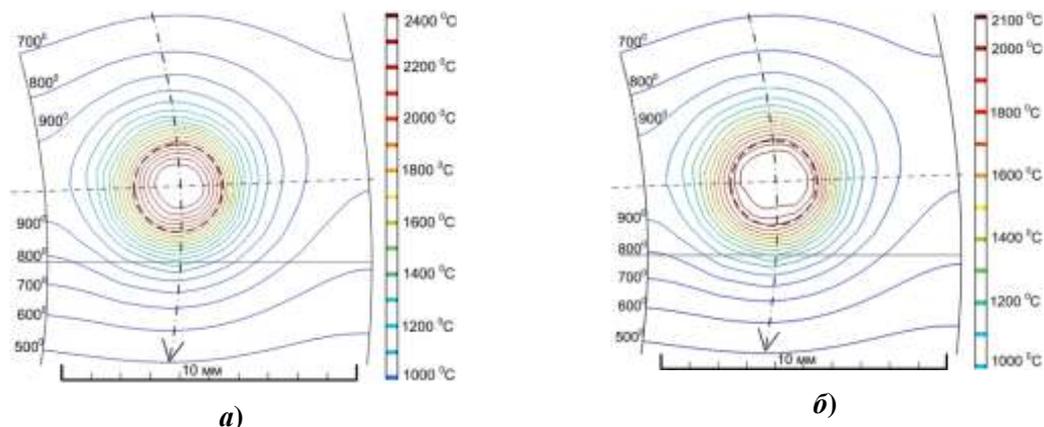
При моделировании предполагалось, что углерод-углеродный композиционный материал имеет плотность  $1.8 \text{ г/см}^3$  и коэффициент теплопроводности в направлении вдоль поверхности в 4 раза больше, чем вглубь материала (соответственно 80 и 20 Вт/(м<sup>0</sup>К)). Коэффициент поглощения, как и коэффициент излучения материала принимался равным 0.9. Рассматривалась деталь в виде кольца шириной 11 мм и толщиной 14 мм. Нижняя поверхность кольца охлаждалась и поддерживалась при постоянной температуре 300 °К. Учитывалось также радиационное охлаждение и конвективное охлаждение струей защитного газа (воздуха), подаваемого сверху вниз в зону обработки через сопло (рис. 1 б). Пятно излучения двигалось вдоль поверхности материала по окружности с центром в центре кольца против часовой стрелки со скоростью 3.85 мм/с.

**Результаты.** На рисунке 3, а, б приведены полученные в результате моделирования распределения температур в пятне лазерного излучения при распределениях интенсивности (1), (2), показанных на рис. 2. Видно, что распределение температуры в пятне прогрева при равномерном (супергауссовском) распределении интенсивности неоднородно, имеет значительный максимум в центре, приводящий к нагреву материала в центре до 2400-2500 °С, что на 500 градусов выше, чем на расстоянии 1.5 мм от центра. В случае кольцевого лазерного пучка с распределением интенсивности (2) распределение температуры в пятне прогрева гораздо более равномерно, а зона нагрева до температур более 2000 °С также близка к кругу радиусом 1.5 мм (показан пунктирной линией на рис. 3, а, б).

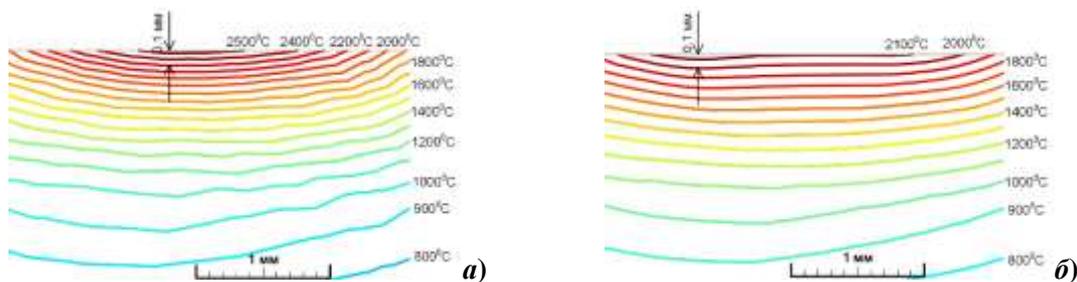
На рис. 4, а), б) показаны соответствующие распределения температуры вглубь материала в плоскости сечения, перпендикулярной поверхности материала и касательной к кольцевой траектории движения пятна излучения. Видно, что зона температур выше 2000 °С проникает в глубину материала примерно на 0.1 мм. Градиенты температур вглубь материала выше, чем вдоль поверхности, из-за низкого коэффициента теплопроводности в этом направлении.

С целью верификации разработанной модели были проведены эксперименты по нагреву поверхности углерод-углеродного композитного материала излучением CO<sub>2</sub>-лазера. Измерения показали, что температура свыше 2000 °С при ширине зоны обработки  $2.9 \pm 0.1$  мм достигается при средней мощности излучения 500 Вт при скорости обработки 3.85 мм/с, что соответствует данным, полученным при моделировании.

Несколько меньшее значение необходимой мощности лазерного излучения по сравнению с расчетными значениями можно объяснить как погрешностью измерения радиуса пятна излучения в эксперименте, так и возможным снижением коэффициентов теплопроводности углерод-углеродного материала при высоких температурах.



**Рис. 3.** *а)* изотермы (в условных цветах) на поверхности материала при термообработке пятном излучения с распределением интенсивности (1) (супергауссовским); пятно движется по часовой стрелке (на рисунке – вниз) со скоростью 3.85 мм/с; пунктиром показана граница круга  $\varnothing 3$  мм; *б)* то же для пятна с распределением (2) (кольцевым). Мощность излучения  $P_{sg/rg} = 600$  Вт.



**Рис. 4.** *а)* изотермы вглубь материала в случае пятна лазерного излучения с распределением (1) (супергауссовским); пятно движется направо со скоростью 3.85 мм/с; *б)* то же для пятна с распределением (2) (кольцевым). Мощность излучения  $P_{sg/rg} = 600$  Вт.

## Литература

1. Кузнецов С.И., Петров А.Л. Применение лазерного излучения для модификации поверхности и раскря углеродных композиционных материалов и углеродных тканей // Известия Самарского научного центра РАН, 2003, 5(1), 46-54.
2. Кузнецов С.И., Камашев А.В., Петров А.Л., Тарасова Е.Ю. Влияние лазерной обработки на структуру и упругие свойства углерод-углеродных композитов // Известия Самарского научного центра РАН, 2004, 6(1), 65-71.
3. <https://www.comsol.ru/>, дата обращения 26.02.2021.
4. Generalov N.A., Gorbunenko M.I., Solov'yov N.G., Yakimov M.Yu., Zimakov V.P. // Gas Lasers – Recent Developments and Future Prospects, Kluwer Academic Publishers, 1996, p. 323 - 341.
5. Zimakov, V.P., Kedrov, A.Yu., Kuznetsov, V.A., et al. // Proc. SPIE, 7913, 791305, 2011.

# МАСС-МОЛЕКУЛЯРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КРЕМНЕКИСЛОРОДНЫХ АНИОНОВ В ЛИТИЕВОМ ЖИДКОМ СТЕКЛЕ, МОДИФИЦИРОВАННОМ ЗОЛЕМ КРЕМНЕЗЁМА, СТАБИЛИЗИРОВАННОГО КАТИОНАМИ ЛИТИЯ

Байрамова Ш.Э., Макаров А.В., Тихомирова И.Н.

РХТУ им. Д.И. Менделеева

makarov\_otc@bk.ru

Работа рассматривает взаимосвязь анионного строения дисперсионной среды в смеси «литиевое жидкое стекло – золь кремнезёма, стабилизированный катионами лития» в зависимости от изменения наполненности системы. Установлено, что структура кремнекислородных анионов, находящихся в растворённом состоянии, изменяется не линейно от количества коллоидного наполнителя и имеет хорошо выраженный экстремум.

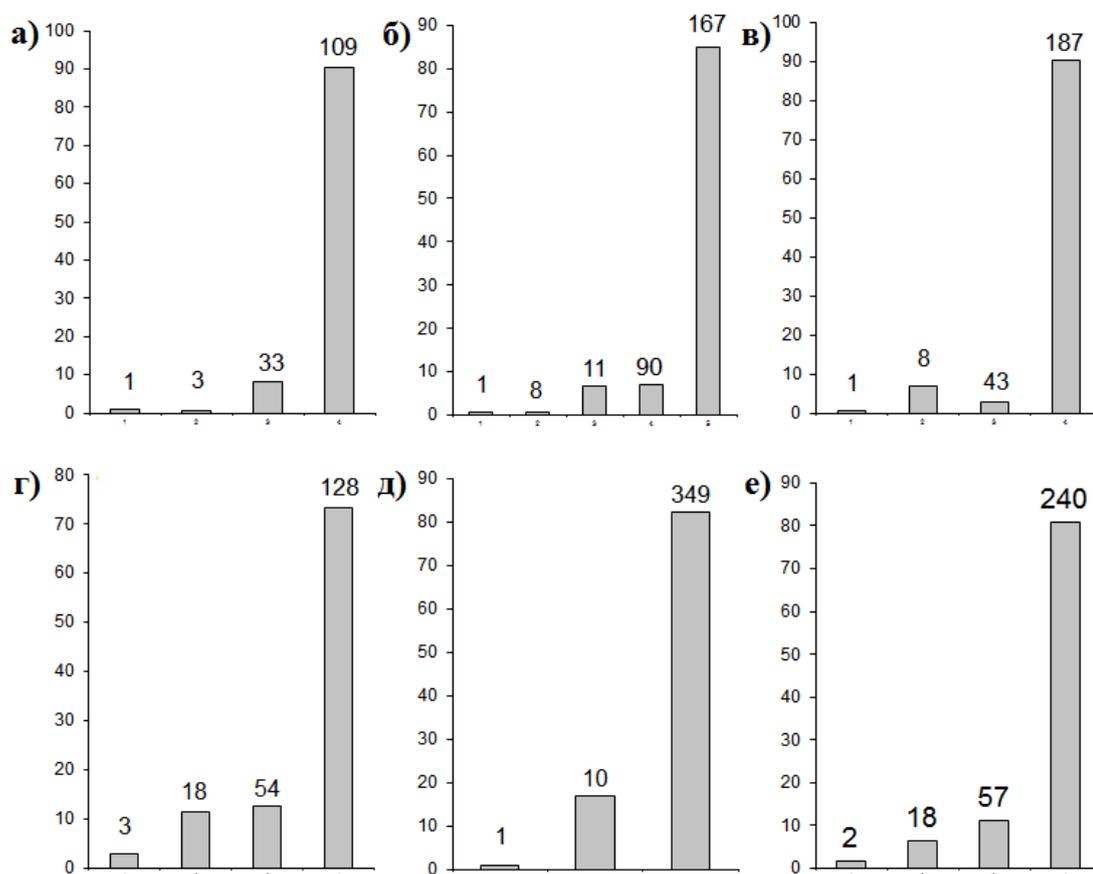
**Введение.** Применение жидкого стекла как дисперсионной среды для лакокрасочных материалов, позволяет получать покрытия с очень широким спектром свойств [1, 2]. Особый интерес в этом случае представляют водные растворы силикатов лития [3]. Причиной тому является формирование прочных ковалентных Li-O-Si- связей в ходе потери жидким стеклом воды при высыхании. Полученные таким образом плёнки обладают большей водо- и кислотостойкостью, по сравнению с аналогичными, полученными на основе калиевых или натриевых силикатов [4, 5]. Однако, в ходе сушки, такие покрытия испытывают на себе большие напряжения растяжения, вызванные уменьшением объёма вяжущего при удалении из него воды. Следствием этого является формирование трещин в менисках, связывающих зёрна функциональных наполнителей, и уменьшение адгезии к подложке, из-за приложения сдвиговой нагрузки, направленной вдоль поверхности соприкосновения покрытия с защищаемой поверхностью. Особенно остро эта проблема проявляется при защите выпуклых поверхностей, причём, с уменьшением радиуса кривизны, интенсивность трещинообразования усиливается, вплоть до отшелушивания покрытия.

Таким образом, целью данной работы, является исследование влияния коллоидного наполнителя на анионную структуру дисперсионной среды.

**Материалы и методы исследования.** В качестве дисперсионной среды было взято литиевое жидкое стекло со следующими характеристиками: плотность – 1,216 г/см<sup>3</sup>, силикатный модуль – 4,7, содержание кремнезёма – 23,79 мас.%; содержание оксида лития – 2,52 мас.%; содержание минеральной части – 2,63 мас.%. В качестве дисперсной фазы был использован свежеприготовленный золь кремнезёма, стабилизированный катионами лития с характеристиками: мольное отношение SiO<sub>2</sub>/Li<sub>2</sub>O=10, доля минеральной части – 10,8 мас.%. Путём смешения компонентов были подготовлены смеси, содержащие от 1 до 9 мас.% кремнезоля (в расчёте на сухое вещество). Исследование анионной структуры полученных смесей было проведено через двое суток после приготовления смесей. Это связано с тем, что в смеси должны полностью пройти релаксационные процессы, вызванные перемешиванием, и анионная структура приняла бы условно равновесное состояние. Основой исследования анионной структуры кремнекислородных анионов в водных растворах щелочных силикатов является метод фотоколориметрического кинетического молибдатного анализа, основанного на определении скорости увеличения оптической плотности окрашенного раствора комплекса кремнемолибденовой кислоты [3]. В реакции образования жёлтого комплекса могут принимать только индивидуальные [SiO<sub>4</sub>]<sup>4-</sup> тетраэдры, т.е. данный метод не учитывает коллоидные частицы SiO<sub>2</sub>, что положительно сказывается на точности исследования, позволяя сосредоточиться именно на анионной структуре дисперсионной среды. Масс-молекулярное распределение кремнекислородных анионов (ММР ККА) строится на основании уравнения Викаера-Хьюббеля, и достоверно до длины ККА в 500 тетраэдров.

**Обсуждение.** Приготовление смесей жидкого стекла и золя кремнезёма в интервале от 1 до 9 масс.% показало, что данная система имеет ограничение по седиментационной устойчивости. Составы, содержащие более 5 масс.% дисперсного SiO<sub>2</sub> расслаивались уже через сутки после приготовления, и, очевидно, в качестве основы для покрытия не подходят, в силу короткого срока жизни. Другие составы продемонстрировали активное

взаимодействие с наполнителем, что нашло отражение в распределении ККА в жидкой фазе (Рис. 1). На представленном рисунке, по оси абсцисс отложены величины десятичного логарифма степени полимеризации ККА соответствующей анионной группировки (сами величины степени полимеризации размещены над столбцами гистограммы). По оси ординат размещено содержание, в мас%, различных фракций.



**Рис.1.** Масс-молекулярное распределение кремнекислородных анионов в исследуемых смесях: а – содержание золя SiO<sub>2</sub> – 1 мас%; б– содержание золя SiO<sub>2</sub> – 2 мас%; в – содержание золя SiO<sub>2</sub> – 3 мас%; г – содержание золя SiO<sub>2</sub> – 4 мас%; д – содержание золя SiO<sub>2</sub> – 5 мас%; е – ММР ККА исходного жидкого стекла.

Анализ приведенных данных позволяет сказать, что, во-первых, с увеличением содержания коллоидного наполнителя в системе (рис. 1 а – е) возрастает количество массы наиболее полимерной фракции анионов. Это можно объяснить непосредственным взаимодействием кремнезёма с щелочной средой жидкого стекла (содержание Li<sub>2</sub>O в исходном стекле в 20 раз больше чем в золе). Столь резкое изменение щёлочности системы неизбежно должно привести к изменению равновесия между SiO<sub>2</sub> (ТВ) и [SiO<sub>4</sub>]<sup>4-</sup>, сформировавшееся в золе, в сторону процессов растворения частиц золя. Дополнительно данный процесс отражается в изменении количества и массы олигомерных структур, включающих в себя 5 – 50 тетраэдров [SiO<sub>4</sub>]<sup>4-</sup>. Количество низкополимерной фракции остаётся практически без изменений. Здесь мы можем наблюдать процесс переноса кремнезёма через жидкую фазу от гидратированной поверхности коллоида к массивным анионам, через ряд, постепенно укрупняющихся фракций.

Особняком в данном ряду стоит состав, содержащий в себе 4 мас%. коллоидного кремнезёма. Здесь фиксируется резкое снижение степени полимеризации самой

высокополимеризованной фракции с одновременным уменьшением примерно на 10 % её количества. При этом, наблюдается существенный рост количества и степеней полимеризации олигомерных фракций. На наш взгляд, здесь имеет место локальное формирование равновесия, когда скорость растворения коллоидного кремнезёма, примерно сравнивается со скоростью присоединения кремнезёма из жидкой фазы к твёрдому зерну. Схожую ситуацию, но смещённую, всё же, в сторону растворения, можно увидеть в смеси, содержащей 2 мас% коллоидного SiO<sub>2</sub> (рис. 1 б).

Дальнейшее увеличение содержания кремнезёма восстанавливает общую тенденцию, направленную на полимеризацию растворённых ККА и уменьшению низкополимерной фракции.

На фоне этой картины аномально выглядит анионная структура исходного стекла, по своему строению близкая к наполненной смеси. Объяснить это отклонение можно тем, что с золом в систему вводится дополнительное количество воды. Свободная вода и катионы лития, вносимые в систему вместе с золом оказывает сильнейшее деполимеризующее влияние на исходные ККА самого жидкого стекла, чем можно объяснить столь сильное различие в количестве и качестве анионных составляющих исследованных смесей и немодифицированного жидкого стекла. Сохранение тенденции к увеличению массы наиболее полимерной фракции с увеличением содержания золя в смеси, указывает на процессы растворения частиц золя в дисперсионной среде. Этот процесс происходит, вероятно, только с поверхности и не затрагивает внутренних слоёв зёрен коллоидного SiO<sub>2</sub>.

**Выводы.** Таким образом, в ходе поставленной работы установлено: наличие интервала седиментационной устойчивости в смеси «литиевое жидкое стекло – золь кремнезёма, стабилизированного литием» ограниченного 5 масс% коллоидного SiO<sub>2</sub>. Также установлено, что внесённый коллоидный кремнезём способен взаимодействовать с дисперсионной средой и в состоянии поддерживать высокополимерные структуры анионов дисперсионной среды.

#### Литература

1. Гришина А.Н., Хлыстунов М.С. Усадочные деформации радиационно-защитных строительных материалов на основе жидкого стекла // Строительные материалы. 2010, №6. с. 59-61.
2. Логанина В.И., Аверин И.А., Мажитов Е.Б., Карманов А.А. Состав полисиликатного связующего для силикатных красок // Академический вестник УРАЛНИИПРОЕКТ РААСН. №4, 2017. с. 70-72
3. Токарь С.В., Баринаова О.П. Неорганические покрытия на основе силикатов щелочных металлов и их стойкость к воздействию протонного облучения // Техника и технология силикатов. 2019. Т. 26, №1, с. 6 – 8.
4. Фиговский О.Л., Кудрявцев П.Г. Жидкое стекло и водные растворы силикатов, как перспективная основа технологических процессов получения новых композиционных материалов. // Вестник Дона. 2014, №14.
5. Рыскин Я. И., Ставицкая Г. П. Водородная связь и структура гидросиликатов. Л. Наука, 1972. 165 с.

### НЕУПРУГОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ УГЛЕПЛАСТИКОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ УДАРНОМ, КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ И ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Баяндин Ю.В.<sup>1</sup>, Банников М.В.<sup>1</sup>, Кокшаров В.С.<sup>2</sup>, Петухов М.А.<sup>2</sup>, Уваров С.В.<sup>1</sup>

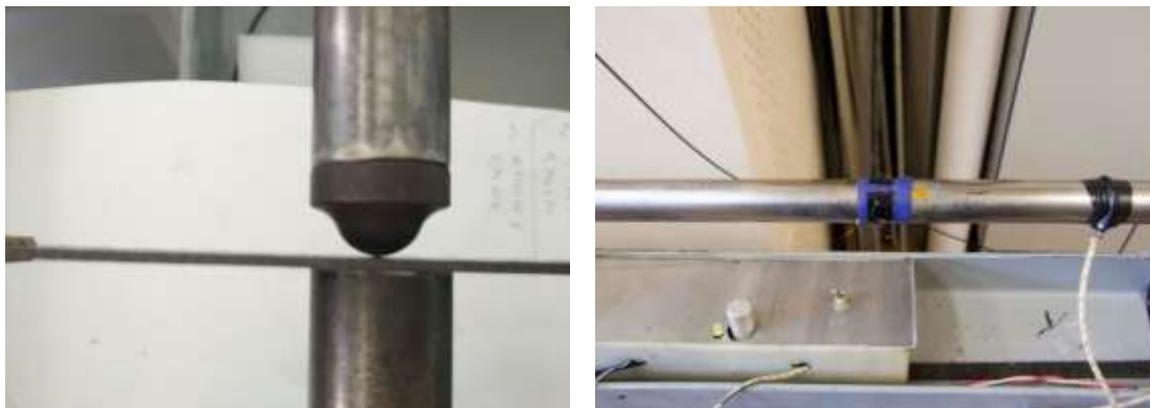
<sup>1</sup> ИМСС Пермского ФИЦ УрО РАН<sup>2</sup>, ПНИПУ, Пермь

buv@icmm.ru, koksharovvs@gmail.com, usv@icmm.ru

Полученные экспериментальные результаты при комбинированном ударном, квазистатическом и высокочастотном циклическом нагружении образцов из углепластика на основе ткани CW200–TW2/2 саржевого плетения с четным количеством пар слоев 0/90 пакетов 0/45/90/-45 позволили сформулировать закономерности деформирования, диссипации энергии и локализованного разрушения. Идентификация трещин и областей локализации деформаций вблизи вершины дефектов проведена с помощью метода корреляции цифровых изображений.

Широкое применение тканых волокнистых углепластиков на основе эпоксидных матриц, полученных методом вакуумной инфузии, в элементах конструкций ответственного назначения в аэрокосмической, судостроительной промышленности и автомобилестроении, работающих в условиях многократно изменяющихся внешних нагрузок в течении

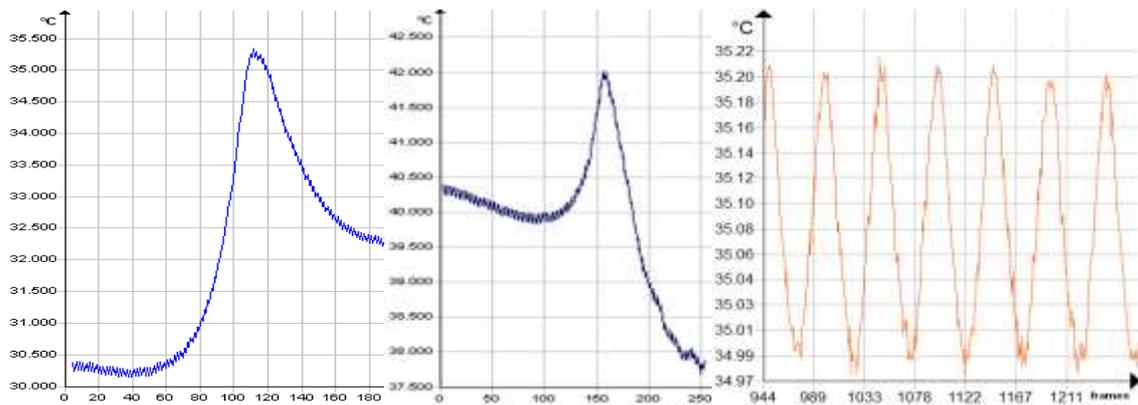
длительного срока эксплуатации, предопределяет необходимость проведения уточненного анализа механического поведения этих материалов при сложном напряженно-деформированном состоянии, комбинированном ударном, квазистатическом и циклическом нагружении.



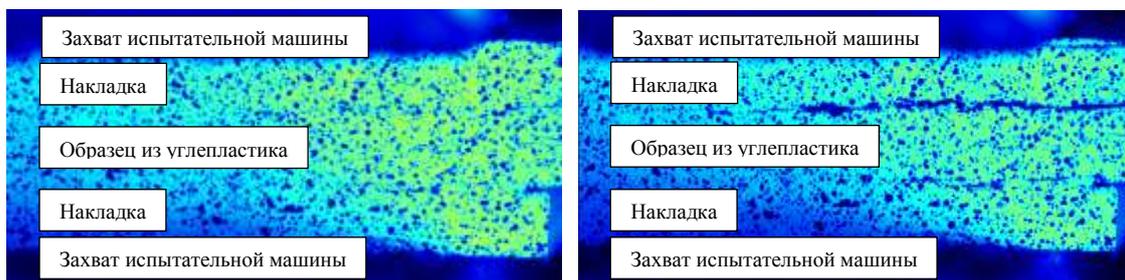
**Рис. 1.** Образец из углепластика между входным и выходным РСГК со съемным наконечником, и тензодатчики на входном стержне.

Разработана новая оригинальная методика предварительного динамического нагружения образцов из слоистых композитов, расширяющая ГОСТ 33496-2015 "Композиты полимерные. Метод испытания на сопротивление повреждению при ударе падающим грузом". Имитирующее случайное воздействие динамическое нагружение двух партий образцов из углепластика (ткань CW200–TW2/2 саржевого плетения, четное количество пар слоев 0/90 — первая партия и 0/45/90/–45 — вторая партия) производилось помощи разрезного стержня Гопкинсона-Кольского (РСГК) со съемными наконечниками из мартенситно-стареющей стали ОЗН18К9М5ТЮ-ВИ (для которой разработаны процедуры закалки и отпуска, обеспечивающие твердость рабочей поверхности 50–54 HRC и сохранение точности исполнения геометрии), имеющими кривизну (рис. 1). РСГК позволил независимо варьировать энергию удара и скорость нагружения, а также достичь более высоких скоростей нагружения по сравнению с испытанием падающим грузом. Кроме того, образец тыльной стороной опирался на приемный стержень. Это позволило исключить его изгиб и, как следствие — исключить появление повреждений и дефектов, вызванных реализацией изгибных мод.

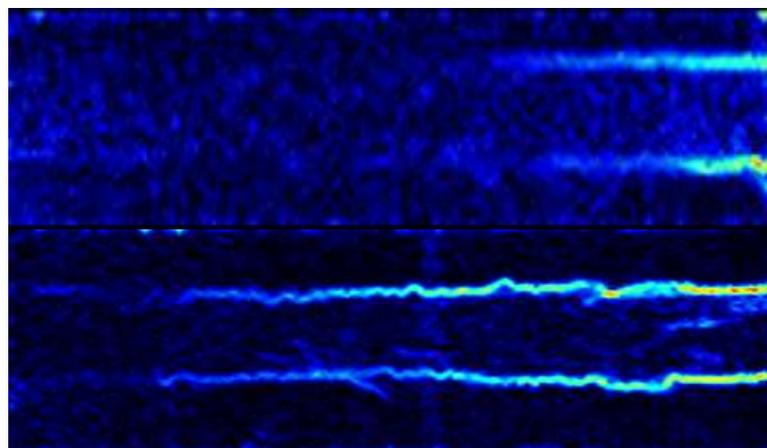
С целью исследования влияния типа адгезионного клеевого слоя, разделяющего образец из слоистого композита и наклейки, проведены испытания двух партий образцов из углепластика (со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/–45) с эпоксидной матрицей на многоцикловую усталость на серво-гидравлической машине Vi–00–100 с частотой 10 Гц и асимметрией цикла ( $R = 0,1$ ). Наклейки для закрепления образцов в захватах были изготовлены из стеклотекстолита СТЭФ, фиксировались на поверхности углепластика с помощью пленочного клея ВК–36. С помощью инфракрасной камеры высокого разрешения CEDIP Silver SC5000 с частотой кадров 500 Гц исследованы профили температуры в рабочей части образцов и вблизи захватов после  $10^4$ ,  $4 \cdot 10^5$  и  $10^6$  циклов нагружения. Впервые обнаружен не зависящий от выбора схемы укладки слоев эффект аномального разогрева (до 15–20°C) области образцов, примыкающей к границе наклейки, который инициирует зарождением и развитие (в указанной области композита и клеевого слоя) усталостных дефектов и трещин сдвига, а также диссипацию энергии (рис. 2). Идентификация трещин и областей локализации деформаций вблизи вершины дефектов проводилась с помощью метода корреляции цифровых изображений (рис. 3 и 4).



**Рис. 2.** Профили температур между наладками в образце из углепластика после  $10^4$  и  $4 \cdot 10^5$  циклов испытания на многоцикловую усталость и осцилляция поля температур в центре наиболее разогретой области.



**Рис. 3.** Дефекты и трещины в области между наладками (а) и на границе клевого слоя (б) в образце из углепластика после  $10^4$  и  $8 \cdot 10^5$  циклов усталостного нагружения с частотой 10 Гц и асимметрией цикла ( $R = 0,1$ ).



**Рис. 4.** Распределение максимальных касательных напряжений после  $10^4$  (а) и  $8 \cdot 10^5$  (б) циклов усталостного нагружения.

Проведены на электромеханической универсальной испытательной машине Shimadzu AGX-Plus квазистатические испытания на одноосное растяжение двух партий образцов из углепластика на основе эпоксидной матрицы со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/-45 с построением полных диаграмм деформирования. На основе полученных новых результатов определены деформационные и прочностные характеристики. Получены новые данные, позволившие идентифицировать материальные функции разработанных определяющих

соотношений, описывающие неупругое деформирование и разрушение анизотропных материалов при квазистатическом нагружении.

Получены новые данные квазистатические испытаний на одноосное растяжение двух партий образцов из углепластика на основе эпоксидной матрицы со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/-45 после предварительного динамического нагружения с помощью РСГК и стального ударника массой 384 г, разогнанного до скорости 10 м/с. Энергия импульса, передаваемого на образцы составляла 19 Дж и не приводила к макроразрушению и пробиванию.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–Урал № 19–41–590026).

## **ЗАДАЧА О ПРЯМОМ ПРЕВРАЩЕНИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАКЕ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ**

**Бобок Д.И.**

Научный руководитель — профессор, д.ф.-м.н. Мовчан А.А.

МАИ, Москва

denis199750@gmail.com

На сегодняшний день определяющие соотношения, описывающие термомеханическое поведение и свойства СПФ, и методики решения краевых задач для конструкций из сплавов с памятью формы развиты недостаточно. В основной массе такие задачи решаются численными методами, однако существуют и аналитические решения. Развитие методов аналитического решения краевых задач даст возможность с меньшими затратами сил, времени и ресурсов проводить проектировочные расчеты, что расширит перспективы внедрения СПФ в промышленность и многократно снизит стоимость проектирования конструкций из них.

В данной работе в рамках модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях исследовано поведение тонкостенной цилиндрической оболочки, материал которой претерпевает прямое термоупругое мартенситное превращение под действием постоянного внутреннего давления. Задача решена как для безмоментной оболочки, так и для области воздействия краевого эффекта. Задача решалась в постановке теории тонких оболочек. Аналогично решена задача о поддержании фиксированной деформированной формы цилиндрической оболочки, заданной путем нагружения в аустенитном безмоментном состоянии и претерпевающей прямое термоупругое мартенситное превращения. Определен характер убывания внешней нагрузки, обеспечивающий неизменность формы оболочки.

В рамках поставленной задачи применяется модель линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях в предположении о том, что параметр фазового состава в каждый момент рассматриваемого процесса равномерно распределен по материалу оболочки, что соответствует несвязанной постановке задачи для случая равномерного распределения по материалу температуры. Не учитывается возможность структурного превращения в материале оболочки. Пренебрегается переменностью упругих модулей при фазовом переходе и свойством разносопротивляемости СПФ. Для получения аналитического решения всех уравнений краевой задачи применялся метод преобразования Лапласа по величине объемной доли мартенситной фазы. После преобразования в пространстве изображений получается эквивалентная упругая задача, решая которую, образы по Лапласу искомых величин получаются в виде аналитических выражений, включающих операторы, являющиеся образами по Лапласу от упругих постоянных. Эти выражения являются дробно – рациональными функциями образа по Лапласу от параметра фазового состава. Возвращаясь в пространство оригиналов путём аналитического разложения выражений для искомых величин в пространстве изображений на простые множители, получаются искомые аналитические решения.

В результате решения получены как аналитические выражения, устанавливающие зависимость между напряжениями и прогибами элементов цилиндрической оболочки и параметром фазового состава материала, так и графические зависимости, иллюстрирующие их наглядно. Установлено, что во всех рассмотренных случаях увеличение удельной доли мартенсита в составе сплава приводит к росту прогибов исследуемых точек. Осевые напряжения (как безмоментные, так и учитывающие краевой эффект) при прямом превращении практически не меняются. Кольцевые напряжения в зоне краевого эффекта испытывают с ростом объемной доли мартенситной фазы существенные изменения.

### **Литература**

1. Мовчан А.А. Микромеханические определяющие уравнения для сплавов с памятью формы // Проблемы машиностроения и надежности машин (Машиноведение). – 1994. – №6. – С.47-53.
2. Мовчан А.А. Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1995. – №1. – С.197-205.
3. Мовчан А.А. Выбор аппроксимации фазовой диаграммы и модели исчезновения кристаллов мартенсита для сплавов с памятью формы // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1995. – Т.36. – №2. – С.173-181.
4. Мовчан А.А. Исследование эффектов связности в задачах изгиба балок сплава с памятью формы // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1998. – Т.39. – №1. – С.87-97.
5. Мовчан А.А. Аналитическое решение задач о прямом и обратном превращении для сплавов с памятью формы // Известия АН. Механика твердого тела. – 1996. – №4. – С.136-144.
6. Мовчан А.А. Некоторые проявления способности к ориентированному превращению для сплавов с памятью формы // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1996. – Т.37. – №6. – С.181-189.
7. Бобок Д.И. Аналитическое решение задачи изгиба круглой пластины из сплава с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №1. – С.74-97.
8. Бобок Д.И. Аналитическое решение задачи о цилиндрическом баке под внутренним давлением из сплава с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. //– 2020. – Т.26. – №3. – с.409-435

## **МЕТОД РАСЧЁТА НА ГЕРМЕТИЧНОСТЬ ФЛАНЦЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ДЕФОРМИРУЕМЫМ Z-ОБРАЗНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ**

**Бойков А.А.**

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Фирсанов В.В.

МАИ, Москва

a.boickov@yandex.ru

В системах трубопроводов авиационной и космической техники используются фланцевые соединения с Z-образным металлическим деформируемым уплотнением, привлекательность которых заключается в высокой плотности получаемого контакта. Имеется необходимость обеспечить герметичность и прочность соединения при его минимальной массе. Для этого необходимо получить зависимости, описывающие герметологическое поведение соединения, которые также позволят моделировать прочностные свойства конструкции фланцевого соединения.

Предлагается взять за основу теорию эквивалентного пористого слоя Козени-Кармана. Однако сложный характер взаимодействия деталей соединения не позволяет применить её из-за наличия неизвестных величин. Предлагается решать задачу методом суперпозиции в приращениях величин. Радиальная длина пятна контакта уплотнения и фланца принимается неизменной по сравнению с этапом затяжки соединения. Приращения неизвестных величин выражаются из зависимостей, моделирующих поведение соединения и основанных на уравнениях совместности перемещений точек деталей соединения и описании их прочностных свойств через теорию осесимметричной деформации колец большой кривизны К.Б. Бицено и моментную теорию осесимметричных цилиндрических оболочек.

В отличие от применявшихся ранее подходов к описанию прочностных свойств деталей фланцевого соединения, полученные зависимости позволяют провести не только прочностную, но и герметологическую оценку фланцевого соединения. Полученные зависимости также являются более универсальными, чем зависимости, рассматривающие

фланцы как тонкие осесимметричные круглые пластины, поскольку далеко не каждый фланец подойдет под такое определение, в отличие от случая, когда он моделируется как кольцо большой кривизны.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИИ СДВИГОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СПЛАВАХ МЕДИ С КРАЕВЫМИ ДИСЛОКАЦИЯМИ

Брюханов И.А., Емельянов В.А.

НИИ Механики МГУ, Москва

ibryukhanov@gmail.com

В работе изучается процесс релаксации сдвиговых напряжений за счет движения краевых дислокаций методами молекулярной динамики и дискретных дислокаций. Рассматривается периодическая ячейка материала с краевыми дислокациями на параллельных плоскостях скольжения. Начальная деформация сдвига применяется к системе в направлении вектора Бюргерса. Получены зависимости сдвигового напряжения, пластической деформации и скорости пластической деформации от времени. Показано, что когда дислокации достаточно удалены друг от друга, то релаксация осуществляется за счет движения дислокаций, причем скорость движения дислокаций превышает анизотропную скорость звука. Если же дислокации образуют скопления, то релаксация происходит за счет роста дефектов упаковки, и скорость дислокаций является дозвуковой. Установлено, что напряжения, при котором меняется механизм релаксации напряжений, снижается с ростом плотности дислокаций. Релаксация напряжений в твердом растворе медь-никель происходит быстрее, чем в чистой меди. Показано, что с ростом плотности дислокаций релаксация сдвиговых напряжений выше 100 МПа осуществляется быстрее.

**Введение.** Ударные волны возникают при высокоскоростном соударении твердых тел [1]. В большом числе металлов и сплавов структура ударной волны является композицией волны упругого предвестника и следующей за ним пластической волны [2]. За фронтом упругого предвестника изначально невозмущенный материал приобретает продольную деформацию сжатия, которая вызывает в материале релаксацию напряжений за счет процессов пластической деформации.

В зависимости от амплитуды ударной волны в материале могут наблюдаться дислокационные ячейки, дефекты упаковки или двойниковые полосы [3]. По мере распространения ударной волны в материале, напряжение на упругом предвестнике снижается. Характер затухания упругого предвестника позволяет определить значение начальной скорости пластической деформации за его фронтом. Сдвиговое напряжение на упругом предвестнике для прокатанной меди с высокой плотностью дислокаций в 7-9 раз выше, чем для отожженной меди, в которой дислокаций меньше [4]. Из-за более высокого напряжения в прокатанной меди дислокации движутся гораздо быстрее, чем в отожженной, но они менее интенсивно размножаются, поэтому их плотность в пластической волне оказывается ниже [4]. Рост динамического предела упругости с ростом плотности дислокаций является следствием деформационного упрочнения.

В условиях ударно-волновой нагрузки материал очень быстро деформируется и дислокации достаточно быстро приобретают высокие скорости. Как показывают недавние молекулярно-динамические расчеты движения дислокаций в меди и твердых растворах медь-никель, скорость дислокаций приближается к скорости звука уже при сдвиговых напряжениях порядка 50-100 МПа и температурах ниже 500 К [5].

В данной работе рассматривается релаксация сдвиговых напряжений, в которой пластическая деформация осуществляется за счет скольжения существующих краевых дислокаций в периодической ячейке материала. Изучается влияние упругого взаимодействия дислокаций на время релаксации напряжений и скорость пластической деформации. Используются методы молекулярной динамики и метод дискретных дислокаций. Исследуется влияние плотности дислокаций на скорость пластической деформации и время релаксации. Проводится сравнение результатов со случаем, когда дислокации считаются невзаимодействующими.

**Методы.** Рассматривается ГЦК кристалл меди с осями  $x[110]$ ,  $y[-111]$  и  $z[1-12]$  с периодическими граничными условиями вдоль всех трех направлений. Для создания

дислокационных диполей использовалось два метода: либо две дополнительные полуплоскости сверху и снизу кристалла вставлялись кристалл в одинаковых положениях вдоль оси  $x[110]$ , либо часть атомов между позициями краевых дислокаций в диполе удалялась. Диполи краевых дислокаций образовывались в результате релаксации системы при заданной температуре и нулевом давлении. Размер системы вдоль линии дислокаций выбирался равным 4 нм. Вдоль остальных двух осей размер системы варьировался от  $40 \times 100 \text{ нм}^2$  до  $50 \times 120 \text{ нм}^2$ , что соответствовало от 1 200 000 до 2 000 000 атомам в системе. Для создания твердого раствора Cu-Ni атомы Cu случайным образом заменяются атомами Ni с концентрацией 30%.

Для задания напряженного состояния к системе прикладывалась одномоментная сдвиговая деформация  $\gamma_{xy}$ . Численное интегрирование выполнялось в ансамбле NVE при температуре 300 К. Использовался потенциал EAM для системы Cu-Ni [6]. Величина шага интегрирования 1 фс. Молекулярно-динамические (МД) расчеты проводились в пакете LAMMPS [7].

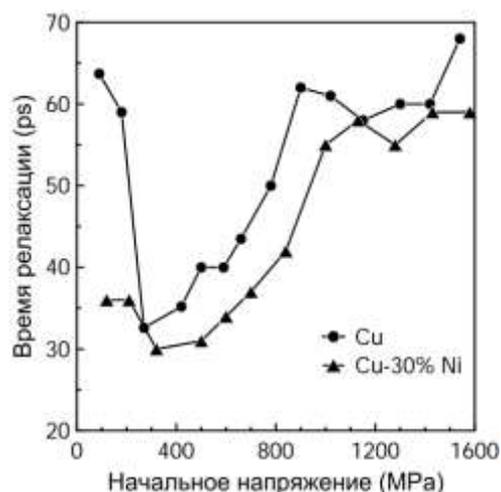
В методе дискретных дислокаций краевые дислокации в периодической ячейке двигаются под действием внешнего поля напряжений и полей упругих напряжений, создаваемыми другими дислокациями [8]. Использовались зависимости скорости дислокаций от напряжения из результатов МД расчетов [5].

**Результаты.** Рассмотрим системы из четырех удаленных друг от друга диполя, и шести более близко расположенных вдоль оси  $y[-111]$  дислокационных диполя в МД. Если начальное напряжение ниже некоторого критического, то релаксации напряжений происходит за счет скольжения существующих краевых дислокаций в обеих системах. Когда начальное напряжение ставится выше, то механизмы релаксации для двух систем начинают отличаться. В системе с четырьмя удаленными диполями на начальном этапе релаксации дислокации двигаются со скоростями, превышающими скорость звука. В системе с шестью диполями, релаксация происходит за счет роста дефектов упаковки. Ширина краевых дислокаций увеличивается, и образовавшийся дефект затем смещается как одно целое в сторону своего вектора Бюргерса. Когда напряжение релаксирует к около нулевому значению, то дислокация принимает свою начальную форму.

Для систем с большей плотностью дислокаций, начиная с некоторого критического напряжения, релаксация напряжений всегда происходила за счет роста дефектов упаковки величина. Величина критического напряжения уменьшалась с ростом плотности дислокаций. Когда напряжение в системе было высоким, более 1000 МПа, то дефекты упаковки заполняли всю плоскость скольжения (-111). При этом дислокации, которые не имели большого числа соседей, двигались без изменения формы. Описанные механизмы релаксации напряжений наблюдались и в чистой меди, и в твердом растворе медь-никель.

Для одних и тех же начальных дислокационных конфигураций релаксация напряжений в твердом растворе Cu-Ni происходит быстрее, чем в чистой меди (рис. 1). Это связано с тем, что скорость дислокаций при напряжениях, превышающих 30-40 МПа в твердом растворе выше, чем в меди.

В результате расчетов обоими методами было показано, что основная стадия релаксации напряжений, в которой релаксирует большая часть начального напряжения, ускоряется с ростом плотности дислокаций. В этом режиме дислокации движутся со скоростями, близкими к скорости звука, и упругое взаимодействие дислокаций не может их значительно замедлить. Напряжение, к которому релаксирует система на этом этапе, увеличивается с ростом плотности дислокаций. Дальнейшая релаксация напряжений замедляется с ростом плотности дислокаций. В этом режиме движение дислокаций становится менее однородным и более спонтанным, из-за того, что величина напряжения, действующего между дислокациями, начинает превышать внешнее поле напряжений.



**Рис.1.** Зависимость времени релаксации (*ps*) от приложенного начального сдвигового напряжения (МПа) в чистой меди и твердом растворе медь-никель 30% с 4 дислокационными диполями и плотностью дислокаций  $1.1 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ .

Расчеты были проведены на суперкомпьютерном комплексе «Ломоносов» [9] и кластере МСЦ РАН. Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-71-00080.

### Литература

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматлит, 2008. 656 p.
2. Zaretsky E.B., Kanel G.I. Effect of temperature, strain, and strain rate on the flow stress of aluminum under shock-wave compression // J. Appl. Phys. 2012. Vol. 112, № 7. P. 073504.
3. Meyers M.A., Vöhringer O., Lubarda V.A. The onset of twinning in metals: a constitutive description // Acta Mater. 2001. Vol. 49, № 19. P. 4025–4039.
4. Zaretsky E.B., Kanel G.I. Response of copper to shock-wave loading at temperatures up to the melting point // J. Appl. Phys. 2013. Vol. 114, № 8. P. 083511.
5. Bryukhanov I.A. Dynamics of edge dislocation in Cu–Ni solid solution alloys at atomic scale // Int. J. Plast. 2020. Vol. 135. P. 102834.
6. Onat B., Durukanoğlu S. An optimized interatomic potential for Cu–Ni alloys with the embedded-atom method // J. Phys. Condens. Matter. 2014. Vol. 26, № 3. P. 035404.
7. Plimpton S. Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics // J. Comput. Phys. 1995. Vol. 117, № 1. P. 1–19.
8. Giessen E. Van der, Needleman A. Discrete dislocation plasticity: a simple planar model // Model. Simul. Mater. Sci. Eng. 1995. Vol. 3, № 5. P. 689–735.
9. Sadovnichy V. et al. “Lomonosov”: Supercomputing at Moscow State University // Contemporary High Performance Computing: From Petascale toward Exascale / ed. Vetter J.S. Boca Raton, USA: CRC Press, 2013. P. 283–307.

## ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ПОЛУЧАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ЧИСТОВОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ

**Вахитов К.Р.**

Научный руководитель — Ахмадиев А.И.

Альметьевский филиал КНИТУ-КАИ им. А.Н. Туполева, Альметьевск  
kemz767676@gmail.com

Шероховатость подразумевает под собой совокупность неровностей поверхности с малыми шагами, которые образуют рельеф самой поверхности, рассматривая в имеющихся пределах базовой длины.

Шероховатость поверхности следует идентифицировать по ее профилю, образуемого в сечении данной поверхности, плоскостью, перпендикулярной к номинальной поверхности.

Опираясь на ГОСТ 2789-73, установлено 6 различных параметров шероховатости исследуемой поверхности. В них включаются такие параметры, как: 3 высотных параметра и 3 шаговых.

На шероховатость исследуемой поверхности, обработанной твёрдосплавным режущим инструментом, производит влияние значительное количество факторов и, в главную очередь, метод обработки заготовок. Различные методы обработки характеризуются применяемым оборудованием и инструментом, и, учитывая данные факторы, позволяют получить разнообразную шероховатость поверхности ячейками. В данной работе рассматриваются: метод определения допустимых геометрических параметров трехслойных пакетов с данным наполнителем, способ нахождения эквивалентных геометрических и физических параметров пакета с целью упрощения численного и аналитического прочностного анализа, а также изложены некоторые практические результаты. Рассматриваемая ячеистая структура позволяет добиться существенного снижения веса наполнителя с сохранением прочностных свойств и успешно разрешить большинство проблем, характерных для многослойных панелей.

В результате проведенных исследований выявлена перспективность применения подобных структур по сравнению с классическими трехслойными панелями, а также сформированы определенные методы, значительно упрощающие проектировочные расчеты трехслойных пакетов с наполнителя с конусообразными ячейками и учитывающие его особенности.

## **ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА**

**Вельмакин Г.С.**

Научный руководитель - доцент, к. т.н., Романенков А.М.

МАИ, Москва

grigoryyii@gmail.com

Предложены два метода численного решения нестационарного уравнение теплопроводности, при учёте теплопроводности (закон Фурье и Ньютона-Рихмана) и излучения (закон Стефана-Больцмана). Учтено переизлучение внутри невыпуклого тела (системы тел).

**Постановка нестационарной задачи.** Будем рассматривать процессы теплопереноса в условиях двумерной задачи, когда расчётная область представлена (рис. 1) составленной из двух прямоугольников ( $L$  - образная область):

$$\Omega = \Omega' \cup \Omega'',$$

$$\Omega' = \{x | x = (x_1, x_2), \quad 0 < x_\alpha < l'_\alpha, \quad \alpha = 1, 2\},$$

$$\Omega'' = \{x | x = (x_1, x_2), \quad 0 < x_\alpha < l''_\alpha, \quad \alpha = 1, 2\}.$$

При расчёте теплообмена излучением необходимо учитывать потоки тепла с поверхности  $\gamma'$ , попадающие на  $\gamma''$ , и наоборот. Здесь приняты следующие обозначения:

$$\gamma = \gamma' \cup \gamma'', \quad \gamma' = \{x | x \in \partial\Omega, \quad x_1 = l'_1\}, \quad \gamma'' = \{x | x \in \partial\Omega, \quad x_2 = l''_2\} \quad \text{и} \quad \Gamma = \partial\Omega \setminus \gamma.$$

В области  $\Omega$  тепловое состояние описывается уравнением

$$c(x) \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) = f(x, t), \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

Начальное условие:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

Граничные условия:

а) Будем считать, что на  $\Gamma$  поддерживается заданный температурный режим, т.е.

$$u(x,t) = g(x,t), \quad x \in \Gamma, \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$

б) На  $\gamma$  происходит теплообмен с окружающей средой (закон Фурье и Ньютона-Рихмана) и осуществляется перенос тепла излучением (закон Стефана-Больцмана), т.е.

$$k \frac{\partial u}{\partial n} + \sigma_1(x)(u - g(x,t)) + q(x,t) = 0, \quad x \in \gamma, \quad 0 < t \leq T, \quad (4)$$

где  $\sigma_1(x)$  - коэффициент конвективного теплообмена, а  $q(x)$  - радиационный поток.

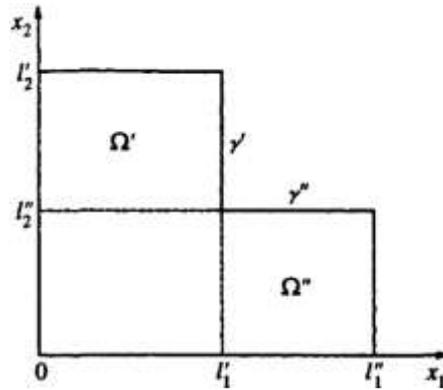


Рис. 1.

Для неизвестной  $q(x)$  выполняется интегральное уравнение

$$q(x,t) - \kappa(x) \int_{\gamma} G(x,\xi) q(\xi,t) d\xi = q_0(x,t), \quad x \in \gamma, \quad 0 < t \leq T, \quad (5)$$

где

а)  $0 < \kappa(x) < 1$  - коэффициент отражения,

б) правая часть определяется выражением

$$q_0(x,t) = \sigma_2(x)(u^4(x,t) - g^4(x,t)), \quad (6)$$

где  $\sigma_2(x)$  - излучательная способность тела,

в) ядро интегрального оператора

$$G(x,\xi) = \frac{1}{\pi \cdot r(x,\xi)} \cdot \cos(n(x),r) \cdot \cos(n(\xi),r),$$

где  $r(x,\xi)$  - расстояние между точками  $x$  и  $\xi$ , а  $\cos(n(x),r)$  - косинус угла между нормалью к  $\gamma$  в точке  $x$  и отрезком, соединяющим  $x$  и  $\xi$ . Интегрирование идёт по  $\gamma'$  ( $\gamma''$ ) - части границы  $\gamma$  тела, которая видна из точки  $x_1$  ( $x_2$  соответственно).

Поставленная согласованная задача теплообмена излучением и теплопроводностью (1) - (6) характеризуется тем, что неизвестные  $u(x,t)$  и  $q(x,t)$  завязаны в общую систему уравнений через граничное условие (4) и правую часть (6) интегрального уравнения (5).

**Сеточная задача.** Задача (1) - (6) включает в себя задачу расчёта теплового поля внутри тела и задачу расчёта потоков теплового излучения. Будем считать, что в области  $\Omega$  введена согласованная со всей границей равномерная прямоугольная сетка. Пусть  $\omega$  - множество внутренних узлов сетки, а  $\gamma'_h, \gamma''_h$  - множества узлов, лежащих на  $\gamma'$  и  $\gamma''$  соответственно ( $\gamma_h = \gamma'_h \cup \gamma''_h$ ). Пусть  $y(x,t)$ ,  $x \in \omega \cup \gamma_h$  - приближенная температура, а  $s(x,t)$ ,  $x \in \gamma_h$  - поток. Тогда (1) - (4) ставится в соответствии разностная задача

$$b(x) \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \Lambda y + F_0(x)s - F_1(x,t) = 0, \quad x \in \omega \cup \gamma_h, \quad 0 < t \leq T. \quad (7)$$

Здесь:

а) Оператор  $F_1(x,t) = f(x,t)$  - правая часть (1)

б)  $\Lambda$  - линейный сеточный оператор, который соответствует краевой задаче с условиями третьего рода на  $\gamma$ . Он определяется выражением

$$\Lambda y = \begin{cases} -\sum_{\alpha=1}^2 (a_\alpha y_{\bar{x}_\alpha})_{x_\alpha}, & x \in \omega \\ \frac{2}{h_2} (a_2(x) y_{\bar{x}_2} + \sigma_1(x)(y-g)) - (a_1 y_{\bar{x}_1})_{x_1}, & x \in \gamma''_h \\ \frac{2}{h_1} (a_1(x) y_{\bar{x}_1} + \sigma_1(x)(y-g)) - (a_2 y_{\bar{x}_2})_{x_2}, & x \in \gamma'_h \end{cases}$$

где,  $a_1(x_1, x_2) = k(x_1 - 0,5h_1, x_2)$ ,  $a_2(x_1, x_2) = k(x_1, x_2 - 0,5h_2)$ ,  $y_x = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}$  (аппроксимация

«вперёд»),  $y_{\bar{x}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{h}$  (аппроксимация «назад»),  $y_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{y_x - y_{\bar{x}}}{h} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$ .

в) Сеточная функция  $F_0(x,t)$  отлична от нуля только на  $\gamma_h$  и определяется следующим образом

$$F_0(x,t) = \begin{cases} 0, & x \in \omega \\ \frac{2}{h_2}, & x \in \gamma''_h \\ \frac{2}{h_1}, & x \in \gamma'_h \end{cases}$$

Аппроксимация интегрального уравнения (5) с правой частью (6) приводит к сеточному уравнению, которое мы запишем в виде

$$(E - R)s - F_2(x, y, t) = 0, \quad x \in \gamma_h, \quad 0 < t \leq T. \quad (8)$$

Здесь:

а) Оператор  $E = 1$

б) Оператор  $R$  соответствует аппроксимации интегрального оператора (используется квадратурная формула Симпсона)

в) Оператор  $F_2(x, y, t) = q_0(x, y, t)$  - правой части (6).

Таким образом ставится задача решения системы уравнений (7), (8), с порядком аппроксимации  $O(h_1^2 + h_2^2 + \tau)$ . В силу нелинейности для приближенного решения этой задачи используются те или иные итерационные методы решения систем нелинейных уравнений.

**Итерационные методы решения задачи.** При построении решения задачи (7), (8) будем ориентироваться на методы, которые основаны на такой организации, при которой на каждой итерации решаются обычная краевая задача теплопроводности и задача теплообмена излучением в условиях заданных температур.

Первый метод связан с использованием метода Зейделя. Приближенное решение задачи (7), (8) на  $n + 1$  слое определим из решения следующей линейной задачи:

$$b(x) \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \Lambda y_{n+1} + F_0(x) s_n - F_1(x, t) = 0, \quad x \in \omega \cup \gamma_h, \quad (9)$$

$$(E - R) s_{n+1} - F_2(x, y_{n+1}, t) = 0, \quad x \in \gamma_h, \quad (10)$$

Переход на новый временной слой осуществляется на основе решения краевой задачи теплопроводности при заданных потоках излучения (задача (9)) и расчёте излучения (задача (10)) по полученному полю температур.

Второй метод основан на решении нелинейной краевой задачи при  $x \in \omega \cup \gamma'_h$ . С учётом (8) перепишем (7) в виде

$$b(x) \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \Lambda y + F_0(x) F_2(x, y, t) + F_0(x) R s - F_1(x, t) = 0, \quad x \in \omega \cup \gamma_h, \quad (11)$$

Здесь слагаемое  $F_0(x) R s$  учитывает переизлучение. Для приближенного решения задачи (8), (11) можно использовать итерационный процесс, аналогичный (9), (10), когда вместо (9) решается уравнение

$$b(x) \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \Lambda y_{n+1} + F_0(x) F_2(x, y_{n+1}, t) + F_0(x) R s_n - F_1(x, t) = 0, \quad x \in \omega \cup \gamma_h, \quad (12)$$

Нелинейная задача (12) соответствует тому, что с предыдущего временного слоя берётся только переизлучение. Собственное тепловое излучение (слагаемое  $F_0(x) F_2(x, y_{n+1}, t)$ ) выносится на верхний временной слой. Для решения используется метод Ньютона.

Достоинством первого метода является простой процесс вычислений, а недостатком – появление ограничений на шаги по пространственным и временной переменной в силу необходимого выполнения условия сходимости. Второй метод стоит использовать, если известно близкое приближение к корням системы.

## Литература

1. Самарский Александр Андреевич, Вабищев Пётр Николаевич. Вычислительная теплопередача. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 784 с. ISBN 5-354-00234-6. Стр. 406 - 412..

## СПЕЦИФИКА ВОЛОЧЕНИЯ ТИТАНОВОЙ ПРОВОЛОКИ

Возмищев Н.С., Логинов Ю.Н.

УрФУ, Екатеринбург

nikitosnebanditos@gmail.com

Отмечена такая особенность титана при обработке давлением, как склонность к налипанию на рабочий инструмент. Выполнен краткий анализ применения методов холодной обработки титановой проволоки сортовой прокаткой, волочением через монолитные и роликовые волокна. Показаны достоинства и недостатки методов.

**Введение.** На этапе производства проволоки из предварительно подготовленной для этого заготовки существует альтернатива применения процесса волочения или холодной сортовой прокатки [1]. Применению сортовой прокатки вместо волочения на этом этапе обработки металлов способствовал в последнее время выпуск прокатных станов, в основном, ювелирного назначения, с калибровками, имеющими размер профиля ручьев до 1 мм, но производство продукции таких размеров ранее осуществлялось только волочением. Таким образом сортовая прокатка и волочение являются двумя конкурирующими процессами. Третьим вариантом технологии является применение роликового волочения [2, 3], по существу являющегося гибридным решением на основе объединения преимуществ двух упомянутых процессов. Особенно важно применение роликового волочения при обработке такого металла, как титан, потому что он обладает свойством повышенной адгезии к материалу инструмента. Из-за налипания металла на поверхность волоки трение переходит в предельное, нагрузки возрастают, и проволока при волочении обрывается.

**Методы.** Обычно волочение металлов осуществляют в холодном состоянии и применяют сплошные волокна, изготовленные из стали, твердых сплавов, искусственных и природных алмазов. Как правило, при обработке давлением в отличие от черных металлов практически все цветные металлы налипают на металлический или металлокерамический инструмент. На его поверхности создается слой того же металла, который обрабатывается. Таким образом, контактную пару металл-инструмент в этом случае можно рассматривать как выполненную из одного и того же металла. Обычно подобный случай описывают как явление налипания. Как это следует из данных статьи [4], при испытании 9 металлов (Mo, Ti, Co, Ni, Fe, Cu, Ag, Au, Zn) наибольшая адгезия была выявлена в паре Ti – Ti. Если при прокатке часто мирятся с процессом налипания, которое проявляется даже при применении эффективных эмульсий и смазок, то при волочении возможно появление процессов или полного или частичного схватывания, которое приводит к обрыву проволоки. В некоторых случаях применяются технологии волочения в оболочке или с покрытием, например, медным. Но это применимо, если от конечного продукта не требуется особой чистоты металла. Если проволока применяется для сварки титановых конструкций, то применение посторонних веществ в технологии производства становится проблематичным.

Вследствие отмеченных особенностей редкие предприятия берутся за процессы обработки титановой проволоки. Дополнительные трудности возникают при формировании режимов обжатий, особенно для легированных титановых сплавов из-за потери пластичности при нагартовке, что приводит к необходимости частого применения рекристаллизационных отжигов. Термообработка титана и сплавов оказывается дорогостоящей из-за необходимости применения вакуумных печей.

Применение роликового волочильного инструмента вместо обычных волок позволяет применять большие коэффициенты вытяжек. Возникает возможность непрерывно смазывать поверхность инструмента. Это происходит, потому что рабочая поверхность роликов постоянно уходит из очага деформации и становится свободной поверхностью, на которую легко подать технологическую смазку. В случае деформации титана это является важной положительной чертой на фоне вышеотмеченной особенности – склонности к налипанию.

Вместе с тем, как это отмечалось в исследованиях применительно к волочению стальной проволоки [5, 6], применение роликового волочения, например, по схеме «круг - фасонное сечение – круг» приводит к возникновению неравномерности деформации в тангенциальном направлении, при этом больший уровень деформации наблюдается в местах выпуска калибров. Используемые в настоящее время трехроликовые волокна не свободны от этого недостатка. Неоднородность деформации приводит к неравномерному отжигу проволоки или прутка, в областях с повышенной степенью деформации рекристаллизация наступает раньше, поэтому по окончании процесса отжига в этих областях может произойти чрезмерный рост зерен.

Эффект повышенной неоднородности деформации уменьшается при увеличении числа роликов. Однако это усложняет и удорожает волочильный инструмент, что приводит к

мысли об использовании новых процессов, таких как волочение без волок (dieless drawing) [7], требующих, однако, выполнения строгого баланса между приемами локального нагрева и механического воздействия на заготовку.

### **Литература**

1. Логинов Ю.Н., Горланов А.Ю., Мурзинов О.Л. Сравнительный анализ процессов холодной сортовой прокатки и волочения проволоки из латуни. Цветные металлы. 2006. № 12. С. 91-93.
2. Даненко В.Ф., Гуревич Л.М., Змейчук К.В. Сравнительный анализ напряженного состояния деформационной зоны при производстве проволоки в монолитных и роликовых волоках. Известия Волгоградского государственного технического университета. 2017. № 6 (201). С. 83-87.
3. Логинов Ю.Н., Железняк Л.М. Усовершенствование роликового волочильного инструмента. Теория и практика производства метизов. Екатеринбург: УПИ. 1982. С. 52-58.
4. Hiroshi Mishina, Alan Hase. Effect of the adhesion force on the equation of adhesive wear and the generation process of wear elements in adhesive wear of metals. Wear. 2019. No. 202936.
5. Харитонов В.А., Усанов М.Ю. Совершенствование деформационных режимов волочения проволоки из углеродистых марок стали в монолитных и роликовых волоках. Магнитогорск. 2020. 133 с.
6. Харитонов В.А., Манякин А.Ю., Чукин М.В. и др. Совершенствование режимов деформации и инструмента при волочении круглой проволоки: монография. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск, гос. техн. ун-та им. Г.И.Носова. 2011. 174 с.
7. Yeong-Maw Hwang, Guan-Wei Kuo, Han-Hsuan Liu. High temperature oxidation behavior in dieless drawing of titanium alloy wires. Procedia Manufacturing. 2018. V. 15. P. 294-301.

## **ОСОБЕННОСТИ РАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА ТРЕХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С КОНУСООБРАЗНЫМ ДИСКРЕТНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

**Волков А.Н.**

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Зотов А.А.

МАИ, Икша

rosezento@gmail.com

В настоящее время при создании летательных аппаратов, а также иных конструкций и механизмов, широко используются многослойные панели и оболочки с различными заполнителями. Многослойные панели успешно применяются и эксплуатируются в качестве силовых элементов конструкций уже более полувека, однако геометрические параметры и виды заполнителя не претерпели значительных изменений. Не смотря на многочисленные преимущества, к которым прежде всего относят: малый вес, высокую удельную прочность и жесткость, многослойные пакеты обладают рядом существенных недостатков: низкая ударная вязкость и прочность на сдвиг, проблемы с удалением конденсата и влагопоглощением, конструктивно-технологические проблемы при изготовлении. Подобные негативные свойства данных панелей наряду с их преимуществами задали направление поиска устранения вышеперечисленных недостатков.

В последнее время определенное развитие получили складчатые, ферменные, сетчатые и иные дискретные структуры, одной из которых является заполнитель с конусообразными ячейками. В данной работе рассматриваются: метод определения допустимых геометрических параметров трехслойных пакетов с данным заполнителем, способ нахождения эквивалентных геометрических и физических параметров пакета с целью упрощения численного и аналитического прочностного анализа, а также изложены некоторые практические результаты. Рассматриваемая ячеистая структура позволяет добиться существенного снижения веса заполнителя с сохранением прочностных свойств и успешно разрешить большинство проблем, характерных для многослойных панелей.

В результате проведенных исследований выявлена перспективность применения подобных структур по сравнению с классическими трехслойными панелями, а также сформированы определенные методы, значительно упрощающие проектировочные расчеты трехслойных пакетов с заполнителя с конусообразными ячейками и учитывающие его особенности.

# ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ТОНКИХ ДВУХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН ИЗ ОРТОРОМБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

**Волков М.А.**

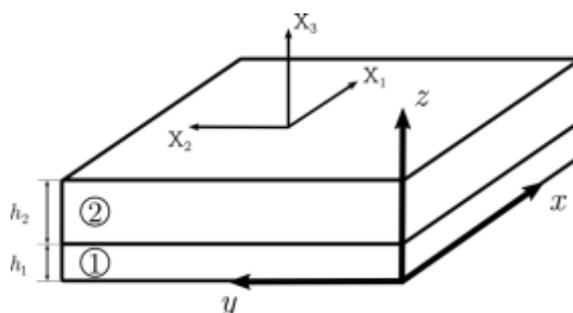
ИПМех РАН, Москва  
volkovmikh@gmail.com

В работе проведен анализ изменчивости эффективных характеристик тонких двухслойных пластин из одинаково ориентированных орторомбических кристаллов при продольном растяжении. Показано, что эффективные модуль Юнга и коэффициенты Пуассона, в ряде случаев, могут превосходить по своей величине значения модуля Юнга и коэффициентов Пуассона исходных материалов.

**Введение.** Развитие нанотехнологий позволяет создавать нано/мезомасштабные композиционные материалы. Среди прочего, интерес вызывает вопрос об оценке их эффективных характеристик. В частности, при наличии ауксетических фаз (с отрицательным коэффициентом Пуассона).

Исследование влияния ауксетических слоев на эффективные свойства слоистых изотропных композитов проводился в работах [1-3]. Было показано, что наличие фаз с отрицательным коэффициентом Пуассона приводит к существенному улучшению эффективных характеристик в сравнении с таким же композитом из обычных материалов. Для анизотропных композитов также имеет место улучшение эффективных свойств, при наличии ауксетического слоя, для кристаллов различных систем при различных вариантах нагрузки [4-6].

**Основная часть.** Рассмотрим тонкую пластинку из двух орторомбических кристаллов с одинаковыми ориентациями кристаллофизических систем координат XYZ. Один слоев будем обозначать 1, а другой 2. Им соответствуют толщины  $h_1$  и  $h_2$  (Рис. 1).



**Рис. 1.** Схема двухслойной пластины.

Матрица коэффициентов податливости для каждого из слоев выглядит следующим образом

$$s_{ij}^k = \begin{pmatrix} s_{11}^k & s_{12}^k & s_{13}^k & 0 & 0 & 0 \\ & s_{22}^k & s_{23}^k & 0 & 0 & 0 \\ & & s_{33}^k & 0 & 0 & 0 \\ & & & s_{44}^k & 0 & 0 \\ & & & & s_{55}^k & 0 \\ & & & & & s_{66}^k \end{pmatrix}.$$

Здесь и далее верхний индекс обозначает номер слоя. Закон Гука, для каждого из слоев, в случае тонкой пластины выглядит следующим образом

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx}^k = s_{11}^k \sigma_{xx}^k + s_{12}^k \sigma_{yy}^k \\ \varepsilon_{yy}^k = s_{12}^k \sigma_{xx}^k + s_{22}^k \sigma_{yy}^k \\ \varepsilon_{zz}^k = s_{13}^k \sigma_{xx}^k + s_{23}^k \sigma_{yy}^k \\ \varepsilon_{xy}^k = s_{66}^k \sigma_{xy}^k \end{cases} \quad (1)$$

Считаем, что на одной из боковых поверхностей к пластине приложена растягивающая нагрузка  $P$ , а изгибный момент отсутствует. Эти условия, в случае растяжения вдоль оси  $x$ , принимают вид

$$\begin{aligned} P &= h_1 \sigma_{xx}^1 + h_2 \sigma_{xx}^2 \\ 0 &= h_1 \sigma_{yy}^1 + h_2 \sigma_{yy}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\int_0^{h_1} \sigma_{xy}^1 z dz + \int_{h_1}^{h_1+h_2} \sigma_{xy}^2 z dz = 0, \quad (3)$$

На границе раздела предполагается жесткая сцепка

$$\varepsilon_{xx}^1 = \varepsilon_{xx}^2, \quad \varepsilon_{yy}^1 = \varepsilon_{yy}^2, \quad \varepsilon_{xy}^1 = \varepsilon_{xy}^2 \quad (4)$$

Из (3) следует, что сдвиговые напряжения в пластине отсутствуют. С использованием (1), (2) и (4) можно получить зависимости эффективных модуля Юнга и коэффициентов Пуассона пластины от коэффициентов упругости и отношения толщин  $\lambda$

$$\begin{aligned} E_{xx}^{eff} &= \frac{P}{(h_1 + h_2) \varepsilon_{xx}} = \frac{\tilde{s}_{12}^2 - \tilde{s}_{11} \tilde{s}_{22}}{(1 + \lambda) \left[ s_{11}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{11}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2) \right]}, \\ \nu_{xy}^{eff} &= -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{s_{12}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{12}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}{s_{11}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{11}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \\ \nu_{xz}^{eff 1} &= -\frac{\varepsilon_{zz}^1}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{s_{13}^1 (\tilde{s}_{12} s_{12}^2 - \tilde{s}_{22} s_{11}^1) + s_{23}^1 (s_{12}^2 s_{11}^1 - s_{12}^2 s_{11}^1)}{s_{11}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{11}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \\ \nu_{xz}^{eff 2} &= -\frac{\varepsilon_{zz}^2}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{s_{13}^2 (\tilde{s}_{12} s_{12}^1 - \tilde{s}_{22} s_{11}^1) + s_{23}^2 (s_{12}^2 s_{11}^1 - s_{12}^2 s_{11}^1)}{s_{11}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{11}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \\ \nu_{xz}^{eff} &= \frac{\nu_{xz}^{eff 1} \lambda + \nu_{xz}^{eff 2}}{1 + \lambda}, \quad \lambda = \frac{h_1}{h_2}, \quad \tilde{s}_{ij} = s_{ij}^1 + \lambda s_{ij}^2. \end{aligned}$$

В случае растяжения вдоль оси  $y$  выражения для эффективных характеристик немного изменятся

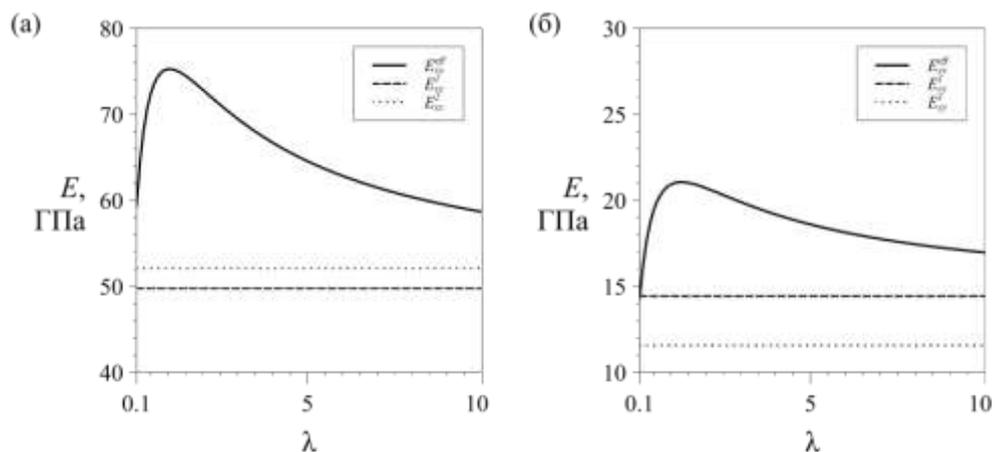
$$\begin{aligned} E_{yy}^{eff} &= \frac{P}{(h_1 + h_2) \varepsilon_{yy}} = \frac{\tilde{s}_{12}^2 - \tilde{s}_{11} \tilde{s}_{22}}{(1 + \lambda) \left[ s_{22}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{22}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2) \right]}, \\ \nu_{yx}^{eff} &= -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = -\frac{s_{12}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{12}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}{s_{22}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{22}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \\ \nu_{yz}^{eff 1} &= -\frac{\varepsilon_{zz}^1}{\varepsilon_{yy}} = -\frac{s_{13}^1 (s_{12}^2 s_{22}^1 - s_{12}^2 s_{22}^1) + s_{23}^1 (\tilde{s}_{12} s_{12}^2 - \tilde{s}_{11} s_{22}^2)}{s_{22}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{22}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \\ \nu_{yz}^{eff 2} &= -\frac{\varepsilon_{zz}^2}{\varepsilon_{yy}} = -\frac{s_{13}^2 (s_{12}^2 s_{22}^1 - s_{12}^2 s_{22}^1) + s_{23}^2 (\tilde{s}_{12} s_{12}^2 - \tilde{s}_{11} s_{22}^2)}{s_{22}^2 (s_{12}^2 - s_{11}^1 s_{22}^1) + \lambda s_{22}^1 (s_{12}^2 - s_{11}^2 s_{22}^2)}, \end{aligned}$$

$$\nu_{yz}^{eff} = \frac{\nu_{yz}^{eff 1} \lambda + \nu_{yz}^{eff 2}}{1 + \lambda}.$$

При учете связей между коэффициентами податливости, эти выражения так же справедливы для кристаллов более симметричных систем (тетрагональной, гексагональной, кубической).

С использованием значений коэффициентов податливости из справочника [7], полученных экспериментально, проведен анализ изменчивости эффективных упругих характеристик тонких двухслойных пластин из всех возможных комбинаций орторомбических кристаллов.

Анализ затронул около 13000 пластин. Для 1600 пластин было отмечено значительное (более 5%) отклонение эффективного модуля Юнга от величин, предсказываемых правилом смесей по Фойгту. Эффективные продольные коэффициенты Пуассона  $\nu_{xy}^{eff}$  и  $\nu_{yx}^{eff}$  во всех случаях остаются ограничены значениями коэффициентов Пуассона ( $-s_{12}^k / s_{11}^k$  и  $-s_{12}^k / s_{22}^k$ ) составляющих слоев. Отличное поведение имеет место для эффективных модуля Юнга и поперечных коэффициентов Пуассона. Эффективный модуль Юнга  $E_{xx}^{eff}$  может превосходить модуль Юнга наиболее жесткого слоя более чем на 5% для небольшого количества пластин (150 из 13000),  $E_{yy}^{eff}$  – для 170 из 13000. Наибольшие отличия достигаются для пластин  $Cd_2(MoO_4)_3 - Cu-14 \text{ wt\% Al } 3.0 \text{ wt\% Ni}$  и  $AgTlSe - NH_4B_5O_8 \cdot 4H_2O$  (Рис. 2).



**Рис.2.** Эффективные модули Юнга пластин  $Cd_2(MoO_4)_3 - Cu-14 \text{ wt\% Al } 3.0 \text{ wt\% Ni}$  (а) и  $AgTlSe - NH_4B_5O_8 \cdot 4H_2O$  (б) в зависимости от отношения толщин  $\lambda$ .

Поперечные коэффициенты Пуассона  $\nu_{xz}^{eff}$  и  $\nu_{yz}^{eff}$  12 и 4 пластин, соответственно, могут превосходить значения коэффициентов Пуассона слоев. Например, у пластины  $SbN_2O_3H_6 - Cu-14 \text{ wt\% Al } 3.0 \text{ wt\% Ni}$  коэффициент Пуассона  $\nu_{xz}^{eff}$  может, достигать -1.05, в то время как соответствующие коэффициенты Пуассона слоев равны -0.91 и -0.5 для слоя 1 и 2, соответственно.

**Закключение.** Для задачи продольного растяжения тонких двухслойных пластин из одинаково ориентированных орторомбических кристаллов получены зависимости эффективных модуля Юнга и коэффициентов Пуассона при растяжении вдоль осей  $x$  и  $y$ . С использованием экспериментальных значений коэффициентов податливости проведен анализ изменчивости для эффективных характеристик. Показано, что для ряда пластин эффективные модуль Юнга и коэффициент Пуассона могут превосходить по величине аналогичные характеристики исходных материалов.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ №18-79-10270.

## Литература

1. Lim T.-C. Out-of-plane modulus of semi-auxetic laminates. Eur. J. Mech. A/Solids, 2009, V. 28, P. 752–756.
2. Lim T.-C., Acharya U.R. Counterintuitive modulus from semi-auxetic laminates, Phys. Status Solidi B, 2010, V.248, P60–65.
3. Strek T., Jopek H. Effective mechanical properties of concentric cylindrical composites with auxetic phase. Phys. Status Solidi B, 2012, V.249, P.1359-1365.
4. Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S., Lim T.-C. Three-layered plate exhibiting auxeticity based on stretching and bending modes. Composite Structures, 2018, V.194, P. 643-651.
5. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Тонкие однородные двуслойные пластины из кубических кристаллов с различной ориентацией слоев. Физическая мезомеханика. 2018, Т.21, N 2, С.5-13.
6. Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Tension of thin two-layered plates of hexagonal crystals. Composite Structures, 2019, V.209, P. 453-459
7. Landolt-Börnstein. Group III: Crystal and Solid State Physics. 29a. Second and Higher Order Constants. Berlin. Springer (1992).

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛАМЕ ДЛЯ СЛАБОАНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ СПЛОШНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Вшивкова А.А., Зайцев А.В., Зубко И. А., Зубко И.Ю.

ФГБОУ ВО ПНИПУ, Пермь

vshivkova.anastasiya@yandex.ru

Решена задача Ламе об осадке слабоанизотропного сплошного, ограниченного по высоте сплошного цилиндра, на боковой поверхности которого задано равномерное давление задано. Получены ограничения на отношения деформационных свойств, обеспечивающие гарантированную точность вычисления радиальных и осевых перемещений.

Несмотря на то, что аналитические решения задач о равновесии полых толстостенных круглых в поперечном сечении труб, изготовленных из материала с цилиндрической анизотропией, были впервые записаны в XIX веке В. Saint-Venant [1] и W. Voigt [2], в настоящее время известно ограниченное число работ, посвященных решению частных задач статики для однородных анизотропных бесконечно протяженных тел с осевой симметрией [3–9] и цилиндров конечной длины [10–14] при различных видах осесимметричных нагрузок.

В работе [15] предложен метод решения задач для слабоанизотропных цилиндрических тел с кубической симметрией упругих свойств, использующий разложение в ряд по малому параметру анизотропии. Это параметр вводится для фиктивного изотропного тела, свойства которого в наименьшей степени отличаются от свойств рассматриваемого анизотропного. Материальные постоянные фиктивного тела (например, параметры Ламе  $\lambda^0$  и  $\mu^0$ ) определяются не единственным образом. Для иллюстрации этого факта представим тензоры модулей упругости (или податливости) анизотропного  $\mathbf{C}$  ( $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$ ) и изотропного  $\mathbf{C}^0$  ( $\mathbf{S}^0 = (\mathbf{C}^0)^{-1}$ ) тела в пространстве 81-мерных векторов, а в качестве критериев близости анизотропного и изотропного состояний выберем минимумы квадратов расстояний:

$$F = (C_{ijkl} - C_{ijkl}^0)(C_{ijkl} - C_{ijkl}^0) \quad \text{или} \quad G = (S_{ijkl} - S_{ijkl}^0)(S_{ijkl} - S_{ijkl}^0). \quad (1)$$

Тогда параметрами анизотропии будут являться безразмерные величины:

$$\varepsilon_F = \sqrt{F_{\min}/F(C_{ijkl}^0 = 0)} \quad \text{или} \quad \varepsilon_G = \sqrt{G_{\min}/G(S_{ijkl}^0 = 0)}.$$

Минимизация (1) позволяет записать выражения для параметров Ламе фиктивного изотропного тела:

$$15\lambda^0 = C_{1111} + 5C_{1122} + 4(2C_{1133} - C_{2323}) + C_{3333}, \\ 30\mu^0 = 7C_{1111} - 5C_{1122} + 2[C_{3333} + 2(3C_{2323} - C_{1133})],$$

$$(2k_2^2 - k_1^2 - k_1k_2)\lambda^0 = k_2, \quad 2(k_1 - k_2)\mu^0 = 1,$$

где

$$15k_1 = 4[2(S_{1111} + S_{2323}) + S_{1133}] + 3S_{3333},$$

$$15k_2 = S_{1111} + 5S_{1122} + 4(2S_{1133} - S_{2323}) + S_{3333},$$

и вычислить значения этих параметров для анизотропных материалов (табл. 1), используя материальные постоянные, представленные в [16, 17].

**Таблица 1.** Значения параметров Ламе и параметров анизотропии.

Материал	$\lambda^0$ , ГПа	$\mu^0$ , ГПа	$\varepsilon_F$	$\lambda^0$ , ГПа	$\mu^0$ , ГПа	$\varepsilon_G$
Графит	140,0	219,0	0,671	29,6	9,2	0,732
Цинк	42,7	44,5	0,303	36,2	34,0	0,536
Кобальт	134,0	84,3	0,146	137	80	0,187

Раскладывая компоненты тензора модулей упругости  $\mathbf{C}$

$$C_{1111} = \lambda + 2\mu + \beta_1\varepsilon_F, \quad C_{1122} = \lambda + \beta_2\varepsilon_F, \quad C_{1133} = \lambda + \beta_3\varepsilon_F,$$

$$C_{3333} = \lambda + 2\mu + \beta_4\varepsilon_F, \quad C_{2323} = \mu + \beta_5\varepsilon_F,$$

или тензора податливости  $\mathbf{S}$

$$S_{1111} = k_1 + \theta_1\varepsilon_G, \quad S_{3333} = k_1 + \theta_2\varepsilon_G, \quad S_{1122} = k_2 + \theta_3\varepsilon_G,$$

$$S_{1133} = k_2 + \theta_4\varepsilon_G, \quad S_{2323} = (k_1 - k_2)/2 + \theta_5\varepsilon_G,$$

в ряды по параметрам анизотропии, учитывая только линейные, относительно  $\varepsilon_F$  или  $\varepsilon_G$ , слагаемые и вычисляя коэффициенты разложения  $\beta_k$  и  $\theta_k$ , можно получить решения краевых задач для тел простейшей геометрии. Обратим внимание на то, что коэффициенты разложения  $\beta_k$  и  $\theta_k$  допускают аналитическое представление, но достаточно громоздки для воспроизведения в рамках этой статьи. Поэтому, в качестве примера приведем лишь

$$15\sqrt{F_{\min}}\beta_1 = R[7C_{1111} + C_{1122} - 4(C_{1133} + 2C_{2323}) - 3C_{3333}]$$

и

$$15\sqrt{G_{\min}}\theta_1 = T[7S_{1111} - 4S_{1133} - 8S_{2323} - 3S_{3333}],$$

при записи которых использовались обозначения:

$$R = \sqrt{(3C_{1111} - 2C_{1122})C_{1111} + 3C_{1122}^2 + 4(C_{1133}^2 + 2C_{2323}^2) + C_{3333}^2},$$

$$T = \sqrt{(3S_{1111} - 2S_{1122})S_{1111} + 3S_{1122}^2 + 4(S_{1133}^2 + 2S_{2323}^2) + S_{3333}^2},$$

$$15F_{\min} = 2\left\{11C_{1111}^2 + 15C_{1122}^2 + 6(C_{3333}^2 + 6C_{2323}^2) + \right.$$

$$+ 2C_{1133}[7C_{1133} - 4(5C_{1122} - C_{3333})] + 2\{2C_{2323}(5C_{1122} + 4C_{1133} - 2C_{3333}) -$$

$$- C_{1111}[5C_{1122} + 2(C_{1133} + 2C_{3333} + 7C_{2323})]\},$$

$$15G_{\min} = 2\{11S_{1111}^2 + 5S_{1122}[3S_{1122} + 4(S_{2323} - S_{1133})] +$$

$$+ 2[7S_{1133}^2 + 2S_{2323}(4S_{1133} + 9S_{2323})] + 4\{S_{3333}[3S_{3333} - 2(S_{1133} + 2S_{2323})] -$$

$$- S_{1111}[5S_{1122} + 2(S_{1133} + 7S_{2323} + 2S_{3333})]\}.$$

В качестве примера, иллюстрирующего возможности метода, получено решение задачи об осадке ограниченного по высоте слабоанизотропного трансверсально-изотропного

сплошного цилиндра, на боковой поверхности которого задано равномерное давление, и получены ограничения на отношения деформационных свойств, обеспечивающие гарантированную точность вычисления радиальных  $\omega_r$  и осевых  $\omega_z$  перемещений

$$\begin{aligned} 3H [C_{1111} + 5C_{1122} + 4(2C_{1133} - C_{2323}) + C_{3333}] &> (1 - \omega_r) C_{1133} D_1 D_2, \\ 3H [9C_{1111} + 5C_{1122} + 4(3C_{1133} + C_{2323} + C_{3333})] &> \\ &> (1 - \omega_z)(C_{1111} + C_{1122}) D_1 D_2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} H &= (C_{1111} + C_{1122}) C_{3333} - 2C_{1133}^2, \quad D_1 = 2(C_{1111} + C_{1122} + 2C_{1133}) + C_{3333}, \\ D_2 &= 7C_{1111} - 5C_{1122} + 2[2(3C_{2323} - C_{1133}) + C_{3333}]. \end{aligned}$$

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

### Литература

1. Saint-Venant B. Mémoire sur les divers genres d'homogénéité semi-polaire ou cylindrique et sur les homogénéités polaires ou sphéro-coniques et sphériques // Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. 1865. Vol. 10. P. 297–349.
2. Voigt W. Ueber die elastizitäts verhältnisse zylindrisch aufgebaute körper // Nachrichten Königl Geselsch der Wissenschaft und der Georg-Augustin Universitiit zu Göttingen. 1886. № 6. P. 505–514.
3. Митинский А.Н. Напряжения в толстостенной анизотропной трубе под действием наружного и внутреннего давления // Сб. тр. Ленинградского ин-та инженеров ж.-д. транспорта. 1947. Вып. 136. С. 55–78.
4. Боган Ю.А. Об осесимметричной задаче теории упругости для сильно анизотропного цилиндра // Динамика сплошной среды. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1981. Вып. 53. С. 12–21.
5. Ингульцев В.Л., Черномаз В.С. К расчету толстостенной неоднородной ортотропной трубы при осесимметричном нагружении // Строит. механика и расчет сооружений. 1983. № 6 С. 22–24.
6. Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Равновесие анизотропных неоднородных полых цилиндров // Прикл. механика. 1984. Т. 20, № 8. С. 11–18.
7. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 415 с.
8. Зайцев А.В., Кутергин А.В. Упругое равновесие тяжелого горизонтального толстостенного ортотропного цилиндра, находящегося под действием неравномерно распределенного бокового давления // Вестник ПНИПУ. Механика. 2011. № 4. С. 36–45.
9. Зайцев А.В., Кислицын А.В. Об одном решении задачи Ламе для составного протяженного элемента конструкции, состоящего из посаженных с натягом толстостенного трансверсально-изотропного внешнего цилиндра на соосный изотропный внутренний // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2007. № 1 (14). С. 164–167.
10. Баблоян А.А. Об одной задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра конечной длины из трансверсально-изотропного материала // Докл. АН АрмССР. 1961. Т. 32, № 4. С. 189–195.
11. Blech J.J. Axisymmetric stress distribution in anisotropic cylinder of finite length // AIAA Journal. 1969. Vol. 7, № 1. P. 59–64.
12. Chree C. The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications // Trans. of the Cambridge Philosophical Society. 1889. Vol. 14. P. 250–369.
13. Herman L.R. Stress functions for the axisymmetric, orthotropic, elasticity equations // AIAA Journal. 1964. Vol. 2, № 10. P. 1822–1824.
14. Sundara Raja Iyengar K.T. The end problem of hollow cylinders // J. Appl. Mech. 1966. Vol. 33, № 3. P. 685–686.
15. Соловей В. Д. Задача Ламе для слабоанизотропного тела с кубической симметрией упругих свойств // ПМТФ. 2010. Т. 51, №6. С. 146–152.
16. Хантингтон Г. Упругие постоянные кристаллов // Успехи физ. наук. 1961. Т. 74, Вып. 3. С. 461–514.
17. Blakslée O.L., Proctor D.G., Seldin E.J., Spence G.B., Weng T. Elastic constants of compression annealed pyrolytic graphite // J. Appl. Phys. 1970. Vol. 41. P. 3373–3382.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТИ ОБРАЗОВ, НАПЕЧАТАННЫХ НА 3D ПРИНТЕРЕ

Гадеев Д.В.

Научный руководитель — доцент, к.т.н. Юнусов Р.Ф.

КНИТУ-КАИ, Казань

gadeevdmitriy@gmail.com

В исследовании был рассмотрен набор входных и выходных параметров для образцов, напечатанных на 3D-принтере Ultimaker S5. В наборе содержатся данные с 50 образцов, девять входных параметров: высота слоя, толщина стенок, степень заполнения, паттерн заполнения, температура сопла, температура подложки, скорость печати, тип пластика и скорость обдува; три выходных: шероховатость, удлинение и предел прочности.

С помощью средств визуализации данных Seaborn на языке Python был написан код, получена тепловая карта, наглядно показывающая корреляции между различными параметрами. Наибольший интерес представляет пара «layer\_height» — «roughness» («высота слоя» — «шероховатость»); классификация шероховатости и стала основной задачей этой работы.

После анализа набора данных значение шероховатости 160 мкм было выбрано в качестве показателя шероховатости, относительно которого будет классифицироваться выборка.

С помощью библиотек Scikit-learn [2] были созданы четыре модели машинного обучения на языке Python: Decision Tree с подбором лучших параметров/без подбора, Random Forest с подбором лучших параметров/без подбора (все модели тренировались при постоянном параметре псевдослучайности random\_state = 10, что поспособствовало повторяемости результатов).

Наилучшие показатели в точности классификации показали модели Decision Tree и Random Forest с подбором параметров — 0,933. Модель Decision Tree была обучена примерно в несколько сотен раз быстрее (166 мс). Таким образом, эта модель является лучшей среди рассмотренных.

Таким образом, с помощью библиотеки Scikit-learn была построена модель машинного обучения для классификации шероховатости напечатанных образцов по изначальным параметрам печати. Модель продемонстрировала хорошую точность, равную 0.933, что позволяет использовать ее в учебных и исследовательских целях при изучении материаловедческих дисциплин. В дальнейшем планируется изучение возможности предсказания и классификации других материалов аддитивной промышленности.

### Литература

1. DebRoy, T., Mukherjee, T., Wei, H.L. et al. Metallurgy, mechanistic models and machine learning in metal printing. Nat Rev Mater (2020).
2. Scikit-learn User Guide [Электронный ресурс] // URL: [https://scikit-learn.org/stable/user\\_guide.html](https://scikit-learn.org/stable/user_guide.html) (дата обращения 05.01.2021).

## ВОЛНЫ ПОХГАММЕРА – КРИ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ: ДИСПЕРСИЯ ПРОДОЛЬНОЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МОДЫ

Гаджибеков Т.А.

МГТУ им. Н. Э. Баумана, ИПМех РАН, Москва

90-region@mail.ru

Получены аналитические выражения для дисперсионного уравнения описывающие распространение продольных осесимметричных мод волн Похгаммера - Кри в бесконечном полом цилиндре. На основе аналитических выражений построены дисперсионные кривые. Получены аналитические выражения для полей перемещения внутри полого цилиндра.

**Введение.** Уравнение для распространения гармонических волн в цилиндрическом стержне, также известное как уравнение Похгаммера – Кри, было впервые получено в [1 - 3]. Однако,

решения этих уравнений, связывающие фазовую (или групповую) скорость с частотой оставались практически неизученными вплоть до середины прошлого века, когда первые ветви дисперсионных кривых были получены численно в [4 - 10]. В соответствии с [9] аксиально-симметричные продольные моды обозначаются  $L(0, m)$ , где  $m$  - номер моды.

В [4 - 6] асимптотическими методами получены аналитические формулы как для коротковолнового ( $c_{1,lim}$ ), так и для длинноволнового ( $c_{2,lim}$ ) пределов фазовой скорости для нижней (фундаментальной) ветви продольных осесимметричных мод. Согласно [6] (см. также [8]), предельная скорость коротковолновой волны ( $c_{1,lim}$ ) при  $\omega \rightarrow \infty$

$$c_{1,lim} = c_R \quad (1)$$

совпадает со скоростью волны Рэля ( $c_R$ ), а длинноволновой предел дал следующее значение фазовой скорости  $c_{2,lim}$  [8]

$$c_{2,lim} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2)$$

где  $E$  - модуль упругости и  $\rho$  - плотность материала. В [6] длинноволновый предел  $c_{2,lim}$  был назван «стержневой» скоростью волны.

Основные уравнения. Для однородного изотропного упругого тела уравнения движения могут быть представлены в следующей форме:

$$c_1^2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - c_2^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} = \ddot{\mathbf{u}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{u}$  - поле перемещений,  $c_1 = \sqrt{\lambda + 2\mu/\rho}$ ,  $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$  - скорости распространения продольной и поперечной волн в неограниченной изотропной среде соответственно,  $\lambda$  и  $\mu$  - параметры Ляме,  $\rho$  - плотность материала.

Применив теорему разложения Гельмгольца к векторному полю перемещений, получается следующее представление:

$$\mathbf{u} = \nabla \Phi + \operatorname{rot} \Psi, \quad (4)$$

где  $\Phi$ ,  $\Psi$  - скалярный и векторный потенциалы.

Для компонент перемещений в цилиндрических координатах представление Гельмгольца принимает следующий вид:

$$u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \Psi_\theta}{\partial z}, \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_r}{\partial z} - \frac{\partial \Psi_z}{\partial r}, \quad u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Psi_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_r}{\partial \theta}, \quad (5)$$

из условия аксиальной симметрии следует  $u_\theta = 0$ .

Подстановка представления (4) в уравнения движения (3) дает:

$$c_1^2 \Delta \Phi = \ddot{\Phi}, \quad c_2^2 \Delta \Psi = \ddot{\Psi}. \quad (6)$$

Находя решения для потенциалов (6) и подставляя их в (5) получаем поля перемещений:

$$\begin{aligned} u_r &= - \left[ q_1 (C_1 J_1(q_1 r) + C_2 Y_1(q_1 r)) + i\gamma (C_3 J_1(q_2 r) + C_4 Y_1(q_2 r)) \right] e^{i\gamma(z-ct)} \\ u_\theta &= 0 \\ u_z &= \left[ i\gamma (C_1 J_0(q_1 r) + C_2 Y_0(q_1 r)) + q_2 (C_3 J_0(q_2 r) + C_4 Y_0(q_2 r)) \right] e^{i\gamma(z-ct)} \end{aligned} \quad (7)$$

**Дисперсионные уравнения.** Для описания распространения волн Похгаммера - Кри в сплошном стержне учитывается, что перемещения  $u_r$  при  $r=0$  конечны, поэтому принимают равными нулю коэффициенты при функциях Бесселя второго рода ( $C_2$  и  $C_4$ ). Для описания волн в полном цилиндре оставляются все слагаемые в выражении (7).

Условия равенства нулю поверхностных усилий на внутренней и внешней поверхностях полого цилиндра при  $r = R_1$ ,  $r = R_2$  представимо в виде:

$$\mathbf{t}_v \equiv (\lambda(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{v} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{v})\Big|_{r=R_1} = 0, \mathbf{t}_v \equiv (\lambda(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{v} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{v})\Big|_{r=R_2} = 0, \quad (8)$$

где  $\mathbf{v}$  - вектор единичной внешней нормали к боковой поверхности,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  - тензор деформаций. Полученные из (8) выражения для компонент напряжений  $t_{rr}, t_{rz}$  и дают искомое дисперсионное уравнение, записываемое в виде:

$$\det \mathbf{A} = 0, \quad (9)$$

где  $\mathbf{A}$  - квадратная матрица второго порядка с комплексными коэффициентами. Введем следующие функции, для задания компонент матрицы дисперсионного уравнения  $\mathbf{A}$

$$\begin{aligned} f_1(q, R) &= -\lambda(\gamma^2\lambda + q^2(\lambda + 2\mu))J_0(qR) + \frac{2q\mu}{R}J_1(qR), \\ f_2(q, R) &= -\lambda(\gamma^2\lambda + q^2(\lambda + 2\mu))Y_0(qR) + \frac{2q\mu}{R}Y_1(qR), \\ f_3(q, R) &= -\frac{2i\gamma\mu}{R}(qRJ_0(qR) - J_1(qR)), f_4(q, R) = -\frac{2i\gamma\mu}{R}(qRY_0(qR) - Y_1(qR)), \\ f_5(q, R) &= -2iq\gamma\mu J_1(qR), f_6(q, R) = -2iq\gamma\mu Y_1(qR), \\ f_7(q, R) &= -(q_2^2 - \gamma^2)\mu J_1(qR), f_8(q, R) = -(q_2^2 - \gamma^2)\mu Y_1(qR). \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом (10) матричное дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} f_1(q_1, R_1) & f_2(q_1, R_1) & f_3(q_2, R_1) & f_4(q_2, R_1) \\ f_1(q_1, R_2) & f_2(q_1, R_2) & f_3(q_2, R_2) & f_4(q_2, R_2) \\ f_5(q_1, R_1) & f_6(q_1, R_1) & f_7(q_2, R_1) & f_8(q_2, R_1) \\ f_5(q_1, R_2) & f_6(q_1, R_2) & f_7(q_2, R_2) & f_8(q_2, R_2) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Решая уравнения (9) с учетом (10) при различных значениях скорости  $c$ , были впервые получены дисперсионные кривые волн Похгаммера – Кри для полого стержня (рис. 1). В расчётах учитывается, что отношение внутреннего радиуса к внешнему равно 0,5.

Как видно на рис. 1, все дисперсионные кривые не имеют пересечений, кроме мод  $L(0, m)$  и  $L(1, m)$  которые имеют общий участок кривой.

**Выводы.** Получены аналитические выражения для дисперсионного уравнения описывающего распространение продольных осесимметричных мод волн Похгаммера – Кри в бесконечном полом цилиндре. На основе аналитических выражений построены дисперсионные кривые для высших продольных мод волн Похгаммера – Кри в бесконечном полом цилиндре. Проведенный анализ выявил существенное расхождение в дисперсии рассматриваемых волн Похгаммера – Кри в полых и сплошных цилиндрах [5, 10, 11 - 13].

Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 20-49-08002).

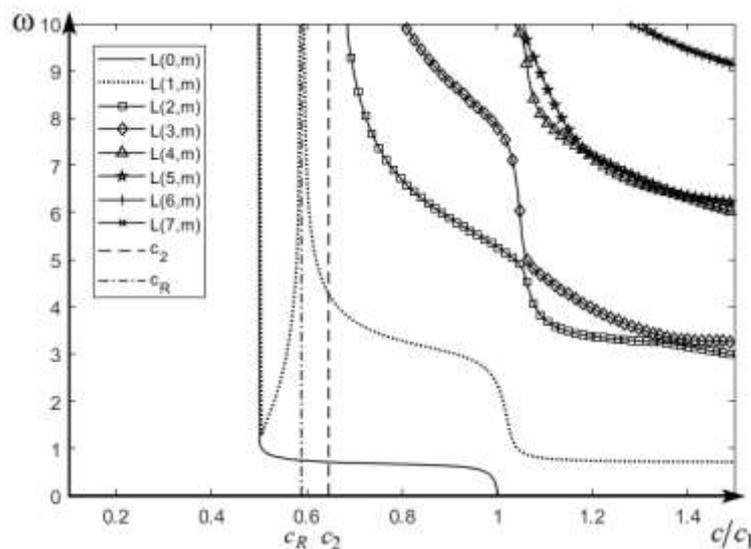


Рис.1. Дисперсионные кривые для полого стержня.

### Литература

1. Pochhammer L 1876 Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiscylinder J. Reine Angew. Math. 81 324–36
2. Chree C 1886 Longitudinal vibrations of a circular bar Quart. J. Pure Appl. Math. 21 287–98
3. Chree C 1889 The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications. Trans Cambridge Philos. Soc. 14 250–309
4. Field G S 1931 Velocity of sound in cylindrical rods Canadian J. Research 5 619–24
5. Field G S 1934 Longitudinal waves in cylinders of liquid, in hollow tubes and in solid rods Canadian J. Research 11 254–63
6. Field G S 1940 Dispersion of supersonic waves in cylindrical rods Phys. Rev. 57 1188
7. Shear S K and Focke A B 1940 The dispersion of supersonic waves in cylindrical rods of polycrystalline silver, nickel, and magnesium Phys. Rev. 57 532–37
8. Onoe M, McNiven H D and Mindlin R D 1962 Dispersion of axially symmetric waves in elastic rods Trans. ASME. J. Appl. Mech. 29 729–34
9. Meeker T R and Meitzler A H 1964 Guided wave propagation in elongated cylinders and plates In: Physical acoustics. Principles and methods. Acad. Press. N.Y., vol. 1A., pp. 111–67
10. Kolsky H 1964 Stress waves in solids J. Sound Vibr. 1 88–110
11. Kuznetsov S.V. 2018 Abnormality of the longitudinal Pochhammer–Chree waves in the vicinity of  $C_2$  phase speed J. Vibr. Control. 24 5642–5649
12. Kuznetsov S.V. 2018 Pochhammer–Chree waves in rods: degeneracy at the bulk wave velocities Z. Angew. Math. Phys. 69 1–8
13. Piyashenko A.V. and Kuznetsov, S.V. 2018 Pochhammer–Chree waves: polarization of the axially symmetric modes Arch. Appl. Mech. 88 1385–1394

## ОБ ОТСЛОЕНИИ ПОКРЫТИЯ ОТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОСНОВАНИЯ

Гандилян Д.В.

Научный руководитель – доцент, д.ф.-м.н. Устинов К.Б.

ИПМех РАН, Москва

david.gandilyan@mail.ru

В настоящей работе рассмотрена задача об отслоении покрытия от цилиндрического основания. Одновременное влияние кривизны и податливости подложки на параметры отслоения покрытия исследуется путем моделирования деформирования отслоившегося участка покрытия слабоискривленной пластиной с граничными условиями типа обобщенной упругой заделки. Получены формулы для скорости высвобождения энергии при отслоении вдоль прямолинейного фронта и вдоль криволинейной границы отслоения покрытия. Проведено сравнение с результатами, в которых учитывалось только влияние кривизны и только влияние податливости подложки.

В настоящее время привлекают внимание задачи, связанные с отслоением покрытий, имеющие приложения в микро- и нанoeлектронике, машиностроении, авиации и других областях. Покрытия, соединенные с подложками, при сжатии в плоскости отслаиваются по механизму потери устойчивости, по достижению напряжениями критического значения, определяемого сочетанием геометрических и упругих параметров. Возникновение отслоений является серьезной проблемой для керамических покрытий на металлических подложках и металлических пленок на полимерных подложках, если температура при осаждении выше, чем при использовании. Примерами являются оксидный слой в термобарьерном покрытии (например,  $Al_2O_3$  на сплавах Ni-Cr-Al и Fe Cr-Al) [1], твердые прозрачные покрытия на оптических полимерах [2].

Влияние относительной податливости подложки исследовалось в работах [3-5], а влияние кривизны в работах [6, 7]. В данной работе исследуется влияние одновременно обоих факторов. Рассматривается отслоение тонких упругих покрытий, соединенных с цилиндрическими подложками и подверженных действию равномерного сжимающего напряжения, в качестве которого может выступать остаточное, либо температурное напряжение. Отслоившаяся часть покрытия моделируется как пластина, имеющая малую начальную кривизну, а граничные условия предполагаются соответствующими обобщенной упругой заделки: т.е. считается, что смещения и угол поворота в точке заделки пропорциональны действующим главному вектору усилий и изгибающему моменту. Задача в подобной постановке исследовалась ранее в работе [8], однако в ней не учитывалось влияние поперечных (перерезывающих) сил на смещения и угол поворота в точке заделки, а также влияние нормального смещения в точке заделки на параметры изгиба. В работе также представлено сравнение результатов, полученных на основе обеих моделей.

В работе решена задача об отслоении конечной протяженности с учетом кривизны и податливости основания для различных конфигураций основания, с применением развитого подхода в теории пластин, имеющих начальную кривизну. При решении задачи использованы граничные условия типа обобщенной упругой заделки, с коэффициентами матрицы жесткости, зависящими от геометрических и деформационных свойств.

Работа поддержана средствами государственного бюджета по госзаданию АААА-А20-120011690136-2.

## Литература

1. Tolpygo V.K., Clarke D.R. Wrinkling of  $\alpha$ -alumina films grown by thermal oxidation—I. Quantitative studies on single crystals of Fe-Cr-Al alloy. *Acta Materialia*, vol. 46, 1998, P. 5153-5166.
2. Sasmon F. Ophthalmic lens coating. *Surf. Coat. Tech.*, vol. 81, 1996, P. 79-86.
3. Yu H.-H., Hutchinson J.W. Influence of substrate compliance on buckling delamination of thin films. *Int. J. Fract.*, vol. 113, 2002, P. 39-55.
4. Гольдштейн Р.В., Устинов К.Б., Ченцов А.В. Оценка влияния податливости подложки на напряжения потери устойчивости отслоившегося покрытия. *Вычисл. Мех. Спл. Сред.* 2011. Т. 4. № 3. С. 48-57.
5. Ustinov K.B. On influence of substrate compliance on delamination and buckling of coatings. *Engineering Failure Analysis*, 2013, 7 p.
6. Hutchinson J.W. Delamination of compressed films on curved substrates. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 50, 2001, P. 1847-1864.
7. Faulhaber S., Mercer C. Moon M.-Y., Hutchinson J.W., Evans A.G. Buckling delamination in compressed multilayers on curved substrates with accompanying ridge cracks. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 54, 2006, P. 1004-1028.
8. Устинов К.Б. Оценка влияния кривизны и податливости основания на параметры отслоения покрытия. Препринт ИПМех РАН № 1048. 2014. 19 с.

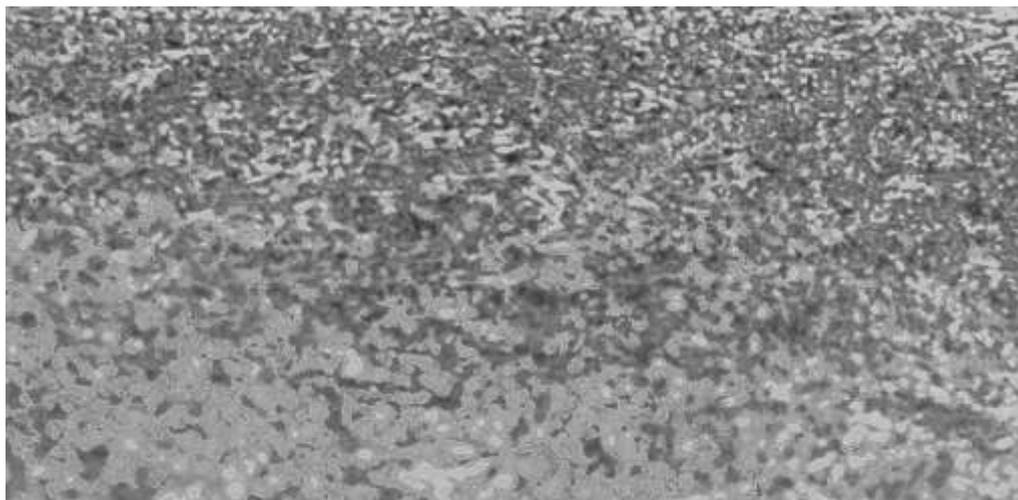
# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВНЕДРЕНИЯ ЛИГИРУЮЩИХ ДОБАВОК ПРИ ПОВЕРХНОСТНОЙ МОДИФИКАЦИИ ТИТАНА

Гафуров У.С.<sup>1</sup>, Давыдов С.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, <sup>2</sup>МАИ, Москва  
for.illusion@yandex.ru

Целью выполнения данной научной работы является разработка экспериментальной установки для получения мелкодисперсных структур на поверхности титановой подложки, а также создание моделей, позволяющих рассчитать процессы работы такой установки для получения модифицированных стабильных слоёв с необходимыми и заранее заданными свойствами. Принцип работы экспериментальной установки заключается в создании периодического микровзрыва на поверхности подложки в набегающем потоке жидкости, который позволяет измельчить структуру и внедрить расположенные на поверхности титана легирующие элементы в саму подложку на заданную глубину.

**Введение.** Принципы работы метода периодического разряда в потоке жидкости (ПРПЖ) основываются на разрядах, которые создаются в потоке жидкости за счёт периодической кратковременной подачи электроэнергии с повышенной силой тока [1-3]. В результате взаимодействия на поверхности детали, подвергающейся обработке, происходят кратковременные микровзрывы, приводящие к измельчению зёрен металла (рис.1). Таким образом разрабатываемые технология и устройство позволят модифицировать структуру поверхности металлов, в результате будет достигаться упрочнение на поверхности металлов, обладая достаточно высокой скоростью обработки за счёт безвакуумности технологии. Также, по предварительным математическим расчётам, глубина поверхностной модификации будет составлять несколько сотен микрон, а поверхностная твёрдость обрабатываемых деталей будет увеличена в два-три раза в зависимости от типа металла.



**Рис. 1.** Фотография структуры модифицированного титана. Приповерхностные (сверху) слои измельчены по отношению к глубинным (снизу). Также приповерхностные слои насыщены оксидами титана и химическими элементами, растворёнными в воде.

Область применения установки: ракетостроение, авиастроение, машиностроение, медицина (упрочнение поверхности деталей экзо- и эндопротезов) и др.

Известны следующие математические модели, описывающие приближенно данные процессы. Первая модель стационарная описывает сферическое распространение несвязанной термоупругой волны без учёта диффузионных эффектов [1]. Вторая модель – нестационарная и описывает связанные термоупругодиффузионные процессы в декартовой системе координат, однако является одномерной, что существенно ограничивает её применение при работе с многомерными процессами [4].

**Методы.** Предлагается для описания указанных выше процессов линейризованная двумерная модель термоупругой диффузии для многокомпонентного слоя в прямоугольной системе координат ( $x_1 O x_2$ ):

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} - b \text{grad } \mathcal{G} - \sum_{r=1}^N \alpha^{(r)} \text{grad } \eta^{(r)} + \rho \mathbf{F}, \\ \rho c_0 \left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial t^2} \right) &= \kappa \Delta \mathcal{G} - T_0 b \text{div} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) - \\ &\quad - \rho R T_0 \sum_{r=1}^N \frac{\ln(n_0^{(r)} \gamma^{(r)})}{m^{(q)}} \left( \frac{\partial \eta^{(r)}}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \eta^{(r)}}{\partial t^2} \right) + \rho \left( q^{(q)} + t_g \frac{\partial q^{(q)}}{\partial t} \right), \quad (1) \\ \frac{\partial \eta^{(q)}}{\partial t} + t_\eta^{(q)} \frac{\partial^2 \eta^{(q)}}{\partial t^2} &= \sum_{r=1}^N D^{(q)} g^{(qr)} \Delta \eta^{(r)} - \frac{m^{(q)} n_0^{(q)} \alpha^{(q)} D^{(q)}}{\rho R T_0} \Delta \text{div } \mathbf{u} - \\ &\quad - \frac{n_0^{(q)}}{T_0} \ln(n_0^{(q)} \gamma^{(q)}) D^{(q)} \Delta \mathcal{G} + \left( F^{(q)} + t_\eta^{(q)} \frac{\partial F^{(q)}}{\partial t} \right). \end{aligned}$$

Выражение (1) представляет собой систему уравнений в частных производных и описывает многомерные связанные термоупругодиффузионные процессы в сплошной среде. Система включает в себя уравнение движения сплошной среды, а также уравнение теплопереноса и  $N$  уравнений массопереноса для каждой компоненты среды с индексом  $q$ . Здесь  $\rho$  – плотность среды;  $t$  – время;  $\mathbf{u}$  – двумерный вектор перемещения;  $\rho \mathbf{F}$  – двумерный вектор массовых сил;  $\lambda$  и  $\mu$  – упругие постоянные Ламе;  $\mathcal{G} = T - T_0$ ;  $T_0$  и  $T$  – начальная и актуальная температура среды;  $\rho q^{(q)}$  – плотность теплового потока;  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности;  $t_g$  и  $t_\eta^{(q)}$  – время релаксации теплового и диффузионных потоков;  $\eta^{(q)} = n^{(q)} - n_0^{(q)}$  – изменение концентрации;  $n_0^{(q)}$  и  $n^{(q)}$  – начальная и актуальная концентрации (массовые доли);  $b$  – коэффициент теплового расширения;  $\alpha^{(q)}$  – коэффициенты диффузионного расширения;  $m^{(q)}$  – молярная масса;  $F^{(q)}$  – плотность источников вещества;  $D^{(q)}$  – коэффициенты самодиффузии;  $g^{(qr)}$  – термодинамический множитель Даркена;  $\gamma^{(q)}$  – коэффициент активации;  $R$  – универсальная газовая постоянная. Также введены стандартные для теории поля операторы.

Граничные условия для описания вышеуказанного технологического процесса могут быть следующие:

$$\begin{aligned} u_1|_{x_2=0} &= f_{11}(t, x_1), \quad u_1|_{x_2=1} = f_{12}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=0} = f_{21}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=1} = f_{22}(t, x_1), \\ \mathcal{G}|_{x_2=0} &= f_{31}(t, x_1), \quad \eta_q|_{x_2=0} = f_{q+3,1}(t, x_1), \quad \mathcal{G}|_{x_2=1} = f_{32}(t, x_1), \quad \eta_q|_{x_2=1} = f_{q+3,2}(t, x_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\sigma$  – нормальные напряжения. Начальные условия – нулевые. Таким образом на границах подложки задаются перемещения, напряжения, а также приращения концентрации и температуры как функции от времени и продольной координаты.

## Литература

1. Ахметова Е.Р., Тазетдинов Р.Г. Модификация титановых сплавов для пар трения методом периодического разряда в потоке жидкости // Вестник МАИ. – 2009. – Т. 16, № 1. – С. 73-83.
2. Гафуров У.С., Земсков А.В. Моделирование приповерхностных возмущений на основе нестационарных задач связанной термоупругой диффузии // Материалы 10-й Всероссийский межотраслевой молодежный конкурс

- научно-технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики». Аннотации конкурсных работ. – М.: МАИ, 2018. – С. 245.
3. Ахметова Е.Р., Гафуров У.С., Давыдов С.А. Безвакуумная технология поверхностной модификации ответственных узлов и конструкций машин // Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора В.А. Постнова и 90-летию со дня его рождения (13-14 декабря 2017 года). Тезисы докладов. – С.-Пб, 2017. – С. 135-137.
  4. Davydov S.A., Zemskov A.V., Akhmetova E.R. Thermoelastic Diffusion Multicomponent Half-Space under the Effect of Surface and Bulk Unsteady Perturbations. Math. Comput. Appl. 2019, 24.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПАРОВЫХ ТУРБИН**

**Гета О.А.**

Научный руководитель — Ph.D. Никитин А.Д.

МАИ, Москва

geta\_olga2000@mail.ru

Исходя из опыта использования установок паротурбинного типа, происшествя, связанные с обрывом рабочих лопаток последних ступеней цилиндра низкого давления (ЦНД) происходят часто и при этом повреждения временами приводят к серьезным авариям.

Проточная часть, наиболее важными элементами которой являются рабочие лопатки составляет основу паровой турбины и определяет её долговечность. Лопатки в свою очередь работают при тяжёлых условиях, подвергаясь при этом немалым динамическим, статическим и малоцикловым нагрузкам. Из-за этого в процессе эксплуатации всё ещё происходят их повреждения.

Некоторые повреждения лопаток (например, усталостная трещина), которые появляются в эксплуатационном процессе изменяют её механические свойства и вследствие этого возникает изменение её изначального положения. Чаще всего зарождение (а впоследствии распространение) трещины происходит из-за вибрационных нагрузок. Также в зонах низкого давления лопатки часто подвержены эрозии и коррозии (данные факторы разрушения оказывают значительное влияние на конструктивную усталостную прочность и увеличивают опасность усталостных повреждений).

Предотвращение или снижение вероятности обрыва лопаток цилиндра низкого давления является актуальной и важной задачей, так как всё еще возникают чрезвычайные происшествия, связанные с хрупким разрушением лопаток и других элементов паровых турбин в этой области, а основная часть исследований происходила в конце XX века, когда численное моделирование находилось на более низкой стадии разработки.

В работе выявлены характерные элементы, в которых может быть локализовано разрушение. Выполнено численное моделирование для лопаток последней ступени ЦНД (где чаще всего возникают дефекты) и проведён анализ напряжённого состояния.

## **ИЗМЕНЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ЛИСТОВОЙ СТАЛИ МАРКИ 08ПС**

**Гоголев А.Л.**

Научный руководитель — профессор, к.т.н. Типалин С.А.

Московский Политех, Москва

smat97@mail.ru

Для расчета технологических параметров процесса пластического формоизменения существуют теоретические и программные методики расчетов. Теоретические расчеты основываются на табличных данных или монограммах, по которым вычисляются силовые параметры процесса или предельные коэффициенты пластического формоизменения. В таблицах обычно даются однозначные данные (в частности, как пример, механические свойства или коэффициенты кривой упрочнения) для конкретного материала. Известно, что предельная деформация листового материала зависит от его толщины. Чем толщина больше, тем большую деформацию может выдержать материал не разрушаясь, об этом

свидетельствуют предельные коэффициенты вытяжки, отраженные в справочниках [1-3] и других источниках. Изменение также касается и коэффициентов кривой упрочнения [4].

Для расчета технологии в современном производстве практически повсеместно разработчики используют современные программные продукты, на которых можно выполнить расчеты всех технологических параметров процесса сложной деформации листового материала в холодном состоянии. Для получения точных расчетов в программы заносится свойство материала в виде библиотечных данных, которые отражаются в диаграмме предельного формоизменения. При этом для каждой марки материала отражается только одна диаграмма, не зависящая от деформируемой толщины заготовки. Для того чтобы учесть возможные отклонения, разработчики программного обеспечения выделяют область, которая отражается как критичная, если деформация попадает в эту область, то считается, что возможен разрыв материала.

Чаще всего в библиотечные данные входят материалы толщиной 1 мм. Однако свойства для толщины 1 мм не отражают многообразие свойств других толщин. А для того чтобы сделать экспериментальные замеры и построить диаграммы предельного формоизменения не только для каждого материала, но и для каждой толщины требуются большие затраты времени и средств.

В работе экспериментально получены данные предельной деформации на растяжение тонколистового материала 08кп в зависимости от толщины. Результаты аппроксимировались степенной зависимостью. Полученное уравнение позволяет определить промежуточные значения предельной деформации в зависимости от толщины

$$\varepsilon = 0.128S^3 - 0.095S^2 + 0.232S + 0.034.$$

Если связать данное уравнение для конкретной марки с библиотечными данными программных продуктов, то можно рассчитать на какую величину можно сместить кривую предельного формоизменения для получения уточненных данных о возможном разрыве деформируемой заготовки.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРОЕНИЯ И ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА МОНОКЛИННЫХ И ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ ФАЗ В СПЛАВЕ U-MO**

**Гордеев И.С.**

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Л.Н. К.

МФТИ, Москва

gordeevilu@gmail.com

В настоящее время наблюдается рост интереса к обоснованию эффективности и безопасности атомной энергетики. В частности, это привело к тому, что перед радиационным материаловедением была поставлена задача о создании методики точного прогнозирования поведения ядерного в условиях эксплуатации и при фабрикации. Особое значение данная задача имеет реакторов IV поколения на быстрых нейтронах. Наиболее перспективными кандидатами на роль такого топлива являются нитрид урана и сплавы урана с молибденом.

С помощью молекулярно-динамического моделирования изучены структурные свойства орторомбических, моноклинных и объемно-центрированных тетрагональных фаз сплавов U-Mo. В работе был использован потенциал ADP-формата [1]. При легировании урана молибденом из чистого  $\alpha$ -U происходит последовательность сдвиговых превращений между метастабильными фазами: орторомбическая  $\alpha'$   $\rightarrow$  моноклинная  $\alpha''$   $\rightarrow$  объемно-центрированную тетрагональную  $\gamma_0$   $\rightarrow$  объемно-центрированную кубическую с удвоенной постоянной решетки  $\gamma_s$   $\rightarrow$  оцк  $\gamma$ . Исследовано влияние содержания сплава на структуру этих фаз. Показано, что увеличение концентрации молибдена приводит к увеличению моноклинного угла, делая фазу более похожей на  $\gamma_0$ -фазу. В свою очередь, тетрагональное искажение решетки  $\gamma_0$  с перемещением центрального атома в основной ячейке вдоль

направления  $\langle 001 \rangle$  делает ее более похожей на  $\alpha''$ -фазу. Оба этих эффекта уменьшают необходимый сдвиг в атомных положениях для  $\alpha'' \rightarrow \gamma_0$ -фазового перехода.

## Литература

1. Starikov, S.; Kolotova, L.; Kuksin, A.Y.; Smirnova, D.; Tseplyaev, V. Atomistic simulation of cubic and tetragonal phases of U-Mo alloy: Structure and thermodynamic properties // J. Nucl. Mater. 2018, 499, 451–463.

## ПОСТАНОВКА ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОЙ ДИФФУЗИИ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО СЛОЯ

Давыдов С.А.<sup>1</sup>, Земсков А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>МАИ, <sup>2</sup>НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

xenon\_93@inbox.ru

Целью исследования является разработка алгоритмов и методик расчёта напряженно-деформированного состояния упругих изотропных многокомпонентных сред с плоскими границами и конструкций, работающих в условиях нестационарных термомехано-диффузионных неравномерных внешних поверхностных воздействий. В данной работе рассмотрена постановка задачи. Она включает в себя связанную систему, состоящую из уравнения движения сплошной среды, а также уравнений массопереноса и теплопереноса, учитывающих конечные скорости распространения тепла и вещества.

**Введение.** Достоинством математического моделирования является возможность варьировать множество различных параметров исследуемой системы и получать на выходе их наиболее оптимальные наборы до проведения непосредственного эксперимента. Анализ результатов моделирования позволяет сэкономить ресурсы и рассмотреть большее число расчетных схем, чем при непосредственном проведении широкого ряда экспериментов. Причём иногда проведение эксперимента вовсе не представляется возможным, требует слишком много ресурсов или сопряжён с крайне высокими технологическими сложностями. При математическом же моделировании основные затраты идут лишь на разработку математических методов и обеспечение необходимой вычислительной мощности.

Моделирование нестационарных процессов в сплошных средах часто требует учёта возмущения не только механических и тепловых, но также и диффузионных полей. Также особый фундаментальный и практический интерес представляет их взаимная связанность и неравномерность распределения. Деформация тела, температура и концентрация вещества неразрывно связаны между собой. Эту связанность необходимо учитывать при проектировании ответственных конструктивных элементов, разработке технологических процессов, моделировании поведения микромеханических систем, получении новых материалов и т.д. Т.е. в тех областях науки и техники, где необходимо учитывать, как можно больше факторов воздействия для наиболее точного описания реальных процессов эксплуатации.

Современные высокоинтенсивные технологические процессы (такие как сварка методом взрыва, получение кремния на изоляторе, электроискровая и лазерная обработка материалов, получение плёнок и др.) связаны не только с большими тепловыми потоками и скоростями нагрева. Также при реализации большинства из них имеет место внедрение или унос приповерхностного вещества или отдельных компонент материала с высокими скоростями, а также сопутствующее изменение напряженно-деформированного состояния. Для таких процессов возникает необходимость в учёте связанности полей и конечной скорости распространения тепла и вещества в материале. Введение ненулевых времён релаксации позволит создать более точную и устойчивую аналитическую двумерную модель термоупругой диффузии для описания физико-механических процессов в различного рода пластинках, подложках и т.п.

Однако одномерные модели могут быть применены к реальным процессам только с рядом допущений. Примерами таких допущений является, например, равномерность тепловых, диффузионных и механических воздействий по всей поверхности слоя при отсутствии объёмных возмущений.

**Постановка.** Приведены линеаризованные уравнения термоупругой диффузии для многокомпонентного слоя в прямоугольной системе координат  $(x_1 O x_2)$  и указаны возможные начально-краевые задачи. Для её построения используются линеаризованные уравнения движения сплошной среды и геометрические соотношения, обобщённые законы Фурье и Фика, а также функция свободной энергии. Как итог, получаем следующую систему уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} - b \text{grad } \vartheta - \sum_{r=1}^N \alpha^{(r)} \text{grad } \eta^{(r)} + \rho \mathbf{F} \\
\rho c_0 \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} \right) &= \kappa \Delta \vartheta - T_0 b \text{div} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) - \\
-\rho R T_0 \sum_{r=1}^N \frac{\ln(n_0^{(r)} \gamma^{(r)})}{m^{(q)}} \left( \frac{\partial \eta^{(r)}}{\partial t} + t_g \frac{\partial^2 \eta^{(r)}}{\partial t^2} \right) &+ \rho \left( q^{(\varrho)} + t_g \frac{\partial q^{(\varrho)}}{\partial t} \right) \\
\frac{\partial \eta^{(q)}}{\partial t} + t_\eta^{(q)} \frac{\partial^2 \eta^{(q)}}{\partial t^2} &= \sum_{r=1}^N D^{(q)} g^{(qr)} \Delta \eta^{(r)} - \frac{m^{(q)} n_0^{(q)} \alpha^{(q)} D^{(q)}}{\rho R T_0} \Delta \text{div } \mathbf{u} - \\
-\frac{n_0^{(q)}}{T_0} \ln(n_0^{(q)} \gamma^{(q)}) D^{(q)} \Delta \vartheta &+ \left( F^{(q)} + t_\eta^{(q)} \frac{\partial F^{(q)}}{\partial t} \right)
\end{aligned} \tag{1}$$

Данная система описывает многомерные связанные термоупругодиффузионные процессы в сплошной среде и включает в себя уравнение движения сплошной среды, а также уравнение теплопереноса и N уравнений массопереноса для каждой компоненты многокомпонентной среды.

Здесь верхний индекс  $q$  обозначает номер компоненты;  $\rho$  – плотность;  $t$  – время;  $\mathbf{u}$  – двумерный вектор перемещения;  $\rho \mathbf{F}$  – двумерный вектор массовых сил;  $\lambda$  и  $\mu$  – упругие постоянные Ламе;  $\vartheta = T - T_0$ ;  $T_0$  и  $T$  – начальная и актуальная температура среды;  $\rho q^{(\varrho)}$  – плотность теплового потока;  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности;  $t_g$  и  $t_\eta^{(q)}$  – время релаксации теплового и диффузионных потоков;  $\eta^{(q)} = n^{(q)} - n_0^{(q)}$  – изменение концентрации;  $n_0^{(q)}$  и  $n^{(q)}$  – начальная и актуальная концентрации (массовые доли);  $b$  – коэффициент теплового расширения;  $\alpha^{(q)}$  – коэффициенты диффузионного расширения;  $m^{(q)}$  – молярная масса;  $F^{(q)}$  – плотность источников вещества;  $D^{(q)}$  – коэффициенты самодиффузии;  $g^{(qr)}$  – термодинамический множитель Даркена;  $\gamma^{(q)}$  – коэффициент активации;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Граничные условия могут быть заданы тремя видами:

- динамические

$$\begin{aligned}
u_1|_{x_2=0} &= f_{11}(t, x_1), \quad u_1|_{x_2=1} = f_{12}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=0} = f_{21}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=1} = f_{22}(t, x_1), \\
\vartheta|_{x_2=0} &= f_{31}(t, x_1), \quad \eta_q|_{x_2=0} = f_{q+3,1}(t, x_1), \quad \vartheta|_{x_2=1} = f_{32}(t, x_1), \quad \eta_q|_{x_2=1} = f_{q+3,2}(t, x_1);
\end{aligned} \tag{2}$$

- кинематические

$$\begin{aligned}
u_2|_{x_2=0} &= f_{11}(t, x_1), \quad \tau|_{x_2=0} = f_{21}(t, x_1), \quad (\mathbf{P}, \mathbf{v}_1)|_{x_2=0} = f_{31}(t, x_1), \quad (\mathbf{J}, \mathbf{v}_1)|_{x_2=0} = f_{q+3,1}(t, x_1), \\
u_2|_{x_2=1} &= f_{12}(t, x_1), \quad \tau|_{x_2=1} = f_{22}(t, x_1), \quad (\mathbf{P}, \mathbf{v}_2)|_{x_2=1} = f_{32}(t, x_1), \quad (\mathbf{J}, \mathbf{v}_2)|_{x_2=1} = f_{q+3,2}(t, x_1);
\end{aligned} \tag{3}$$

- смешанные

$$\begin{aligned}
u_1|_{x_2=0} = f_{11}(t, x_1), \quad u_1|_{x_2=1} = f_{12}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=0} = f_{21}(t, x_1), \quad \sigma|_{x_2=1} = f_{22}(t, x_1), \\
u_2|_{x_2=1} = f_{12}(t, x_1), \quad \tau|_{x_2=1} = f_{22}(t, x_1), \quad (\mathbf{P}, \mathbf{v}_2)|_{x_2=1} = f_{32}(t, x_1), \quad (\mathbf{J}, \mathbf{v}_2)|_{x_2=1} = f_{q+3,2}(t, x_1).
\end{aligned}
\tag{4}$$

Здесь  $\sigma$  – нормальные напряжения;  $\tau$  – касательные напряжения;  $\mathbf{P}$  – вектор теплового потока;  $\mathbf{J}$  – вектор диффузионного потока;  $\mathbf{v}_1$  и  $\mathbf{v}_2$  – векторы нормали к поверхностям  $x_2 = 0$  и  $x_2 = 1$  соответственно;  $u_1$  и  $u_2$  – компоненты вектора перемещений. Начальные условия принимаются нулевыми.

**Методы.** Для решения задач будут использованы аналитические методы, основанные на применении интегральных преобразований Лапласа, рядах Фурье и синус-, косинус преобразований Фурье. При этом система уравнений в частных производных будет приводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно изображений искомых функций. Обращение преобразования Лапласа предполагается проводить аналитически с помощью теоремы о вычетах. Такой подход позволяет получить аналитическое решение широкого класса задач нестационарной термомехано-диффузии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов, осуществляющим перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики (СП-5275.2021.1).

### Литература

1. Давыдов С.А., Земсков А.В., Тарлаковский Д.В. Поверхностные функции Грина в нестационарных задачах термомехано-диффузии // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т.79, №1. – С. 38–47.
2. Давыдов С.А., Земсков А.В. Распространение одномерных связанных термоупругодиффузионных возмущений в изотропном полупространстве с учетом ненулевых времен релаксации // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2018. – Специальный выпуск 2. – С. 144–150.
3. Nowacki W. Dynamical Problems of Thermoelasticity in Solids // Proc. Vib. Prob. – 1974. – Vol. 15. – P. 105–128.
4. Sherief H.H., Hamza F.A., Saleh H.A. The theory of generalized thermoelastic diffusion // International Journal of Engineering Science. – 2004. – Vol. 42. – P. 591–608.
5. Aouadi M.A. Generalized thermoelastic diffusion problem for an infinitely long solid cylinder // Intern. J. Mathem. and Mathem. Sci. – 2006. – Vol. 2006. – P. 1–15.
6. Davydov S.A., Vestyak A.V., Zemskov A.V. Propagation of one-dimensional thermoelastodiffusive perturbations in a multicomponent layer // J. Phys.: Conf. Ser. – 2019. – 1158. – 022034.
7. Davydov S.A., Zemskov A.V. Unsteady one-dimensional perturbations in multicomponent thermoelastic layer with cross-diffusion effect // J. Phys.: Conf. Ser. – 2018. – 1129. – 012009.
8. Davydov S.A., Zemskov A.V., Akhmetova E.R. Thermoelastic Diffusion Multicomponent Half-Space under the Effect of Surface and Bulk Unsteady Perturbations // Math. Comput. Appl. – 2019. – 24(1), 26.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАРОЖДЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ С ГЕКСАГОНАЛЬНЫМ ХАРАКТЕРОМ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОР МЕТОДОМ РАСШИРЕННЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Данилушкин В.С.

Самарский университет, Самара

vladislavdan@bk.ru

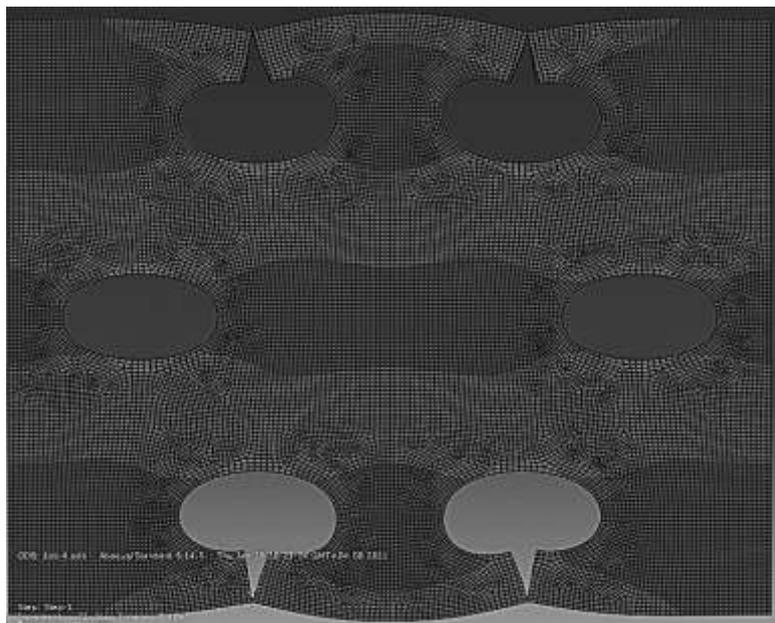
В данной работе рассмотрена возможность применения расширенного метода конечных элементов (XFEM) для моделирования процесса зарождения и развития трещины в пористом алюминиевом сплаве с гексагональным характером структуры. В результате моделирования с применением XFEM выявлена сходимость с результатами, полученными в программной среде MSC.Nastran с применением авторского макроса.

**Введение.** Компьютерное моделирование на базе метода конечных элементов имеет широкое применение на практике, т.к. на основе данного метода работают различные программные комплексы, которые применяются для изучения напряженно-деформированного состояния материала, процессов обработки материалов давлением и т.д.

Применение метода конечных элементов в базовом виде для моделирования процесса зарождения и развития трещины в пористом алюминиевом сплаве не всегда является эффективным. В работе [1] моделирование выполнялось в программном комплексе MSC.Nastran с применением авторской программы-приложения. В современных программных комплексах широкое применение нашел расширенный метод конечных элементов (XFEM), который позволяет моделировать разрушение модели. Поэтому целью данной работы является исследование процесса зарождения и развития трещины в модели с гексагональным характером расположения пор в программном продукте Abaqus с применением XFEM.

**Методы.** Конечно-элементная модель с гексагональным расположением пор подверглась одноосному растяжению, граничные условия соответствовали условиям, которые использовались в работе [1]. Модели были заданы свойства нагартованного алюминиевого сплава. В качестве условия зарождения и начала движения трещин являлся предел прочности материала. Основным отличием являлось разбиение модели на конечные элементы квадратного характера в программном продукте Abaqus, т.к. XFEM не требует применения треугольного характера конечных элементов.

В результате компьютерного моделирования в программном продукте Abaqus с применением XFEM было установлено, что трещины зарождались на внешних полюсах крайних пор, расположенных по граням перпендикулярно оси растяжения. Трещина двигалась от пор под небольшим углом, относительно оси растяжения к краю модели (Рисунок 1).



**Рис. 1.** Карта распределения напряжений и деформаций в структуре с гексагональным характером расположения пор.

Полученные результаты компьютерного моделирования соответствуют ранее полученным результатам в программном комплексе MSC.Nastran с применением авторской программы-приложением, трещина зародилась и развилась по аналогичной траектории.

### Литература

1. Данилушкин В.С., Абалихина О.В. Конечно-элементное моделирование процесса зарождения трещины в пористом алюминиевом сплаве АД1 с гексагональным расположением пор [Текст]/ Данилушкин В.С., Абалихина О.В. – Москва: «Гагаринские чтения – 2019», 2019. – 1346 с.

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ МОДУЛЕЙ ТКАНЫХ КОМПОЗИТОВ  
С ЛОКАЛЬНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ДЕФЕКТАМИ  
В МАТРИЦЕ ИЗ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА**

**Дедков Д.В., Кокшаров В.С., Зайцев А.В., Зубко И.А., Зубко И.Ю.**

ПНИПУ, Пермь  
koksharovvs@gmail.com

Спрогнозированы эффективные упругие модули тканого композита полотняного плетения с матрицей из терморасширенного графита и керамическими волокнами. Проведена оценка влияния локальных технологических дефектов и масштабного фактора на величины эффективных модулей Юнга и коэффициентов Пуассона.

Использование традиционных и интеллектуальных (с внедренными волоконно-оптическими датчиками) уплотнительных элементов (УЭ) из терморасширенного графита (ТРГ) для герметизации фланцевых соединений трубопроводов в нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности, предприятиях электроэнергетики и ЖКХ связано с высокой термо- и химической стойкостью этого уникального материала [1–3]. Для повышения рабочего давлений УЭ используется армирование ТРГ перфорированными слоями, а также плетеными каркасами-сетками из нержавеющей стали или керамическими тканями.

Отличительной особенностью процесса изготовления армированных УЭ из ТРГ является раскрой и выкладка на оправку армирующего слоя (слоев) ткани, прошивка, при необходимости, слоев между собой. При производстве неизбежны технологические дефекты (пропуск волокон основы или утка, разрывы нитей армирующего каркаса), могущие привести к снижению эксплуатационных свойств армированных УЭ и обнаруживающиеся только на этапе выходного ультразвукового контроля. Гарантированное обеспечение наличия в этих участках матрицы из ТРГ технологически затруднено.

Армированные УЭ из ТРГ работают в условиях многократно изменяющихся внешних нагрузок в течении длительного срока эксплуатации. Это предопределяет необходимость анализа механического поведения отдельных тканых керамических слоев с локальными дефектами, находящихся в матрице из ТРГ, при сложном напряженно-деформированном состоянии.

Проведена оценка влияния сложной геометрии армирующего каркаса и локальных технологических дефектов (пропуск нити, разрыв основы и утка, внутренняя технологическая пора) на коэффициенты концентрации напряжений в слое композита полотняного плетения (саржа 1/1 с равными рапортами по основе и утку), которые были получены при помощи разработанной ранее двухуровневой модели тканого материала с искривленными волокнами [4–7]. Армирующая ткань была образована керамическими волокнами круглого поперечного сечения постоянного диаметра, а толщина слоя композита на основе матрицы из ТРГ соответствовала материалу с коэффициентами армирования по 0,14 в двух взаимно ортогональных направлениях, принадлежащих плоскости слоя. Искривление нитей задавалось дугой окружности с центральным углом  $\pi/4$  (неизменным при нагружении слоя) и отрезком прямой.

Моделирование нагружения слоя композита, волокна и матрица которого изотропны или слабо анизотропны, линейно упруги, не изменяют геометрию, взаимное расположение и тип симметрии, в своей плоскости проводилось на основе численных решений краевых задач методом конечных элементов с помощью открытой интегрируемой платформы SALOME-MECA. Для верификации разработанной модели проводилось сравнение численного и аналитического решения задач по нахождению эффективных свойств слоя композита идеальной периодической структуры. При определении эффективных модулей было необходимо интегрирование по объему изменяющихся внутри конечных элементов полей

напряжений и деформаций для вычисления соответствующих макроскопических значений, не предусмотренное пакетом Code-Aster.

При вычислении эффективных свойств слоя композита с матрицей из ТРГ, армированной керамической тканью (табл. 1), модуль Юнга и коэффициент Пуассона нитей и матрицы принимали значения:  $E_f = 280$  ГПа и  $\nu_f = 0,20$ ,  $E_m = 0,28$  ГПа и  $\nu_m = 0,40$ . Полученные модули в направлении нитей основы  $E_1^*$  и утка  $E_3^*$  не отличались от значений, рассчитанных по аналитическим формулам [8], более, чем на 3,5 %.

Результаты прогнозирования эффективных модулей (табл. 1) показали существенное влияние на искомые величины (по сравнению с материалом идеальной периодической структуры) локальных технологических дефектов. Обнаружено существенное (до 13 раз) снижение модуля Юнга  $E_2^*$  в направлении, перпендикулярном плоскости слоя, и уменьшение в 3 раза модулей  $E_1^*$  в направлении пропущенной нити основы. Наличие в тканом композите локального разрыва нитей основы или одновременного основы и утка лишь в 1,25 раза снижают модули  $E_1^*$  и  $E_3^*$  в плоскости слоя. Дополнительное насыщение материалом матрицы из ТРГ полости, возникающей на месте пропуска или разрыва нитей, приводит локальному изменению симметрии армирующего каркаса, существенному снижению коэффициентов концентрации напряжений и смене механизмов разрушения [4–7]. Однако значительного изменения эффективных свойств не наблюдалось.

**Таблица 1.** Эффективные упругие модули тканого композита с локальными технологическими дефектами

Тип локального дефекта	$E_1^*$ , ГПа	$E_2^*$ , ГПа	$E_3^*$ , ГПа	$\nu_{12}^*$	$\nu_{13}^*$	$\nu_{23}^*$
Идеальная периодическая структура	167,686	125,679	167,675	0,447	0,016	0,033
Пропуск волокна основы	$\frac{52,609}{54,214}$	$\frac{9,594}{11,842}$	$\frac{132,611}{132,215}$	$\frac{0,378}{0,465}$	$\frac{0,003}{0,004}$	$\frac{0,034}{0,034}$
	$\frac{135,057}{135,200}$	$\frac{9,391}{15,919}$	$\frac{165,202}{166,059}$	$\frac{0,279}{0,470}$	$\frac{0,003}{0,005}$	$\frac{0,027}{0,027}$
Разрыв волокон основы и утка	$\frac{135,124}{135,807}$	$\frac{10,171}{11,351}$	$\frac{135,130}{135,811}$	$\frac{0,411}{0,465}$	$\frac{0,006}{0,002}$	$\frac{0,034}{0,035}$

Примечание: внутренняя полость, образованная дефектом, незаполнена (числитель) или заполняется материалом матрицы (знаменатель)

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Зайцев А.В., Злобин Н.Г., Исаев О.Ю., Смирнов Д.В. Моделирование условий эксплуатации и уточненный прочностной анализ уплотнительных элементов из терморасширенного графита // Вестник ПНИПУ. Механика. 2012. № 4. С. 5–19.
2. Зайцев А.В., Рогов Д.С. Моделирование начального режима работы кольца из терморасширенного графита в кранах с уплотнением по штоку // Изв. Самарского НЦ РАН. 2012. Т. 14. № 4–5. С. 1235–1238.
3. Зайцев А.В., Кокшаров В.С., Предков И.В. Механическое поведение составных уплотнительных элементов из терморасширенного графита для фланцевых соединений трубопроводов большого диаметра // Изв. Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4(3). С. 542–546.
4. Дедков Д.В., Зайцев А.В., Ташкинов А.А. Концентрация напряжений в слое тканого композита с закрытыми внутренними технологическими порами // Вестник ПНИПУ. Механика. 2011. № 4. С. 29–36.

5. Дедков Д.В., Ташкинов А.А. Коэффициенты концентрации напряжений в слое тканого композита с локальными технологическими дефектами при чистом формоизменении // Вычислит. механика сплошных сред. 2013. Т. 6, № 1. С. 103–109.
6. Дедков Д.В., Зайцев А.В. Концентрация напряжений в слое тканого композита с локальными дефектами при двухосном однородном равнокомпонентном деформировании // Вестник Самарского гос. технич. ун-та, 2013. № 4(33). С. 66-75.
7. Дедков Д.В., Зайцев А.В., Ташкинов А.А. Эффективные упругие модули тканого композита полотняного плетения с локальными технологическими дефектами // Изв. Самарского научного центра. 2014. Т. 16, № 4(3). С. 526–530.
8. Гарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НОВОГО МЕТОДА ДЛЯ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ТРЕЩИН ПРИ СВМУ НАГРУЖЕНИИ**

**Дубинец А.О.**

Научный руководитель — доцент, к.т.н. Никитин А.Д.

МАИ, Москва

anisia.dubinets@icloud.com

В аэрокосмической промышленности для изготовления элементов конструкции таких как лопатки компрессора или турбины двигателя используют сплавы высокопрочных металлов. Данная отрасль требует высокой производительности и надежности компонентов при циклических нагрузках. В многочисленных исследованиях представлен переход механизма разрушения из режима многоциклового усталости (МНЦУ) в режим сверхмногоциклового усталости (СВМУ). Для СВМУ свойственно усталостное поведение металлических материалов в области высоких долговечностей порядка  $10^7$ - $10^9$  циклов нагружения и формирование очага разрушения под поверхностью. Сложность заключается в обнаружении внутренних усталостных трещин, которые образуются в процессе эксплуатации изделия.

Предложенный новый метод для детектирования подповерхностных трещин основан на фиксации упругих волн датчиками, установленными на концах образца, которые показывают разницу между начальной и прошедшей через некую среду волнами. Резонансная система сконструирована таким образом, что генерируемые продольные волны имеют максимальное напряжение в середине образца и максимальное смещение в конце образца, один из которых остается свободным. Принцип работы устройств для СВМУ испытаний базируется на возбуждении упругих стоячих волн в образцах посредством пьезоэлектрических конвертеров, позволяющих обеспечить формирование стоячих волн на заданных частотах нагружения. Добиться такого большого числа циклов при обычных системах усталостных испытаний, работающих на ограниченной частоте, практически невозможно. Ультразвуковая система усталостных испытаний основана на генерации ультразвуковых волн частотой 20 кГц. СВМУ разрушение будет происходить в следствии вибрации, действующая как переменная нагрузка. При появлении жестких включений в образце наблюдается изменение собственных частот и форм колебаний образца, что может вызвать изменение характера вибрации.

В работе предложено математическое обоснование волновых процессов в образовавшейся свободной поверхности образца. На основании изменения спектра собственных частот в программном комплексе ANSYS получены минимальные размеры включения, при котором отраженные волны могут быть детектированы в образце. Проведено численное решение задачи с использованием неявной разностной схемы на неравномерной сетки с заданными граничными условиями в виде математического разреза, который иллюстрирует область поры. Полученное изменение волновых картин показывают рентабельность данного метода.

## ОСОБЕННОСТИ НАНЕСЕНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ ИЗ НЕОРГАНИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Елизарова Ю.А.

Научный руководитель – доцент, д.т.н. Захаров А. И.  
РХТУ им. Д. И. Менделеева, АО «Композит», Москва  
elizarovau@mail.ru

В ракетно-космической отрасли для получения изделий с требуемыми эксплуатационными характеристиками необходимо создание защитных покрытий на поверхности изделия, которые позволяют изменять его физико-химические и механические свойства в нужном направлении, а также восстанавливать свойства, утраченные в процессе эксплуатации. Используют несколько основных методов нанесения.

**Химическое осаждение из газовой фазы (метод CVD)** основано на гетерогенной реакции летучих соединений компонентов пленки на поверхности подложки с образованием нелетучей твердофазной пленки. Процесс осаждения пленки состоит из: генерации газовой фазы; транспорта частиц газовой фазы к подложке; адсорбции частиц газовой фазы на поверхности подложки; разложении прекурсоров на поверхности подложки и образовании пленки. Достоинства: получение однородных пленок с высокой адгезией к подложкам, в том числе сложной формы; получение моно-, поликристаллических, атмосферных и эпитаксиальных пленок; варьирование скорости осаждения; получение пленок различного состава (металлических, карбидных, нитридных, оксидных и пр.); возможность получения плотных защитных покрытий, обеспечивающих хорошую защиту, например, от окисления. Недостатки: необходимость высокой температуры (от 600°C), что ограничивает выбор материала подложек, и отклонение состава пленки от состава мишени из-за разной скорости испарения прекурсоров. Высокая адгезия материала требует хорошего согласования теплофизических свойств при эксплуатации материала в условиях резких перепадов температур [1, 2].

**Газопламенное напыление** покрытий проводится при использовании тепла, выделяющегося при сгорании горючих газов в смеси с кислородом или сжатым воздухом. Температура продуктов сгорания достигает 2000-3000°C. При вытекании газа в неограниченное пространство, заполненное воздухом или другим газом, образуется струя, называемая факелом. Порошок подают вдоль оси факела пламени. Попадая в струю, частицы порошка расплавляются; образовавшиеся капли переносятся струей сжатого воздуха к поверхности подложки, образуя слой покрытия. Достоинства: легкость и простота обслуживания оборудования; получение покрытий из большинства материалов с температурой плавления до 3000°C. Недостатки: высокая пористость получаемых покрытий и недостаточная прочность сцепления покрытий с поверхностью подложки, а также необходимость выдерживания определенного диапазона зернового состава используемых для напыления порошков [1, 3].

**Шликерно-обжиговый метод** применяют при нанесении защитных покрытий на различные подложки изделий. При этом используют метод окунания изделия в шликер, пульверизацию или электрофоретический метод. После нанесения слоя на поверхность подложки производят удаление связки и спекание материала. При этом покрытие приобретает прочность при сохранении определенной пористости и имеет хорошую адгезию к подложке. Для уменьшения пористости покрытия проводят термическую обработку или обжиг покрытия при высоких температурах. Достоинства: простота метода предполагает широкие возможности модификации составов и структуры наносимых покрытий. Недостатки: шликерные технологии не позволяют получать достаточно плотные покрытия однородные по толщине [4].

**Золь-гель технологии нанесения из растворов** позволяют проводить процесс в оптимальных условиях с точки зрения эффективности управления свойствами конечного продукта, энергетических затрат и производительности процесса. Золи-агрегативно

устойчивые дисперсии твердых частиц в жидкой фазе. Частицы могут быть как кристаллические, так и аморфные, их размер обычно не превышает 100 нм. При определенных условиях золи могут переходить в гели–непрерывную сетчатую трехмерную структуру. В зависимости от начальных условий образование твердой фазы может быть ограничено только образованием зелей (особенно в разбавленных растворах) или сопровождаться появлением гелеобразных структур. Формирование структуры и текстуры получаемых порошков происходит на стадии термообработки. Правильно подобранные условия термообработки позволяют получать как материалы с нужной пористой структурой, так и монолиты и покрытия, обладающие высокой плотностью [5].

**Метод пневматического распыления** является одним из наиболее распространенных способов нанесения покрытий. Сущность заключается в образовании аэрозоля при дроблении эмали струей сжатого воздуха. Образующийся аэрозоль движется в направлении воздушного потока и при ударе о поверхность подложки коагулирует; капли сливаются, образуя на поверхности слой жидкой эмали. Этот метод широко используется благодаря тонкодисперсному распределению покрытия по поверхности, что позволяет достигнуть однородности по толщине, хорошего смачивания [6].

Выбор способа нанесения и формирования покрытия часто оказывает решающую роль на его жизнеспособность и структуру. По наиболее общим признакам структуры неорганических покрытий классифицируют на кристаллические, аморфные и стеклокристаллические. Одной из важнейших характеристик структуры покрытий является их пористость, оказывающая влияние на свойства. Нанесение грунтового слоя или специальные способы обработки поверхности перед нанесением покрытия позволяют улучшить адгезию состава материала, а также сгладить различие в свойствах материала подложки и покрытия.

#### **Литература**

1. Бобров Г.В., Ильин А.А., Спектор В.С. Теория и технология формирования неорганических покрытий: монография. М.: Альфа-М., 2016. 928 с., ил.
2. Дунюшкина Л.А. Введение в методы получения пленочных электролитов для твердооксидных топливных элементов : монография. Екатеринбург: УРО РАН, 2015. 126 с.
3. Лобанов М.Л., Кардонина Н.И., Россина Н.Г., Юровских А.С. Защитные покрытия. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. 200 с.
4. Добровольский А.Г. Шликерное литье. М.: «Металлургия». 1977. 240 с.
5. Фиговский О.Л., Кудрявцев П.Г. Жидкое стекло и водные растворы силикатов, как перспективная основа технологических процессов получения новых нанокomпозиционных материалов. Инженерный вестник Дона. вып. 29. № 2. 2014. 117 с.
6. Яковлев А.Д. Химия и технология лакокрасочных покрытий. СПб.: ХИМИЗДАТ, 2008. 448 с., ил.

### **РАВНОВЕСИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРОВ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ И НЕРАВНОМЕРНОГО БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ**

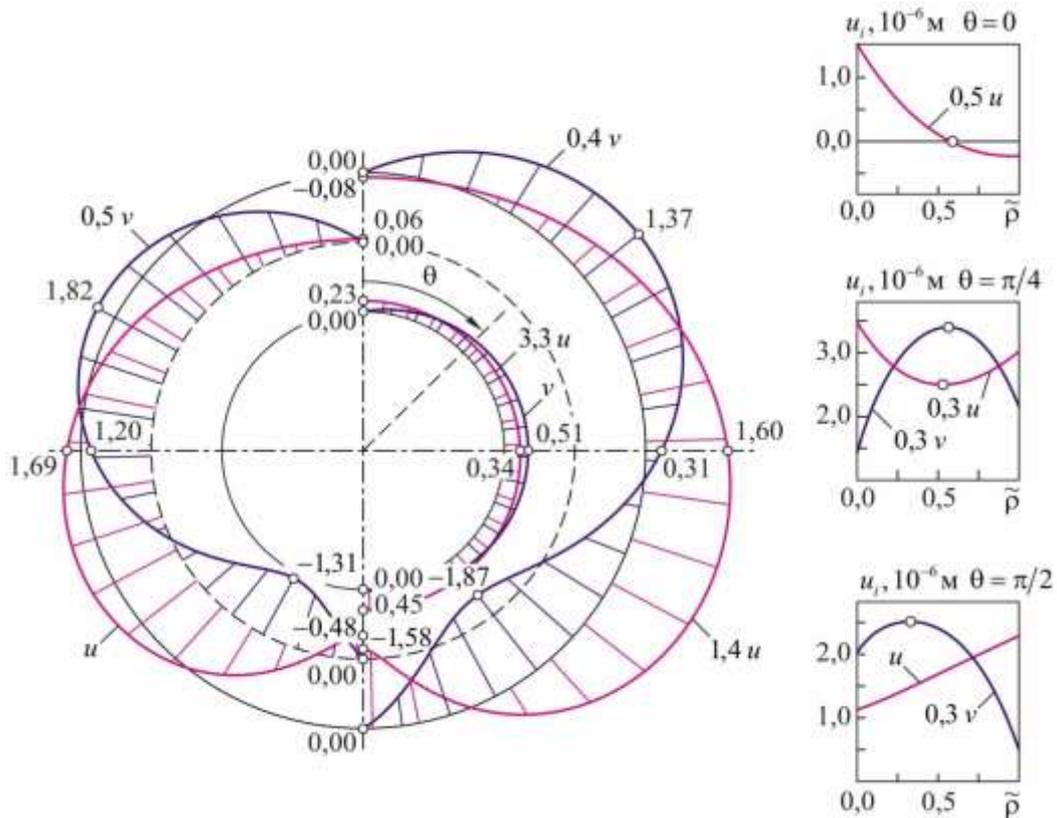
**Зайцев А.В., Зубко И.А., Кутергин А.В., Фукалов А.А.**

ПНИПУ, Пермь

a-zaitsev@mail.ru, mr\_aa@mail.ru

Необходимость решения задач для горизонтальных анизотропных цилиндрических тел, находящихся в поле гравитационных сил, обусловлена различными приложениями в промышленном и дорожном строительстве (конструкции и сооружения неглубокого залегания, облицовки туннелей). Кроме того, получение новых аналитических решений важно для инженеров, занимающихся уточненным прочностным анализом, тестированием алгоритмов при численном решении более сложных задач, отработкой методик эксперимента с тяжелыми горизонтальными цилиндрами для экспериментальной идентификации материальных констант и функций для анизотропных материалов.

Получены новые точные аналитические решения задач о равновесии горизонтальных толстостенных ортотропных тел с осевой симметрией [1–3], находящихся под действием гравитационных сил и неравномерного внешнего давления. Симметрия нагрузки относительно диаметральной вертикальной плоскости и геометрическая симметрия тяжелого цилиндрического тела предопределили поиск решения системы уравнений Ламе в виде тригонометрических рядов по окружной  $\theta$  (полученная система уравнений однородна при  $i=0$  и  $i>1$ , неоднородна при  $i=1$ ) и обобщенных степенных рядов — по радиальной координате  $r$ . Обратим внимание на то, что из полученных решений в частном случае следуют выражения для напряжений, деформаций и перемещений в точках полых анизотропных [4–6] и тяжелых изотропных цилиндрах [7] с аналогичными граничными условиями.



**Рис 1.** Распределение радиальных ( $u, 10^{-3}$  м) и окружных ( $v, 10^{-3}$  м) перемещений в монолитном железобетонном цилиндре на внутренней, внешней и срединной поверхностях

Решена задача о равновесии тяжелого железобетонного ( $E_{rr} = 40,0$  ГПа,  $E_{\theta\theta} = 25,0$  ГПа,  $E_{zz} = 53,3$  ГПа,  $G_{r\theta} = 11,0$  ГПа,  $\mu_{\theta r} = 0,15$ ,  $\mu_{rz} = 0,075$  и  $\mu_{z\theta} = 0,375$ ;  $\gamma = 40$  кН/м<sup>3</sup>) цилиндра (радиусы внутренней и внешней боковых поверхностей которого равны  $\rho_1 = 3,0$  м и  $\rho_2 = 5,5$  м), находящегося на грунтовом основании. Площадь контактной поверхности предполагалась известной и неизменной, а реакция основания считалась заданной:

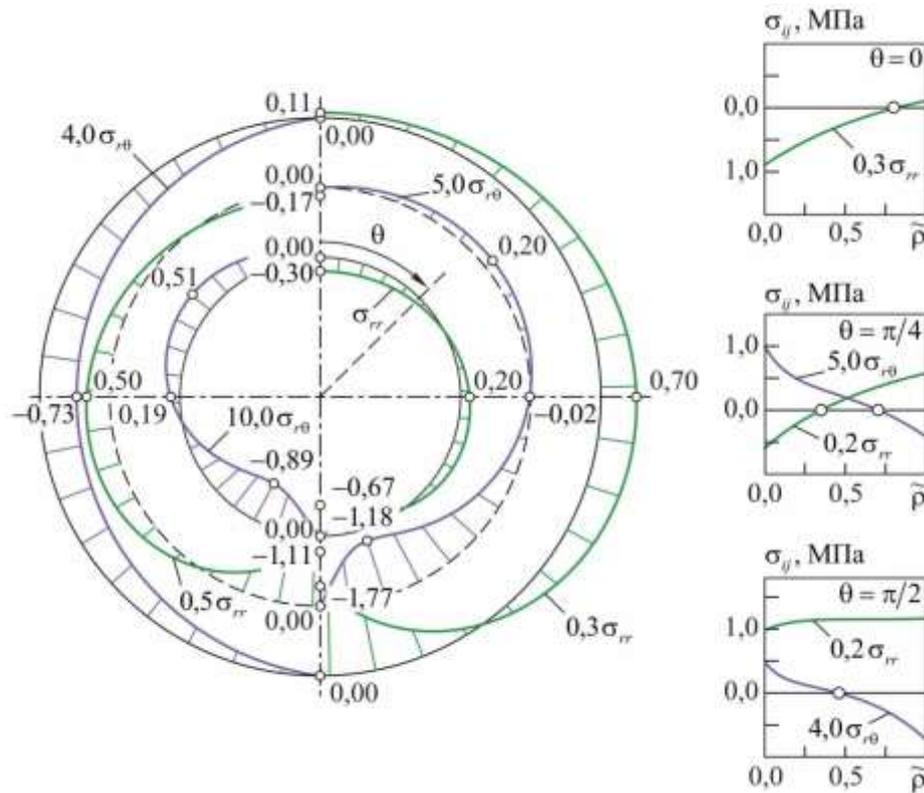
$$R(\theta) = \rho(\rho_2^2 - \rho_1^2)(8\pi\theta - 3\pi^2 - 4\theta^2)/16. \quad (1)$$

На квадратичную функцию (1) налагалось условие

$$\int_0^{2\pi} \sigma_{rr}^* \cos \theta d\theta = -\pi(\rho_2^2 - \rho_1^2)\rho, \quad \sigma_{rr}^* = \begin{cases} R(\theta), & \pi/2 < \theta < 3\pi/2; \\ 0, & 3\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \end{cases}$$

равенства ее интегральной суммы весу конструкции ( $\rho$  — удельный вес материала).

Распределения перемещений по окружной координате немонотонны (рис. 1). Окружные перемещения являются нулевыми в точках, принадлежащих вертикальной диаметральной плоскости; в точках на внутренней, серединной и внешней поверхности верхнего свода положительны, принимают максимальные значения при  $\theta = 90^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$  и  $\theta = 45^\circ$ ;  $\theta = 125^\circ$ ,  $\theta = 115^\circ$  и  $\theta = 125^\circ$  определяют положение точек минимума на внутренней, серединной и внешней поверхности нижнего свода



**Рис. 2.** Распределение радиальных и касательных напряжений (МПа) в монолитном железобетонном цилиндре на внутренней, внешней и серединной поверхностях.

Радиальные перемещения на верхнем своде минимальны, возрастают при увеличении окружной координаты. Эти перемещения на внутренней поверхности цилиндра всюду положительны, на серединной поверхности принимают положительные значения до  $\theta = 168^\circ$  и имеют максимумы при  $\theta = 180^\circ$  и  $\theta = 120^\circ$  соответственно. На внешней поверхности зависимость  $u$  от окружной координаты такова, что отрицательные значения имеют место при  $0^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$  и  $160^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ , а максимальные значения достигаются при  $\theta = 115^\circ$ .

Характер зависимостей перемещений точек, принадлежащих верхнему своду, в направлении обезразмеренной радиальной координаты  $\tilde{\rho} = (\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1)$  существенно изменяется при увеличении угла  $\theta$ . Перемещения  $u$  монотонно убывают и возрастают при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$ , имеют локальный минимум при  $\theta = \pi/4$ . Зависимости  $v \sim \tilde{\rho}$  имеют локальные максимумы, положение которых смещается к внутренней поверхности цилиндра при увели-

чении окружной координаты. Производные радиальных перемещений  $u$  по окружной координате равны нулю

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_1 \\ \theta=0}} = \left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_1 \\ \theta=\pi}} = \left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_c \\ \theta=0}} = \left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_c \\ \theta=\pi}} = \left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_2 \\ \theta=0}} = \left. \frac{\partial u}{\partial \theta} \right|_{\substack{r=\rho_2 \\ \theta=\pi}} = 0,$$

где  $\rho_c = (\rho_1 + \rho_2)/2$ , в точках поперечных сечений тяжелых ортотропных цилиндров, принадлежащих вертикальной диаметральной плоскости. Этот результат не зависит от того, на каком расстоянии от оси вращения находится рассматриваемая точка.

Радиальные напряжения минимальны на верхнем своде цилиндра, и достигают своего наибольшего значения на нижнем своде там, где реакция основания максимальна (рис. 2). Распределение касательных напряжений на внутренней и серединной поверхностях аналогично распределению окружных перемещений, но имеет монотонный характер на внешней поверхности.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

### Литература

1. Зайцев А.В., Кутергин А.В. Упругое равновесие тяжелого горизонтального толстостенного ортотропного цилиндра, находящегося под действием неравномерно распределенного бокового давления // Вестник ПНИПУ. Механика. 2011. № 4. С. 36–45.
2. Фукалов А.А., Кутергин А.В. Точные аналитические решения задач о равновесии упругих анизотропных тяжелых тел с центральной и осевой симметрией и их приложения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4–4. С. 1831–1833.
3. Зайцев А.В., Кислицын А.В., Кутергин А.В., Фукалов А.А. Распределение напряжений в поперечных сечениях контейнеров из стеклопластика и полимербетона, используемых для длительного хранения высокоагрессивных сред // Изв. Самарского научного центра РАН. 2012. Т. 14, № 4–5. С. 1230–1234.
4. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела, М.: Наука, 1977. 416 с.
5. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Демьянушко И.В. и др. Термопрочность деталей машин, М.: Машиностроение, 1975. 455 с.
6. Зайцев А.В., Кислицын А.В., Об одном решении задачи Ламе для составного протяженного элемента конструкции, состоящего из посаженных с натягом толстостенного трансверсально-изотропного внешнего цилиндра на соосный изотропный внутренний // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2007. № 1 (14). С. 164–167.
7. Кузнецов Г.Б. Упругость, вязкоупругость и длительная прочность цилиндрических и сферических тел, М.: Наука, 1979. 112 с.

## МИКРО- И МАКРОРАЗРУШЕНИЕ УПРУГО-ХРУПКИХ ПЕСЧАНИКОВ ПРИ НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ ТРЕХОСНОМ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Зайцев А.В.<sup>1</sup>, Карев В.И.<sup>2</sup>, Кокшаров В.С.<sup>1</sup>, Шевцов Н.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ПНИПУ, Пермь

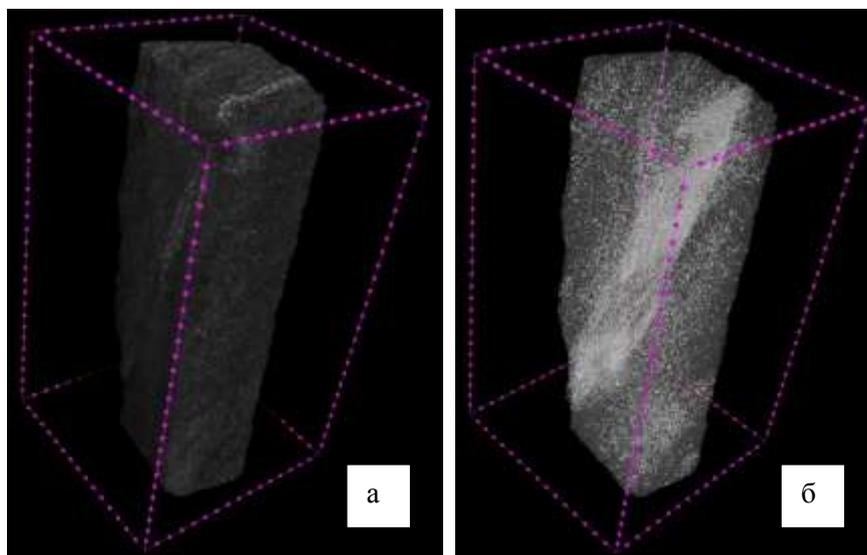
<sup>2</sup> ИПМех РАН, Москва

a-zaitsev@mail.ru, red3991@yandex.ru

Проанализированы закономерности разупрочнения, разрыхления и компакций песчанников при трехосном нагружении с различной жесткостью нагружающей системы в вычислительных экспериментах и деформировании по траекториям в виде двухзвенных ломаных на Испытательной системе истинно трехосного независимого нагружения (ИСТНН) лаборатории геомеханики ИПМех РАН.

Исследование процессов неупругого деформирования и разрушения горных пород связано с необходимостью развития моделей механики для корректного описания закономерностей поведения повреждаемых геосред. Существует потребность в усовершенствовании методик прочностного анализа, учитывающих реальные условия нагружения, эволюцию, характер коллективного взаимодействия в системе дефектов. Без

понимания закономерностей и механизмов, без оценки устойчивости процесса образования дефектов, без определения условий начала локализации макроразрушения останется скрытым и слабо предсказуемым явлением эволюции внутренней структуры материала. Проведены эксперименты для определения деформационных свойств песчаника Березниковско–Соликамского месторождения Пермского края при трехосном нагружении и деформировании по траекториям в виде многосвязных ломаных на Испытательной системе истинно трехосного независимого нагружения (ИСТНН) лаборатории геомеханики ИПМех РАН кубических образцов (ребро – 40 мм, отполированные грани) с построением полных равновесных диаграмм деформирования, позволившие определить закономерности процессов разупрочнения, разрыхления и разрушения [1–9]. Исследование фрагментов микроструктуры на рентгеновском микротомографе SkyScan 1172 ресурсного центра «Геомодель» Научного парка СПбГУ и последующая обработка утилитой CT-Analyser пакета CTvox позволило провести 3D реконструкцию, обнаружить закономерности геометрии элементов структуры, включений и пор в недеформированном состоянии, провести морфометрический анализ, идентифицировать отдельные повреждения и кластеры (темные области на рис. 1, а с меньшей по сравнению с бездефектным материалом рентгеновской плотностью), обнаружить плоскости, в которых происходит преимущественное разрушение по механизмам сдвига в стесненных условиях.



**Рис. 1.** 3D микроструктура фрагментов образцов песчаника, полученная на рентгеновском микротомографе SkyScan 1172 до обработки (а) и после обработки (б) пакетом CTvox.

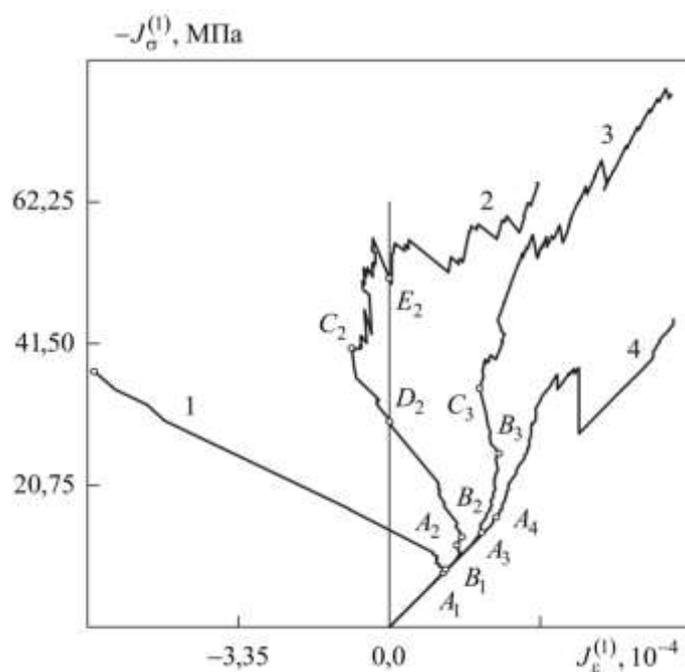
С целью изучения закономерностей повреждения горных пород на стадии разупрочнения, определения условий перехода к локализованному макроразрушению, авторами [10–19] разработана двухуровневая структурно-феноменологическая модель деформирования поликристалла. Эта модель с единых позиций описывает неупругое деформирование материала при пропорциональном и непропорциональном нагружении, сопровождаемое возникновением и развитием дефектов, как непрерывный многостадийный процесс накопления повреждений, а разрушение – как результат потери устойчивости этого процесса.

Структурное разрушение песчаника с изотропными упруго-хрупкими тетраэдральными зернами (прочностные постоянные которых случайны, распределены по закону Вейбулла, а упругие характеристики – детерминированы) описывается системой дифференциальных уравнений [10–15], которая на каждом шаге нагружения решается численно методом

конечных элементов. Формоизменение – основная причина разрушения зерен, однако была предусмотрена возможность восстановления способности поврежденными зернами сопротивляться гидростатическому сжатию.

Упруго-хрупкие песчаники при сжатии демонстрируют уплотнение при высокой и разрыхление при низкой пористости. Объемное разрыхление связано с необратимым стесненным разворотом частиц среды в результате накопления повреждений и фрагментации первоначально монолитного материала. Вместе с тем, увеличения объема может быть также вызвано упругой разгрузкой неповрежденной части материала в областях, непосредственно примыкающих к очагу локализованного разрушения (рис. 2).

Уплотнение во всем диапазоне изменения сжимающих нагрузок наблюдалось только при  $R = 10^8 \text{ Н/м}^3$  (соответствует режиму предельно «жесткого» нагружения). При нагружении с  $R = 10^4 \text{ Н/м}^3$  увеличение сжимающей нагрузки приводит к уплотнению, а после достижения предельных деформаций (точке  $B_1$ ) объемное сжатие сопровождается разрыхлением (на рис. 2 точками  $A_i$  показаны состояния, соответствующие пределам прочности). При жесткости нагружающей системы  $R = 10^5 \text{ Н/м}^3$  за уплотнением следует разрыхление, в результате которого образец песчаника восстанавливает свой первоначальный объем (состояние  $D_2$ ). Дальнейшее равнокомпонентное сжатие сопровождается увеличением объема до точки  $C_2$ , в которой происходит изменение сценария поведения: геоматериал с накопленными дефектами начинает уплотняться. В результате этого образец еще раз восстанавливает свой начальный объем (состояние  $E_2$ ). При  $R = 10^6 \text{ Н/м}^3$  реализуется та же смена сценариев разрушения, но восстановления начального объема не наблюдается.



**Рис. 2.** Объемное уплотнение и разрыхление медистого песчаника при трехосном сжатии с различной жесткостью нагружающей системы  $R$  ( $\text{Н/м}^3$ ):

1 –  $10^4$ , 2 –  $2,5 \cdot 10^4$ , 3 –  $10^5$ , 4 –  $10^8$ .

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Сидорин Ю.В., Устинов К.Б., Сиротин А.А., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И., Зайцев А.В., Журавлев А.Б. Экспериментальное исследование деформирования горных пород в условиях плоской деформации и плоского напряженного состояния // Процессы в геосредах. 2016. № 6. С. 148–155.
2. Пантелеев И.А., Коваленко Ю.Ф., Сидорин Ю.В., Зайцев А.В., Карев В.И., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эволюция поврежденности при сложном неравнокомпонентном сжатии песчаника по данным акустической эмиссии // Физическая мезомеханика. 2019. Т. 22, № 4. С. 56–63.
3. Karev V., Kovalenko Y., Ustinov K., Pantelev I., Zaitsev A. Failure mechanisms under triaxial non-proportional loading of rocks on the basis of acoustic emission measurements // Rock mechanics for natural resources and infrastructure development: Proc. 14th Int. Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering – ISRM 2019 / Eds. S.A.B. da Fontoura, R.J. Rocca, J.F.P. Mendoza. CRC Press/Balkema, 2020. P. 1014–1021.
4. Шевцов Н.И., Зайцев А.В., Пантелеев И.А., Исследование связи напряженно-деформированного состояния горных пород с потоком акустической эмиссии на испытательной системе трехосного независимого нагружения // Процессы в геосредах. 2019. №1(19). С. 129–136.
5. Shevtsov N., Zaitsev A., Pantelev I. Deformation and destruction of rocks on the true triaxial loading system with continuous acoustic emission registration Physical and mathematical modeling of Earth and environment processes (2018): 4th Int. Sci. School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences / Eds. V. I. Karev, D. Klimov, K. Pokazeev. Cham: Springer Nature Switzerland AG/Springer, 2019. P. 424–432.
6. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Шевцов Н.И., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И. Эффект Кайзера при трехосном сжатии песчаника с последовательным вращением эллипсоида заданных напряжений // ФТПРПИ. 2020. № 3. С. 47–55.
7. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. Kaiser effect in sandstone in polyaxial compression with multistage rotation of an assigned stress ellipsoid // J. Mining Sci. 2020. Vol. 56, No. 3. P. 370–377.
8. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Карев В.И., Коваленко Ю.Ф., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эффект Кайзера при многоосном непропорциональном сжатии песчаника // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2020. – Т. 495, № 1. – С. 63–67.
9. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. The Kaiser effect under multiaxial nonproportional compression of sandstone // Doklady Physics. 2020. Vol. 65, No. 11. P. 396–399.
10. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. Деформационное разупрочнение и разрушение композиционных материалов зернистой структуры // Механика композиц. материалов и конструкций. 1996. Т. 2, № 2, С. 117–125.
11. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. Равновесные процессы разрушения зернистых композитов // Механика композит. материалов. 1996. Т. 32, № 6. С. 808–817.
12. Зайцев А.В., Вильдеман В.Э. Равновесные состояния поврежденной неоднородной среды в условиях немонотонного нагружения // Вестник ПНИПУ. Механика. 1997. № 5. С. 35–42.
13. Зайцев А.В. Локальная неустойчивость деформирования и самоподдерживаемое разрушение зернистого композита на критической стадии деформирования // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7, № S1–1. С. 351–354.
14. Зайцев А.В. Закономерности процессов накопления повреждений и условия перехода к локализованному разрушению зернистых композитов при квазистатическом нагружении // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7, № 5. С. 63–72.
15. Zaitsev A.V. Nonlocal conditions for the transition from damage to a localized failure in granular composites under quasistatic loading // J. Physics: Conf. Ser. 2009. Vol. 181. P. 012046.

## МЕХАНИЗМЫ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ПЕСЧАНИКОВ ПРИ НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ ТРЕХОСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Зайцев А.В.<sup>1</sup>, Пантелеев И.А.<sup>3</sup>, Шевцов Н.И.<sup>2</sup>, Хмелев А.А.<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> ПНИПУ, Пермь

<sup>2</sup> ИПМех РАН, Москва

<sup>3</sup> ИМСС УрО РАН, Пермь

a-zaitsev@mail.ru, pia@icmm.ru, red3991@yandex.ru

Проведена серия экспериментов на испытательной системе трехосного независимого нагружения, с непрерывной регистрацией акустической эмиссии (АЭ). Установлены характерные зависимости интенсивности потока АЭ от вида напряженно-деформированного состояния и изменения траектории нагружения. Выделены предвестниковые изменения параметров АЭ, связанные с появлением макродефектов. Проведена идентификация источников АЭ и получена их связь с механизмами разрушения на основе результатов решения задачи кластеризации импульсов методом к-средних. Для каждой траектории нагружения при двух- и трехосном сжатии

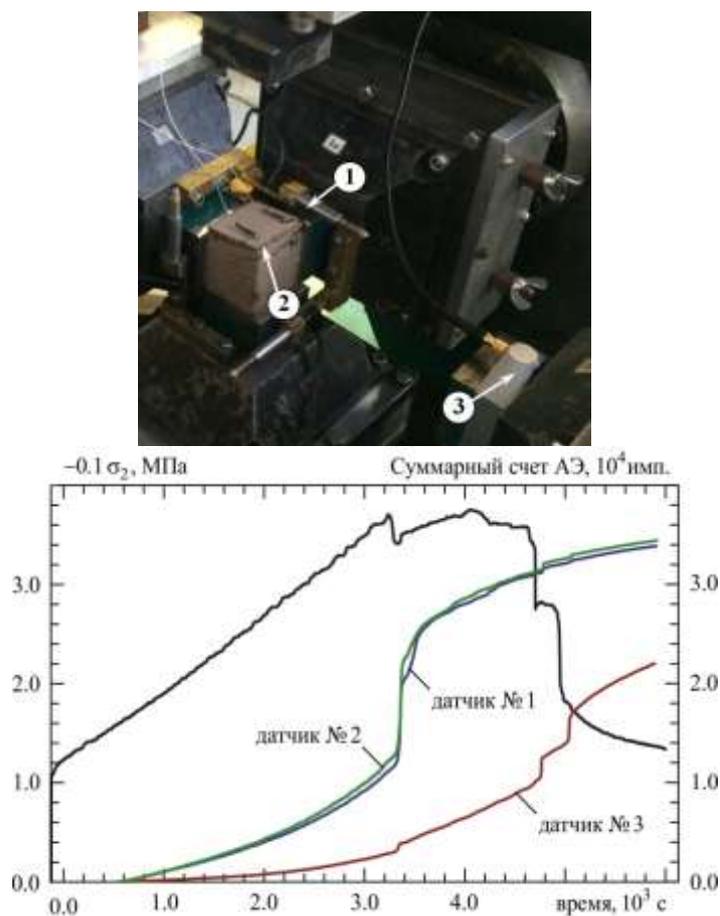
образцов песчаника обнаружены преобладающие механизмы деформирования и накопления повреждений. Описаны смена механизмов преимущественного накопления повреждений и явление самоподдерживаемого разрушения. Установлена связь локальной неустойчивости с переходом от этапа дисперсного накопления повреждений к стадии локализации и формирования макродефекта.

Механическое поведение горных пород определяется типом, характером приложенных нагрузок и механизмами неупругого деформирования и разрушения, которые реализуется на уровне отдельных зерен и их конгломератов в виде внутри- или межзеренных дефектов, дефектов отрыва и сдвига и проявляется формированием зон локализованной деформации (полосы компакций, дилатансии и сдвига). Для исследования закономерностей неупругого деформирования и разрушения горных пород при многоосном непропорциональном нагружении необходимо проведение *in-situ* наблюдений за процессом накопления повреждений во время проведения экспериментов. Это связано с важностью исключения изменения структуры образца при разгрузке, которая приводит к невозможности оценки влияния изменения нагрузок при отработке траектории нагружения по заданной программе с активацией различных механизмов разрушения и взаимодействием в ансамбле дефектов.

Разработаны программы двух- и трехосного пропорционального и непропорционального предельно «мягкого» и «жесткого» нагружения для определения закономерностей процессов зарождения, взаимодействия и накопления повреждений, разупрочнения, дилатансии и разрушения. Программы позволили последовательно реализовать три наиболее общих вида напряженно-деформированного состояния, реализуемых на практике при выполнении горных работ: двух- и трехосное сжатие, обобщенный сдвиг, одноосное сжатие с боковым распором [1–8]. Проведены испытания кубических образцов песчаника Верхнекамского региона Пермского края с размером ребра – 40 мм на «Испытательной системе трехосного независимого нагружения» (ИСТНН) лаборатории «Геомеханика» ИПМех РАН, с непрерывной регистрацией акустической эмиссии (АЭ). ИСТНН – уникальный экспериментальный стенд, позволяющий провести физическое моделирование сложного напряженно-деформированного состояния, соответствующего реальным горно-геологическим условиям благодаря независимому трехосному предельно «жесткому» или предельно «мягкому» нагружению кубических образцов по траекториям в виде многозвенных ломаных с регистрацией деформаций и напряжений в трех взаимно ортогональных направлениях и измерением (при необходимости) проницаемости материала при нагружении по одной из осей [9–11].

Реализация программы непропорционального нагружения песчаника предполагала деформирование серии кубических образцов с размером ребра – 40 мм и со свободными от напряжений гранями, перпендикулярными оси  $x_3$ , в два этапа. На первом этапе образцы равнокомпонентно предельно «мягко» двухосно сжимались до давления 11 МПа в направлениях  $x_1$  и  $x_2$ . На втором этапе в направлении  $x_1$  поддерживалось постоянное давление 11 МПа, а по оси  $x_2$  осуществлялось «жесткое» кинематическое сжатие со скоростью  $10^{-6}$  мм/сек. Две перпендикулярные оси  $x_3$  грани оставались свободными от напряжений в течение всего эксперимента. Во время испытания проводилась непрерывная регистрация АЭ восьмиканальным программно-аппаратным комплексом Amsy-6 (Vallen) с предусилителями АЕР4 (коэффициент усиления 34 дБ) и преобразователями АЭ двух типов: миниатюрные М-31 (Fujisera) с плоской АЧХ в интервале 300–800 кГц (датчики АЭ № 1 и 2 на рис. 1), которые крепились на свободных от плит гранях образцов при помощи цианакрилатного клея, и широкополосный 2SMEG-P (Deci) с рабочим диапазоном 200–2000 кГц (датчик АЭ № 3 на рис. 1), который фиксировался на плитах ИСТНН, участвовавших в нагружении, при помощи вакуумной смазки. Запись волновых форм АЭ осуществлялась с частотой дискретизации 10 МГц с фиксированным порогом отсечения по амплитуде – 37 дБ (было необходимо для выделения одиночных импульсов АЭ на фоне посторонних шумов, которые удалялись при многопараметрической фильтрации данных) [1–8].

При неравнокомпонентном сжатии на этапах упругого деформирования и упрочнения наблюдался постепенный монотонный рост суммарного счета АЭ, зарегистрированного по каждому каналу. Падение напряжений  $\sigma_2$  на 3200 сек. сопровождалось резким ростом (эффект более выражен для датчиков №1 и №2) и последующим постепенным уменьшением активности АЭ по каналам №1 и №2 с одновременным увеличением активности АЭ по каналу №3. Это связано с формированием полос локализованной деформации, зарождением и дискретным скачкообразным ростом макродефекта, в результате чего происходило расслоение и фрагментация образца (рис. 1), постепенное выпучивание свободной от напряжений грани вверх. Последнее, изолировало установленные на ней датчики АЭ от основного объема песчаника. Датчик №3, установленный на плите ИСТНН, не терял свою чувствительность, а зарегистрированные им данные отражают характер процесса накопления повреждений, локализации разрушения на стадии деформационного разупрочнения, формирования условий макроразрушения вплоть до снижения напряжений  $\sigma_2$  до начального уровня в 11 МПа [2, 3].



**Рис. 1.** Разрушенный образец песчаника после завершения эксперимента на непропорциональное двухосное сжатие в ИСТНН (цифры соответствуют номеру датчика АЭ) и временные зависимости напряжения и суммарного счета АЭ, зарегистрированного датчиками.

В предположении слабой анизотропии песчаника (отклонение скоростей распространения ультразвуковых волн в первоначально бездефектных образцах в трех взаимно ортогональных направлениях не превышала 5 %) решена задача кластеризации импульсов в многомерном пространстве параметров методом  $k$ -средних и алгоритмом DBSCAN, классифицированы источники АЭ по реализуемым механизмам разрушения (отрыв и сдвиг)

песчаника. Установлено, что наиболее вариативными характеристиками являются максимальная амплитуда импульсов, частота максимума спектра и приведенное время нарастания. Было показано, что найденные кластеры для каждого из типов нагружения могут быть классифицированы, согласно JCMS-ШВ5706, как низко- и высокочастотные сигналы, источниками которых являются трещины и протяженные дефекты, развивающиеся по механизмам нормального отрыва сдвига. В результате решения задачи кластеризации для каждой из разработанных и реализованных на ИСТНН траекторий нагружения были обнаружены преобладающие механизмы, исследована их эволюция в процессе деформирования и разрушения песчаника.

На начальном этапе сложного неравнокомпонентного сжатия временные зависимости суммарного счета АЭ возрастали достаточно плавно (рис. 1). Это затрудняло естественное разделение процесса разрушения на стадии. Для объяснения обнаруженных закономерностей поведения песчаника проведены вычислительные эксперименты с использованием разработанной двухуровневой структурно-феноменологической модели квазистатического деформирования зернистой среды со случайными прочностными и деформационными свойствами [12–17]. Модель с единых позиций описала неупругое деформирование материала при непропорциональном нагружении как непрерывный многостадийный процесс накопления повреждений, а разрушение – как результат потери устойчивости этого процесса.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Пантелеев И.А., Коваленко Ю.Ф., Сидорин Ю.В., Зайцев А.В., Карев В.И., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эволюция поврежденности при сложном неравнокомпонентном сжатии песчаника по данным акустической эмиссии // *Физическая мезомеханика*. 2019. Т. 22, № 4. С. 56–63.
2. Karev V., Kovalenko Y., Ustinov K., Pantelev I., Zaitsev A. Failure mechanisms under triaxial non-proportional loading of rocks on the basis of acoustic emission measurements // *Rock mechanics for natural resources and infrastructure development: Proc. 14th Int. Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering – ISRM 2019 / Eds. S.A.B. da Fontoura, R.J. Rocca, J.F.P. Mendoza. CRC Press/Balkema, 2020. P. 1014–1021.*
3. Шевцов Н.И., Зайцев А.В., Пантелеев И.А., Исследование связи напряженно-деформированного состояния горных пород с потоком акустической эмиссии на испытательной системе трехосного независимого нагружения // *Процессы в геосредах*. 2019. №1(19). С. 129–136.
4. Shevtsov N., Zaitsev A., Pantelev I. Deformation and destruction of rocks on the true triaxial loading system with continuous acoustic emission registration Physical and mathematical modeling of Earth and environment processes (2018): 4th Int. Sci. School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences / Eds. V. I. Karev, D. Klimov, K. Pokazeev. Cham: Springer Nature Switzerland AG/Springer, 2019. P. 424–432.
5. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Шевцов Н.И., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И. Эффект Кайзера при трехосном сжатии песчаника с последовательным вращением эллипсоида заданных напряжений // *ФТПРПИ*. 2020. № 3. С. 47–55.
6. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. Kaiser effect in sandstone in polyaxial compression with multistage rotation of an assigned stress ellipsoid // *J. Mining Sci.* 2020/ Vol. 56, No. 3. P. 370–377.
7. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Карев В.И., Коваленко Ю.Ф., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эффект Кайзера при многоосном непропорциональном сжатии песчаника // *Доклады РАН. Физика, Технические науки*. 2020. – Т. 495, № 1. – С. 63–67.
8. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. The Kaiser effect under multiaxial nonproportional compression of sandstone // *Doklady Physics*. 2020. Vol. 65, No. 11. P. 396–399.
9. Карев В.И., Климов Д.М., Коваленко Ю.Ф., Устинов К.Б. О разрушении осадочных горных пород в условиях сложного трехосного напряженного состояния // *Изв. РАН. МТТ*. 2016. № 5. С. 15–21.
10. Karev V. I., Kovalenko Yu. F., Ustinov K. B. Modeling deformation and failure of anisotropic rocks nearby a horizontal well // *J. Min. Sci.* 2017. Vol. 53, No. 3. P. 425–433.
11. Сидорин Ю.В., Устинов К.Б., Сиротин А.А., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И., Зайцев А.В., Журавлев А.Б. Экспериментальное исследование деформирования горных пород в условиях плоской деформации и плоского напряженного состояния // *Процессы в геосредах*. 2016. № 6. С. 148–155.

12. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. Деформационное разупрочнение и разрушение композиционных материалов зернистой структуры // Механика композиц. материалов и конструкций. 1996. Т. 2, № 2, С. 117–125.
13. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. Равновесные процессы разрушения зернистых композитов // Механика композит. материалов. 1996. Т. 32, № 6. С. 808–817.
14. Зайцев А.В., Вильдеман В.Э. Равновесные состояния поврежденной неоднородной среды в условиях немоного нагружения // Вестник ПНИПУ. Механика. 1997. № 5. С. 35–42.
15. Зайцев А.В. Локальная неустойчивость деформирования и самоподдерживаемое разрушение зернистого композита на закритической стадии деформирования // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7, № S1–1. С. 351–354.
16. Зайцев А.В. Закономерности процессов накопления повреждений и условия перехода к локализованному разрушению зернистых композитов при квазистатическом нагружении // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7, № 5. С. 63–72.
17. Zaitsev A.V. Nonlocal conditions for the transition from damage to a localized failure in granular composites under quasistatic loading // J. Physics: Conf. Ser. 2009. Vol. 181. P. 012046.

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМОВАНИЯ СТАКАНА ИЗ МАГНИЯ С ПРОТИВОДАВЛЕНИЕМ**

**Замараева Ю.В.<sup>1,2</sup>, Логинов Ю.Н.<sup>1,2</sup>**

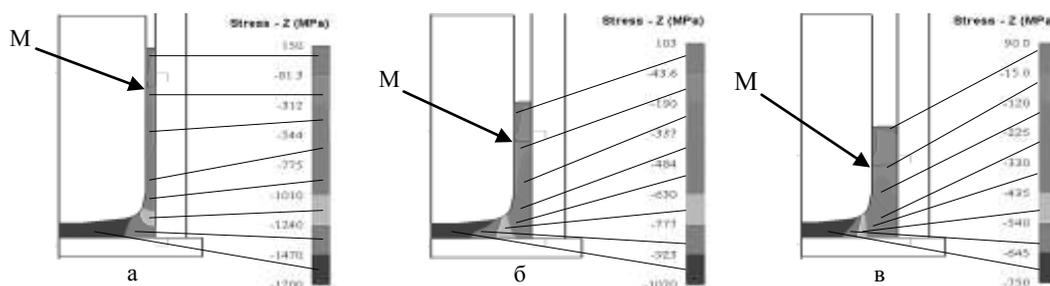
<sup>1</sup> УрФУ, <sup>2</sup> ИФМ УрО РАН, Екатеринбург  
zamaraevajulia@yandex.ru

Проведена оценка влияния относительной толщины вспомогательной втулки на величину противодействия в процессе обратного выдавливания цилиндрических заготовок для получения изделий типа стаканов. Моделирование выполнено в среде программного продукта DEFORM-2D. Подтверждена зависимость величины противодействия от относительной толщины вспомогательной втулки. Также установлено, что применение схемы обратного выдавливания с противодействием позволяет повысить величину напряжений сжатия, тем самым способствует повышению пластических свойств металла.

**Введение.** Расширению сфер применения магния способствует его малая плотность и низкий модуль упругости. Однако наличие гексагональной решетки приводит к малому количеству механизмов скольжения и пониженной пластичности. Для повышения пластичности в холодном состоянии применяются методы повышения уровня гидростатических напряжений в состоянии обработки давлением [1], в том числе деформация в оболочках [2,3]. В результате удается деформировать металл даже в холодном состоянии. Поэтому разработка новых методов и создания противодействия для повышения пластичности магния является актуальной задачей.

**Методы.** Схема обратного выдавливания цилиндрических заготовок часто используется для получения изделий типа стаканов [4]. При удалении дна у стакана полученный продукт приобретает форму оболочки [5], что расширяет сферу применения метода. Полученная заготовка может быть подвергнута последующей деформации для изменения первоначальной формы [6]. Более подробно схема обратного выдавливания описана в работе [7]. Целью работы является оценка влияния относительной толщины вспомогательной втулки на величину противодействия. Для решения задачи применен программный комплекс DEFORM-2D. Постановка задачи включала в себя описание геометрии очага деформации в исходном состоянии, описание физических и пластических свойств на основе справочных данных, задание граничных условий в перемещениях. Материал заготовки – магний марки Mg90 ГОСТ 804-93. Использовали модель изотропной среды с упрочнением, которая описана в статье [8]. Показатель трения по Зибелю в процессе равен 0,2. Магниевый образец представлен в виде цилиндра диаметром  $d_0 = 30$  мм и высотой  $h_0 = 12$  мм. Медная втулка имеет наружный диаметр  $D_n = 30$  мм и высоту  $L_B = 12$  мм. Расчеты выполнили при переменных значениях геометрических параметров: толщины стенки стакана  $\delta_c$  и начальной толщины стенки втулки  $\delta_B$ . Из размерных величин создан безразмерный параметр  $\frac{\delta_B}{L_B}$  (отношение абсолютной толщины  $\delta_B$  к длине  $L_B$ ) – относительная толщина стенки. На рис. 1 представлено решение краевой задачи по обратному

выдавливанию магниевого образца с полем осевого напряжения при  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,14$  (рис.1,а),  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,24$  (рис.1,б),  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,36$  (рис.1,в).



**Рис. 1.** Половина очага деформации с полем осевого напряжения:

а)  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,14$ ,  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,24$ ,  $\frac{\delta_B}{L_B} = 0,36$ .

Результаты расчетов формоизменения цилиндра методом обратного выдавливания представлены в табл.1.

**Таблица 1.** Результаты расчетов формоизменения цилиндра методом обратного выдавливания

№	$\delta_C$ , мм	$\delta_B$ , мм	$\frac{\delta_B}{L_B}$	$\sigma_{zz}$ , МПа
1	1,4	1,7	0,14	-312
2	2,6	2,9	0,24	-190
3	4,0	4,3	0,36	-120

Из табл. 1 видно, что с ростом  $\frac{\delta_B}{L_B}$  величина  $\sigma_{zzп}$  уменьшается, что подтверждает зависимость величины противодействия от относительной толщины вспомогательной втулки. Также видно, что при применении втулки (рис. 1, а, б, в) в месте ее стыка *М* с магниевой заготовкой присутствуют осевые напряжения сжатия, в отличие от выдавливания без втулки, где на кромке выдавливаемой заготовки осевые напряжения равны нулю, а значит применение схемы обратного выдавливания с противодействием позволяет повысить величину напряжений сжатия, что должно способствовать повышению пластических свойств металла.

## Литература

1. Каменецкий Б.И., Логинов Ю.Н., Кругликов Н.А. Влияние условий бокового подпора на пластичность магния при холодной осадке. Технология легких сплавов. 2012. № 1. С. 86-92.
2. Логинов Ю.Н., Замараева Ю.В. Сохранение формы границы раздела при кузнечной осадке биметаллической заготовки. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Metallургия. 2020. Т. 20. № 1. С. 54-59.
3. Патент RU 2738630. Композиционная заготовка для кузнечной осадки / Ю.Н. Логинов, Ю.В. Замараева. Оpubл. 15.12.2020. Заявка № 2019135099 от 01.11.2019.
4. Поксеваткин М.И., Иванайский А.А., Иванайская Е.А., Герман С.В., Басова Е.М. Моделирование процесса обратного выдавливания тонкостенных полых изделий с активизацией контактных скольжений металла. Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2017. № 12. С. 3-7.
5. Звонов С.Ю., Попов И.П. Исследование особенностей изготовления осесимметричных конических деталей с заданной толщиной стенки. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2013. Т. 15. № 6-3. С. 685-691.
6. Каменецкий Б.И., Комкова Д.А. Метод создания и расчет противодействия в экспериментах по холодному обратному выдавливанию магния. Вестник Магнитогорского Государственного Технического Университета им. Г.И. Носова. 2019. Т. 17. № 3. С. 31-37.

7. Логинов Ю. Н., Замараева Ю.В. Обратное выдавливание цилиндра с применением противодействия. Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2020. № 12. С. 30-35.
8. Комкова Д.А. Волков А.Ю. Структура и текстура магния после низкотемпературной мегапластической деформации. Вектор науки ТГУ. 2017. № 3(41). С. 70-75.

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА МЕХАНОДИФФУЗИИ ДЛЯ СПЛОШНОГО ЦИЛИНДРА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОБЪЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ, С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИИ ДИФФУЗИОННЫХ ПОТОКОВ

Зверев Н.А.<sup>1</sup>, Земсков А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МАИ, <sup>2</sup> НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва  
nikolayzverev1995@gmail.com.

Рассматривается одномерная нестационарная задача механоdiffузии для сплошного многокомпонентного цилиндра. Построены объемные функции влияния, вычислены свертки этих функций с объемными возмущениями упруго-диффузионного характера. Для нахождения функций Грина использовалось интегральное преобразование и разложение в ряды по функциям Бесселя. В работе приводится пример, в котором показано влияние друг на друга рассматриваемых в рамках НДС физических полей, получены строгие аналитические зависимости, построены графики.

**Введение.** В связи с развитием современных технологий производства конструкционных материалов, работающих в условиях взаимодействия полей различной физической природы, интерес ученых все больше привлекает вопрос о моделировании связанных физико-механических процессов в сплошных средах. На сегодняшний день на основе известных уравнений механики сплошных сред, уравнений тепло- и массопереноса, уравнений электродинамики и законов термодинамики построены модели, учитывающие взаимное влияние механических, температурных, диффузионных, электромагнитных, химических и пр. полей.

При решении указанных задач в различных криволинейных системах координат основной проблемой является нахождение системы собственных функций, представляющих собой решение соответствующей задачи Штурма-Лиувилля. Этому вопросу посвящено сравнительно малое количество научных работ, среди которых можно выделить [1–3].

В работе рассматривается связанная нестационарная полярно-симметричная задача механоdiffузии для одномерного однородного многокомпонентного бесконечного сплошного цилиндра. Данное тело, которое рассматривается как ортотропная сплошная деформируемая среда, находится под действием объемных возмущений упруго-диффузионного характера. В работе учитываются релаксационные диффузионные эффекты, которые связаны с конечными скоростями распространения диффузионных возмущений.

**Постановка задачи.** Математическая постановка задачи содержит дифференциальные уравнения движения сплошной среды и  $N$  уравнений массопереноса [4–6]:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= u'' + \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} - \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} \eta^{(j)} + F_1, \quad \eta^{(N+1)} = -\sum_{j=1}^{N+1} \eta^{(j)}, \\ \dot{\eta}^{(q)} + \tau_q \dot{\eta}^{(q)} &= -\Lambda_{11}^{(q)} \left( u''' + \frac{2u''}{r} - \frac{u'}{r^2} + \frac{u}{r^3} \right) + D_1^{(q)} \left( \eta^{(q)} + \frac{\eta^{(q)}}{r} \right) + F_{q+1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь штрих означает производную по радиальной координате, точка – производную по времени.

Замыкают математическую постановку задачи начально-краевые условия. Полагая, что нагрузки и массоперенос на поверхности цилиндра отсутствуют, задаем граничные условия в следующем виде:

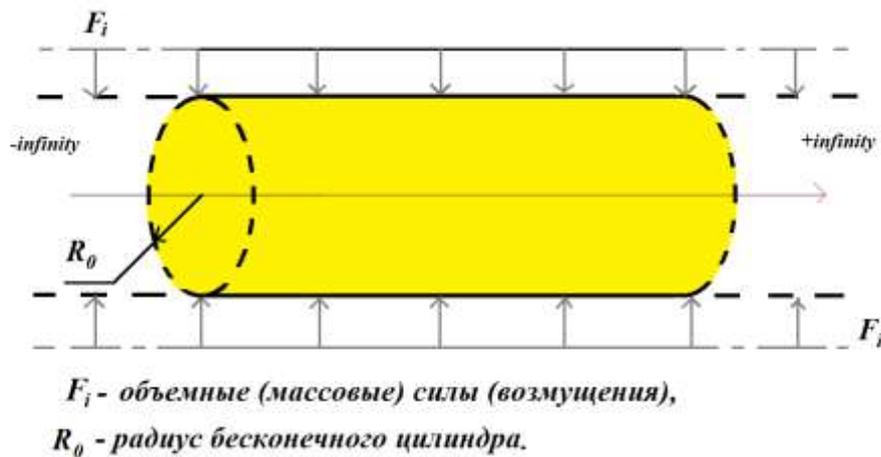
$$\left( u' + c_{12} \frac{u}{r} - \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} \eta^{(j)} \right) \Big|_{r=c_{12}} = 0, \quad \eta^{(q)} \Big|_{r=c_{12}} = 0. \quad (2)$$

Начальные условия принимаются равными нулю, что означает, что цилиндр в начальный момент времени находится в невозмущенном состоянии.

Все величины в (1) и (2) являются безразмерными и связаны с размерными так:

$$\begin{aligned} r = \frac{r^*}{L}, \quad u = \frac{u_r}{L}, \quad \tau = \frac{Ct}{L}, \quad C^2 = \frac{C_{1111}}{\rho}, \quad c_{12} = \frac{C_{1122}}{C_{1111}}, \\ \tau_q = \frac{C\tau^{(q)}}{L}, \quad \alpha_1^{(q)} = \frac{\alpha_{11}^{(q)}}{C_{1111}}, \quad D_1^{(q)} = \frac{D_{11}^{(q)}}{CL}, \quad \Lambda_{11}^{(q)} = \frac{m^{(q)}\alpha_{11}^{(q)}D_{11}^{(q)}n_0^{(q)}}{\rho CLR T_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $t$  – время;  $u_r$  – компоненты вектора механических перемещений;  $r^*$  – радиальная координата;  $\eta^{(q)} = n^{(q)} - n_0^{(q)}$  – приращение концентрации вещества;  $n^{(q)}$  и  $n_0^{(q)}$  – начальная и текущая концентрации  $q$ -го вещества в составе многокомпонентной сплошной среды;  $m^{(q)}$  – молярная масса  $q$ -го вещества в составе многокомпонентной сплошной среды;  $C_{ijkl}$  – компоненты тензора упругих постоянных;  $\rho$  – плотность среды;  $\alpha_{ij}^{(q)}$  – компоненты тензора диффузионных постоянных, характеризующие деформации, возникающие вследствие диффузии;  $D_{ij}^{(q)}$  – компоненты тензора самодиффузии;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T_0$  – температура сплошной среды;  $F_1$  – удельная плотность объемных сил,  $F_{q+1}$  – объемная плотность источников массопереноса;  $\tau^{(q)}$  – время релаксации диффузионных потоков.



**Рис.1.** Иллюстрация к постановке задачи.

**Метод решения.** Решение задачи ищется в интегральной форме, представляющей собой свертки функций влияния данной задачи с функциями, задающими объемные возмущения:

$$\begin{aligned} u(r, \tau) = \sum_{m=1}^{N+1} \int_0^{\tau} \int_0^{c_{12}} G_{1m}(r, \xi, t) F_m(\xi, \tau - t) dt d\xi, \\ \eta_q(r, \tau) = \sum_{m=1}^{N+1} \int_0^{\tau} \int_0^{c_{12}} G_{q+1,m}(r, \xi, t) F_m(\xi, \tau - t) dt d\xi. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $G_{km}(r, \tau)$  ( $k, m = \overline{0, N+1}$ ) – объемные функции Грина, являющиеся решениями начально-краевых задач вида

$$\left( G_{1m}'' + \frac{1}{r} G_{1m}' - \frac{1}{r^2} G_{1m} \right) - \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} G_{j+1,m}' + \delta_{1m} \delta(r-\xi) \delta(\tau) = \ddot{G}_{1m},$$

$$-\Lambda_{11}^{(q)} \left( G_{1m}''' + \frac{2}{r} G_{1m}'' - \frac{G_{1m}'}{r^2} + \frac{G_{1m}}{r^3} \right) + D_1^{(q)} \left( G_{q+1,m}'' + \frac{G_{q+1,m}'}{r} \right) +$$

$$+\delta_{q+1,m} \delta(r-\xi) \delta(\tau) = \dot{G}_{q+1,m} + \tau_q \ddot{G}_{q+1,m};$$

$$\left( G_{1m}' + \frac{c_{12}}{r} G_{1m} - \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} G_{j+1,m} \right) \Big|_{r=c_{12}} = 0, \quad G_{q+1,m} \Big|_{r=c_{12}} = 0,$$

$$G_{1m} \Big|_{\tau=0} = \dot{G}_{1m} \Big|_{\tau=0} = G_{q+1,m} \Big|_{\tau=0} = 0.$$

В задаче (4), (5)  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\delta(\tau)$  – дельта функция Дирака.

Для нахождения функций влияния используется разложение искомых функций в ряды Фурье по специальным функциям Бесселя и применяется интегральное преобразование Лапласа по времени [4–6].

$$G_{km}^L(r, s) = \int_0^\infty G_{km}(r, \tau) e^{-s\tau} d\tau,$$

$$G_{1m}^L(r, s) = \sum_{k=1}^\infty G_{1m}^{LH_1}(\lambda_n, s) J_1\left(\frac{\lambda_n r}{c_{12}}\right), \quad G_{q+1,m}^L(r, s) = \sum_{k=1}^\infty G_{q+1,m}^{LH_0}(\lambda_n, s) J_0\left(\frac{\lambda_n r}{c_{12}}\right),$$

$$G_{1m}^{LH_1}(\lambda_n, s) = \frac{2}{c_{12}^2 J_1^2(\lambda_n)} \int_0^{c_{12}} r G_{1m}^L(r, s) J_1\left(\frac{\lambda_n r}{c_{12}}\right) dr,$$

$$G_{q+1,m}^{LH_0}(\lambda_n, s) = \frac{2}{c_{12}^2 J_1^2(\lambda_n)} \int_0^{c_{12}} r G_{q+1,m}^L(r, s) J_0\left(\frac{\lambda_n r}{c_{12}}\right) dr.$$

В результате их совместного применения задача (4), (5) сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно функций  $G_{1m}^{LH_1}(\lambda_n, s)$  и  $G_{q+1,m}^{LH_0}(\lambda_n, s)$ . Решение этой системы находится по формулам Крамера.

Оригиналы функций влияния определяются аналитически с помощью вычетов и стандартных таблиц операционного исчисления.

**Заключение.** Таким образом, в данной работе изложен алгоритм решения одномерной полярно-симметричной нестационарной задачи упругой диффузии для ортотропного сплошного многокомпонентного цилиндра, с учетом релаксации диффузионных процессов. Найдены функции влияния, позволяющие определять поля перемещений и приращения концентраций компонент среды по заданным объемным возмущениям.

## Литература

1. Deswal S., Kalkal K.K., Sheoran S.S. Axi-symmetric generalized thermoelastic diffusion problem with two-temperature and initial stress under fractional order heat conduction // *Physica B: Condensed Matter*. – 2016. – Vol. 496. – P. 57–68.
2. Aouadi M. A problem for an infinite elastic body with a spherical cavity in the theory of generalized thermoelastic diffusion // *International Journal of Solids and Structures*. – 2007. – Vol. 44. – P. 5711–5722.
3. Hwang C.C., Huang I.B. Diffusion in hollow cylinders with mathematical treatment // *International Journal of Engineering Research and Development*. 2012. Vol. 3, Is. 8. P. 57-75
4. Зверев Н.А., Земсков А.В. Модель одномерной нестационарной задачи упругой диффузии для ортотропного сплошного цилиндра с учетом релаксации диффузионных потоков // *Механика и моделирование материалов и технологий. Сборник трудов Секции Международной молодежной научной конференции «XLVI Гагаринские чтения» 14-17 апреля 2020, Москва, ИПМех РАН, 2020.* - с. 51-53.
5. Зверев Н.А., Земсков А.В., Тарлаковский Д.В. Моделирование нестационарных связанных механо-диффузионных процессов в изотропном сплошном цилиндре // *Проблемы прочности и пластичности.* – 2020. – Т. 82, № 2. С. 156–167. DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-2-156-167

6. Земсков А.В., Тарлаковский Д.В. Полярно-симметричная задача упругой диффузии для многокомпонентной среды // Проблемы прочности и пластичности. – 2018. – № 80 (1). – с. 5-14.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОРОГОВОЙ СКОРОСТИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ НАНОЧАСТИЦ SI-AL И SI-AU МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Зеленина А.И. Гордеев И.С.

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Колотова Л.Н.

МФТИ, Долгопрудный

zelenina.ai@phystech.edu

В связи с развитием метода лазерной печати является актуальной задача изучения структуры кремниевых наночастиц с примесями золота и алюминия, поскольку подобные объекты демонстрируют различные практически важные оптические и электромагнитные свойства в зависимости от структуры, полученной при охлаждении.

В данной работе было проведено исследование кристаллизации расплавленных трёхмерных частиц. Метод заключается в охлаждении расплава до комнатной температуры. Далее была проанализирована структура получившихся наночастиц и рассчитана пороговая скорость охлаждения, необходимая для кристаллизации. Рассматривался широкий диапазон концентрации примеси металлов. В данной работе представлены значения пороговых скоростей для наночастиц радиусом 20 и 40 нм. В ходе расчётов удалось получить распределения атомов разных элементов внутри частиц и установить более точные значения плотности и атомной плотности наночастиц. Далее эти данные были использованы для оценки размера наночастиц сверху и снизу, при которых возможна кристаллизация и твёрдая фаза.

Полученные данные согласуются с изображениями, полученными в ходе эксперимента для Si-Au наночастиц. Результаты работы нацелены на прогнозирование физических свойств нанообъектов подобного строения. Все расчеты проведены с использованием нового потенциала (разработанного для пакета LAMMPS), который был создан в прошлом году и корректно описывает подобные системы. До недавнего времени моделирование систем, состоящих из атомов данных элементов, не представлялось возможным.

## МОДЕЛЬ ПЛОСКОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО УПРУГОДИФФУЗИОННОГО ИЗГИБА ОДНОРОДНОЙ ОРТОТРОПНОЙ КОНСОЛИ БЕРНУЛЛИ-ЭЙЛЕРА

Земсков А.В.<sup>1,2</sup>, Файкин Г.М.<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>МАИ, Москва, <sup>2</sup>НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Egorc16@mail.ru

Исследуется нестационарная задача об изгибе балки Бернулли-Эйлера с учетом релаксации диффузионных процессов. Решение задачи ищется с помощью метода эквивалентных граничных условий, который выражает решение задачи с произвольными граничными условиями через известное решение какой-либо задачи того же вида.

Исследуются нестационарные упругодиффузионные колебания балки Бернулли-Эйлера под действием сосредоточенной силы, приложенной на свободном конце с учетом релаксации, возникающих при этом, диффузионных потоков.

Для математической постановки задачи используется модель поперечных колебаний балки Бернулли-Эйлера [1,2].

$$\dot{v}'' - av'' = v^{IV} + \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} H_j'', \quad \dot{H}_q + \tau_q \ddot{H}_q = D_1^{(q)} H_q'' + \Lambda_{11}^{(q)} v^{IV}, \quad H_{N+1} = -\sum_{q=1}^N H_q, \quad a = \frac{J_3}{F}.$$

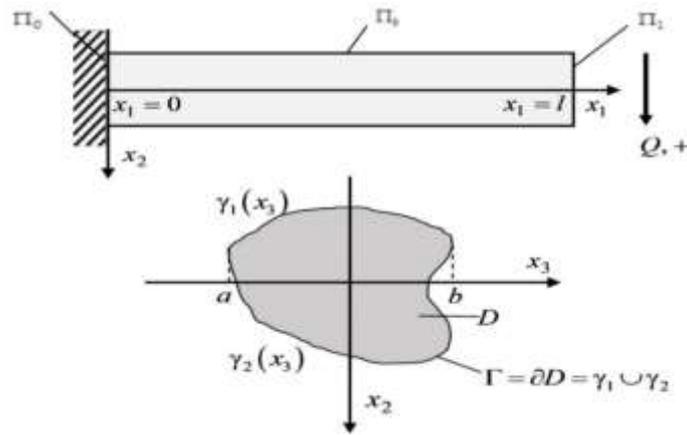
Здесь точки обозначают производную по времени, штрихи – производную по координате  $x_1$ .

Все величины являются безразмерными. Для них приняты следующие обозначения:

$$x_i = \frac{x_i^*}{l}, \quad v = \frac{v^*}{l}, \quad \tau = \frac{Ct}{l}, \quad C^2 = \frac{C_{11}^*}{\rho}, \quad C_{ij} = \frac{C_{ij}^*}{C_{11}^*},$$

$$D_\alpha^{(q)} = \frac{D_{\alpha\alpha}^{(q)}}{Cl}, \quad \alpha_\beta^{(q)} = \frac{\alpha_{\beta\beta}^{(q)}}{C_{11}^*}, \quad \Lambda_{\alpha\beta}^{(q)} = \frac{m^{(q)} D_{\alpha\alpha}^{(q)} \alpha_{\beta\beta}^{(q)} n_0^{(q)}}{\rho RT_0 Cl}, \quad \tau_q = \frac{C\tau^{(q)}}{l},$$

где  $t$  – время;  $x_i^*$  – прямоугольные декартовы координаты;  $v^*$  – поперечный прогиб балки;  $l$  – длина балки;  $\eta^{(q)} = x_2 H_q$  – приращение концентрации  $q$ -ой компоненты вещества в составе многокомпонентной среды;  $n_0^{(q)}$  – начальная концентрация  $q$ -го вещества; и  $C_{ij}^*$  – упругие постоянные;  $\rho$  – плотность;  $\alpha_{ij}^{(q)}$  – коэффициенты, характеризующие объемное изменение среды за счёт диффузии;  $D_{ij}^{(q)}$  – коэффициенты самодиффузии;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T_0$  – температура среды;  $m^{(q)}$  – молярная масса  $q$ -го вещества;  $F^*$  – площадь сечения;  $J_3^*$  – момент инерции сечения балки относительно оси  $Ox_3$ ;  $\tau^{(q)}$  – время релаксации диффузионных потоков.



**Рис.1.** Иллюстрация к постановке задачи.

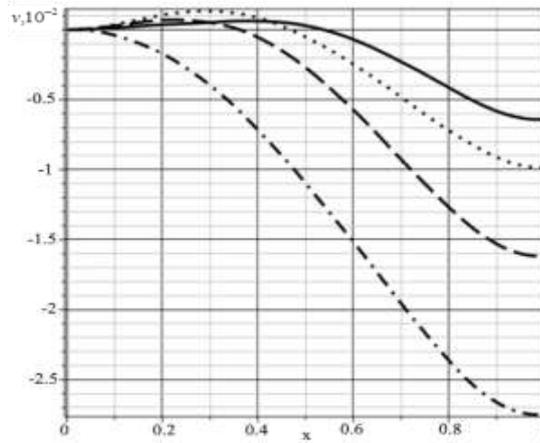
Начальные условия полагаем нулевыми. Граничные условия в соответствии с моделью изгиба консоли имеют вид ( $x = x_1$ ):

$$v'|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=0} = 0, \quad H_q|_{x=0} = 0,$$

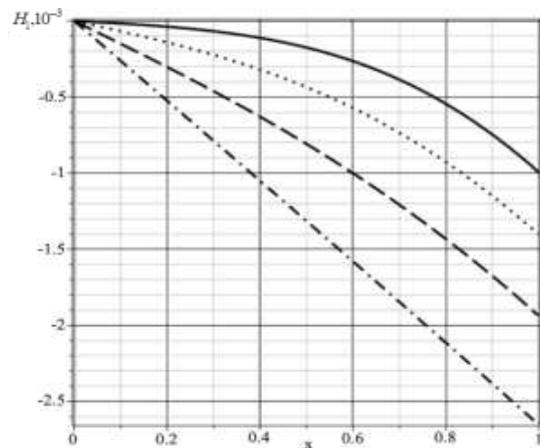
$$\left( v'' + \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} H_j' \right) \Big|_{x=1} = 0, \quad \left( v''' + \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} H_j'' - \dot{v}' \right) \Big|_{x=1} = f_{22}(\tau), \quad \left( D_1^{(q)} H_q' + \Lambda_{11}^{(q)} v''' \right) \Big|_{x=1} = 0.$$

Решение задачи ищется с помощью метода эквивалентных граничных условий [2-4]. Для этого рассматривается вспомогательная задача, решение которой получается с помощью интегрального преобразования Лапласа по времени и разложения в тригонометрические ряды Фурье. Далее строятся соотношения, связывающие правые части граничных условий исходной и вспомогательной задачи. Эти соотношения представляют собой систему интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода. Решение этой системы осуществляется численно с помощью квадратурных формул средних прямоугольников.

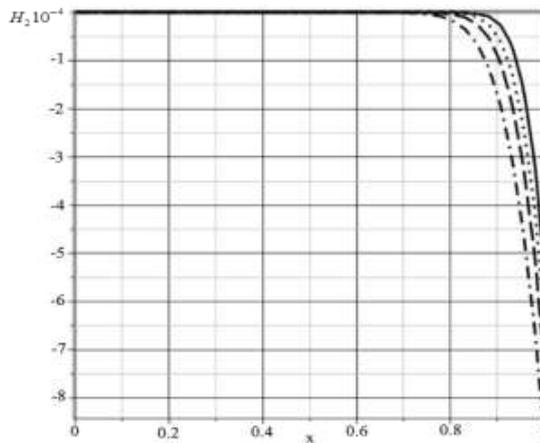
Результаты вычислений представлены на рисунках 2- 4.



**Рис. 2.** Прогибы балки  $v(x, \tau)$ . Сплошная линия соответствует  $\tau = 3.3$ , пунктирная -  $\tau = 5.0$ , штриховая -  $\tau = 6.6$ , штрихпунктирная -  $\tau = 10.0$ .



**Рис. 3.** Линейная плотность приращения концентрации цинка  $H_1(x, \tau)$ . Сплошная линия соответствует  $\tau = 2.5 \cdot 10^{12}$ , пунктирная -  $\tau = 5.0 \cdot 10^{12}$ , штриховая -  $\tau = 10^{13}$ , штрихпунктирная -  $\tau = 3.3 \cdot 10^{13}$ .



**Рис. 4.** Линейная плотность приращения концентрации меди  $H_2(x, \tau)$ . Сплошная линия соответствует  $\tau = 3.3 \cdot 10^{13}$ , пунктирная -  $\tau = 5.0 \cdot 10^{13}$ , штриховая -  $\tau = 6.6 \cdot 10^{13}$ , штрихпунктирная -  $\tau = 10^{14}$ .

Таким образом предложен алгоритм, который позволяет найти решение нестационарной задачи механодиффузии для консольно-закрепленной балки.

На примере трехкомпонентной балки показано, что нестационарный изгиб консоли инициирует диффузионные потоки каждой из компонент. При этом массоперенос различных компонент осуществляется с различной интенсивностью.

### Литература

1. Файкин Г.М., Земсков А.В., Тарлаковский Д.В. Постановка задачи о Консольном изгибе балки Эйлера-Бернулли с учетом диффузии // Материалы XXV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 2. – М.: ООО «ТРИ», 2019. – С. 136-139.
2. Земсков А.В., Файкин Г.М. Изгиб упругодиффузионной консольно-закрепленной балки Бернулли-Эйлера с учетом конечной скорости распространения диффузионных потоков // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2020. - № 4(46). – С. 107-114
3. Zemskov A.V., Tarlakovskiy D.V. Method of the equivalent boundary conditions in the unsteady problem for elastic diffusion layer // Materials Physics and Mechanics, No1, Vol 23 (2015), pp. 36-41
4. Земсков А.В., Тарлаковский Д.В. Решение двумерных задач механодиффузии с помощью интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016, №1. С. 49-56.

## ИНВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТЕНЗОРА ПОВОРОТА ОСЕЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ ТРЕХМЕРНОЙ ОРТОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Зубко И.А., Вшивкова А.А., Зубко И.Ю.

ПНИПУ, Пермь

zoubko@list.ru

В работе предложен вариант решения задачи о разложении движения сплошной среды на деформационную часть и вращение, которое содержит параметры материальной симметрии и необходимо для записи скоростной формы анизотропного упругого закона. Это вращение вводится с помощью разгруженной равновесной конфигурации, которая однозначно связана с текущей конфигурацией и получается из нее преобразованием с минимальными интегральными перемещениями частиц элементарного объема сплошной среды. Разгруженная конфигурация в общем случае отличается от отсчетной конфигурации на искомое собственно ортогональное преобразование.

**Введение.** В нелинейной механике при задании независимых от наложенного жесткого движения скоростных характеристик движения сплошной среды применяется ряд тензоров поворота, следующих из разложения движения на последовательность поворота и простых деформаций [1]. На основе тензоров поворота строятся кососимметричные тензоры спина, которые входят в коротационные производные тензоров напряжений и деформаций в записи скоростной формы упругого закона [2]. Например, используется тензор поворота  $\mathbf{R}$  главных осей правого тензора искажений  $\mathbf{U}$  к главным осям левого тензора искажений  $\mathbf{V}$  из полярного разложения деформационного градиента  $\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}$  или соответствующий ему тензор спина  $\mathbf{\Omega}_R = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T$ . Также распространен тензор вихря  $\mathbf{W}$  – кососимметричная часть транспонированного градиента скорости  $\mathbf{L} = \hat{\nabla} \mathbf{v}^T$ . В последние десятилетия часто применяется тензор логарифмического спина  $\mathbf{\Omega}_{\text{Log}}$  [3-4]. Ни один из приведенных выше тензоров спина не учитывает структуру материала. В работе [5] для двумерной среды с ортотропной симметрией предложен вариант тензора поворота базиса, связанного с осями симметрии материала, и показано, что используемые обычно тензоры поворота, включая, логарифмический спин, применимы для записи скоростной формы упругого закона только для изотропных сред. Предложенное в [5] разложение движения сплошной среды на поворот и деформации позволило записать скоростную форму упругого закона для анизотропной (ортотропной) среды. Объективные производные, используемые при записи скоростной формы упругого закона, должны удовлетворять требованиям: при интегрировании скоростной формы упругого закона необходимо обеспечить 1) отсутствие диссипации упругой энергии; 2) отсутствие осцилляций напряжений при монотонном деформировании;

3) отсутствие напряжений в конце замкнутого цикла при деформировании по любой траектории, начинающейся со свободного от напряжений состояния. Логарифмический спин удовлетворяет этим условиям, но только при использовании в упругом законе изотропной среды. Для анизотропной среды, как показано в [5], использование логарифмического спина приводит к появлению диссипации упругой энергии. Данная работа посвящена обобщению тензора поворота осей симметрии материала, введенного в [5], на трехмерный случай.

**Разгруженная конфигурация и поворот осей материальной симметрии.** Тензор поворота осей материальной симметрии введем с помощью промежуточной конфигурации, которая недостижима при реальном движении среды, но получается из текущей конфигурации мысленной разгрузкой. В этой промежуточной конфигурации компоненты анизотропного тензора упругих свойств имеют ясный физический смысл. Пусть векторы  $\mathbf{a}_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  суть оси материальной симметрии среды в отсчетной конфигурации,  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = 0$ ,  $|\mathbf{a}_i| \neq |\mathbf{a}_j|$ ,  $\forall i \neq j$ . Для движения, задаваемого деформационным градиентом  $\mathbf{F}$ , оси материальной симметрии искажаются,  $\hat{\mathbf{a}}_i = \mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_i$ . В результате разгрузки элементарного материального объема среды получаются оси  $\mathbf{a}_i^\# = \mathbf{Q}_\# \cdot \mathbf{a}_i$ , где  $\mathbf{Q}_\#$  – искомый тензор поворота. Будем считать, что при разгрузке элементарного объема происходит движение материальных элементов с радиус-векторами  $\hat{\mathbf{a}}'_1 = (\hat{\mathbf{a}}_1 + \hat{\mathbf{a}}_2)/2$  и  $\hat{\mathbf{a}}'_2 = (\hat{\mathbf{a}}_2 - \hat{\mathbf{a}}_1)/2$ , относительно его центра масс  $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{\mathbf{a}}_1 + \hat{\mathbf{a}}_2)/2$  из текущей конфигурации. Пусть новые (равновесные) положения материальных элементов задаются векторами  $\mathbf{a}_1^\# = (\mathbf{a}_1^\# + \mathbf{a}_2^\#)/2$ ,  $\mathbf{a}_2^\# = (\mathbf{a}_2^\# - \mathbf{a}_1^\#)/2$ . Примем гипотезу, что переход осей материальной симметрии из искаженного состояния  $\hat{\mathbf{a}}_i$  в равновесное положение  $\mathbf{a}_i^\#$  в разгруженной конфигурации сопровождается минимальным изменением суммы квадратов материальных смещений:

$$\sum_{i=1}^3 (\hat{\mathbf{a}}'_i - \mathbf{a}_i^\#)^2 \rightarrow \min_{\mathbf{Q}_\#}. \quad (1)$$

Тогда приходим к следующему определению поворота осей материальной симметрии.

*Определение:* тензор поворота осей материальной симметрии  $\mathbf{Q}^\#$  в материальной частице  $P$  упругой среды связывает неискаженный текущий набор осей материальной симметрии  $\mathbf{a}_i^\#$ , полученный минимальной по квадратам перемещениям разгрузкой малой окрестности точки  $P$ , с начальным набором осей материальной симметрии  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{a}_i^\# = \mathbf{Q}_\# \cdot \mathbf{a}_i$ .

В результате преобразований, описанных в [5], задача (1) приводится к формулировке

$$\mathbf{A} : \{(\mathbf{F} - \mathbf{Q}^\#)^T \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{Q}^\#)\} \rightarrow \min_{\mathbf{Q}_\#},$$

в которой используется тензор анизотропии материала  $\mathbf{A} = \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 \otimes \mathbf{a}_3$ . Символ «:» обозначает двойное скалярное произведение,  $\mathbf{A} : \mathbf{B} = A_{ij} B^{ji}$ .

Итак, требует решения следующая задача оптимизации с ограничениями типа равенств

$$\begin{cases} \mathbf{A} : (\mathbf{Q}^{\#T} \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{Q}^\#) \rightarrow \max_{\mathbf{Q}^\#}, \\ \mathbf{Q}^{\#T} \cdot \mathbf{Q}^\# = \mathbf{I}, \\ \det \mathbf{Q}^\# = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Множители Лагранжа  $\lambda$  и  $\Lambda$  позволяют свести (2) к задаче на безусловный экстремум:

$$\mathbf{A} : (\mathbf{Q}^{\#T} \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{Q}^\#) - \Lambda : (\mathbf{Q}^{\#T} \cdot \mathbf{Q}^\# - \mathbf{I}) - \lambda (\det \mathbf{Q}^\# - 1) \rightarrow \max_{\mathbf{Q}^\#}.$$

В результате решения получаем  $\Lambda = \pm (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{1/2}$ , и искомый тензор поворота есть

$$\mathbf{Q}^\# = \mathbf{F} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2}. \quad (3)$$

Проверка ортогональности построенного тензора дает положительный ответ:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}^{\#T} \cdot \mathbf{Q}^{\#} &= (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} = \\
&= (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A}) \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} = \mathbf{I}, \\
\mathbf{Q}^{\#} \cdot \mathbf{Q}^{\#T} &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1/2} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{F} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}^2 \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}^T = \\
&= \mathbf{F} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{U}^{-2} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{F} \cdot \mathbf{U}^{-2} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T = \mathbf{I}.
\end{aligned}$$

Если тензоры  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{A}$  соосны (растяжение-сжатие вдоль осей анизотропии), то  $\mathbf{Q}^{\#} = \mathbf{R}$ .

В условиях малых деформаций, когда  $\|\mathbf{F} - \mathbf{I}\| \ll 1$  и  $\mathbf{F} \approx \mathbf{I} + \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\omega}$ , где  $\boldsymbol{\varepsilon}$  и  $\boldsymbol{\omega}$  – тензоры малых деформаций и поворота соответственно, для тензора поворота  $\mathbf{Q}^{\#}$  справедливо

$$\mathbf{Q}^{\#} \approx \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega} + \mathbf{A}^{-1} \cdot (\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}). \quad (4)$$

Если материал обладает кубической симметрией или является изотропным, то  $\mathbf{A} = \alpha \mathbf{I}$  и  $\mathbf{Q}^{\#} = \mathbf{R} \approx \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}$ . Если деформации происходят так, что тензор  $\boldsymbol{\varepsilon}$  сосен тензору анизотропии  $\mathbf{A}$ , то есть  $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$ , то поворот также получается классическим:  $\mathbf{Q}^{\#} = \mathbf{R} \approx \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}$ .

Повороту (4) соответствует кососимметричный тензор спина осей симметрии материала

$$\boldsymbol{\Omega}^{\#} \approx \mathbf{W} + \mathbf{A}^{-1} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{A}), \quad \boldsymbol{\Omega}^{\#T} \approx -\boldsymbol{\Omega}^{\#}. \quad (5)$$

где  $\mathbf{D} = (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2$  – тензор деформации скорости,  $\mathbf{W} = (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)/2$  – тензор вихря. Для материалов с кубической симметрией, как и для изотропных материалов (5) дает  $\boldsymbol{\Omega}^{\#} = \mathbf{W}$ .

**Ось и угол поворота базиса симметрии материала.** Мгновенную ось поворота введенного базиса симметрии материала найдем, используя единичные векторы  $\mathbf{e}_i^0 \equiv \mathbf{a}_i / |\mathbf{a}_i|$ , для малых искажений. Мгновенная ось поворота определяется из выражения  $\mathbf{Q}^{\#} : \boldsymbol{\varepsilon}$ , где  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – абсолютно кососимметричный тензор третьего ранга (тензор Леви-Чивиты). С помощью введенных единичных векторов выражения (4) и (5) записываются в следующем виде

$$\mathbf{Q}^{\#} \approx \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega} - \frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_i^0 \mathbf{e}_j^0, \quad \boldsymbol{\Omega}^{\#} \approx \mathbf{W} - \frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} D_{ij} \mathbf{e}_i^0 \mathbf{e}_j^0, \quad a_i \equiv |\mathbf{a}_i|. \quad (6)$$

Исследуемая свертка  $\mathbf{Q}^{\#} : \boldsymbol{\varepsilon}$  выражается через мгновенную ось поворота  $\mathbf{n}$  и угол поворота  $s$ :

$$\mathbf{Q}^{\#} : \boldsymbol{\varepsilon} \approx 2s\mathbf{n} \approx -\boldsymbol{\omega} : \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_i^0 \mathbf{e}_j^0 : \boldsymbol{\varepsilon} = \omega_{ij} \varepsilon^{ijk} \mathbf{e}_k + \frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} \varepsilon_{ij} \varepsilon^{ijk} \mathbf{e}_k. \quad (7)$$

В условиях плоской деформации  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$ ,  $\omega_{13} = \omega_{23} = 0$ , и ось поворота есть  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_3^0$ :

$$\mathbf{Q}^{\#}(s) : \boldsymbol{\varepsilon} \approx 2s\mathbf{n} \approx 2 \left( \omega_{12} + \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 + a_2^2} \varepsilon_{12} \right) \mathbf{e}_3^0. \quad (8)$$

Угол поворота  $s$  совпадает с выражением, полученным в [5] для плоской ортотропной среды

$$s \approx \omega_{12} + \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 + a_2^2} \varepsilon_{12}. \quad (9)$$

**Объективный несимметричный тензор малых искажений** может быть введен для записи несимметричного упругого закона при малых и умеренных деформациях с помощью полученного поворота осей материальной симметрии (4) или (6) в следующем виде

$$\mathbf{e} \equiv \mathbf{F} - \mathbf{Q}^{\#T} = \mathbf{F} - \mathbf{I} - \boldsymbol{\omega} - \frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_i^0 \mathbf{e}_j^0. \quad (10)$$

Этот тензор соответствует объективному тензору деформаций для микрополярной среды, найденному в [6] и записанному здесь в приближении малых искажений. Для введенного тензора  $\mathbf{e}$  из выражения (10) следует соотношение  $\mathbf{e}_{sym} = (\mathbf{e} + \mathbf{e}^T) / 2 = \boldsymbol{\varepsilon}$ .

**Заключение.** В работе впервые получено точное аналитическое выражение для тензора поворота осей материальной симметрии и его спина для трехмерной ортотропной среды. Полученное выражение соответствует новому варианту разложения движения на поворот и

простую деформацию для ортотропной среды и соответствует идеям, высказанным в [7], но не записанным ранее в виде точных соотношений. Найденное решение в частных случаях малых деформаций, кубической анизотропии, изотропии и двумерной ортотропной среды дает результаты, полученные ранее рядом авторов. Предложенный тензор поворота и его спин могут использоваться для записи упругого закона ортотропной среды в скоростной форме, как для симметричных, так и для несимметричных тензоров деформаций.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM-2020-0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
2. Truesdell C. Hypo-Elasticity// Journal of Rational Mechanics and Analysis, 1955. – V.4. – Pp. 83-133.
3. Xiao H., Bruhns O.T., Meyers A. Logarithmic strain, logarithmic spin and logarithmic rate// Acta Mech., 1997. – V.124. – Pp. 89-105.
4. Korobeynikov S.N. Basis-free expressions for families of objective strain tensors, their rate, and conjugate stress tensors// Acta Mech., 2018. – V.229. – Pp. 1061-1098.
5. Zubko I.Yu. Material spin and finite-strain hypo-elasticity for two-dimensional orthotropic media// Eng. Trans., 2018. – V.66. – Pp. 443-459.
6. Pietraszkiewicz W., Eremeyev V.A. On natural strain measures of the nonlinear micropolar continuum// Int. J. Solids Struct., 2009. – V.46, N. 3-4. – Pp. 774-787.
7. Mandel J. Plasticité classique et viscoplasticité. – Courses and Lectures, No.97, ICMS, Udine, Springer, Wien-New York, 1971.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСИММЕТРИИ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ КОШИ В ДВУМЕРНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ ТЕЛАХ

Зубко И.А., Фотин А.Д., Зубко И.Ю.

ПНИПУ, Пермь

zoubko@list.ru

В работе с использованием двумерных стержневых и атомарных систем с различной анизотропией свойств показана возможность появления несимметрии тензора напряжений Коши при умеренных деформациях. Для оценки степени несимметрии плотность упругой энергии в текущей конфигурации раскладывалась в степенной ряд по параметрам деформаций. Для получения текущей конфигурации на стержневые и атомарные системы накладывались искажения, задаваемые однородным тензором деформационного градиента. Упругая энергия для стержневых систем состояла из частей от реакций на удлинение/сжатие стержней и на повороты в шарнирных соединениях, для атомарных систем – из энергий взаимодействия атомов, найденных с помощью центральных потенциалов межатомного взаимодействия. Показано, что несимметрия тензора напряжений Коши появляется в двумерных ортотропных системах при умеренных упругих деформациях. Для материалов с кубической симметрией или изотропией упругих свойств тензор напряжений Коши симметричен при любых деформациях.

**Введение.** Цель работы – получение ответа на вопрос, для каких упругих материалов и при каких условиях возможен отклик на наложенные кинематические воздействия в виде несимметричного тензора напряжений. Для простоты рассматриваются двумерные упругие материалы с различной анизотропией свойств. Свойства материала описываются с помощью дискретных моделей (стержневая и атомарная), упругая энергия которых как функция от параметров деформирования отождествляется с упругой энергией сплошной среды.

Несимметрия отклика фиксируется с помощью компонент тензора напряжений Коши

$$\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}, \quad i \neq j. \quad (1)$$

Из упругого закона  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} e^{lk}$ , где  $e^{lk}$  – компоненты некоторой несимметричной меры деформаций (например, по аналогии с [1] разности тензора дисторсии и тензора поворота, связанного с материалом) для двумерной упругой среды следует представление

$$\begin{cases} \sigma_{12} = C_{1212}e_{21} + C_{1221}e_{12}, \\ \sigma_{21} = C_{2112}e_{21} + C_{2121}e_{12}. \end{cases} \quad (2)$$

Несимметрия отклика в виде напряжений Коши связана с несимметрией тензора упругих свойств  $\mathbf{C}$ : при  $e_{12} = 0$ ,  $e_{21} = \gamma \neq 0$  получаем  $\sigma_{12} = C_{1212}\gamma \neq C_{2112}\gamma = \sigma_{21}$ , то есть  $C_{1212} \neq C_{2112}$ , а при  $e_{12} = \gamma \neq 0$ ,  $e_{21} = 0$  получаем  $\sigma_{21} = C_{2121}\gamma \neq C_{1221}\gamma = \sigma_{12}$  или  $C_{1221} \neq C_{2121}$ . Пусть строение и симметрия двумерной анизотропной среды описывается векторами  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ,  $|\mathbf{a}| \neq |\mathbf{b}|$ , что соответствует ортотропии свойств,  $\mathbf{F}$  – тензор деформационного градиента. Тогда согласно принципу материальной объективности функция плотности упругой энергии  $u$  имеет аргументы  $u = u(\mathbf{a} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{a}, \mathbf{b} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{b}, \mathbf{a} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{b})$  [2]. Привяжем систему координат к осям симметрии:  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{a}/|\mathbf{a}|$ ,  $\mathbf{e}_2 = \mathbf{b}/|\mathbf{b}|$ . Рассмотрим деформацию простого сдвига в двух взаимно ортогональных направлениях, что позволит уловить несимметрию отклика материала:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{I} + \gamma_1 \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{F}_2 = \mathbf{I} + \gamma_2 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_1. \quad (3)$$

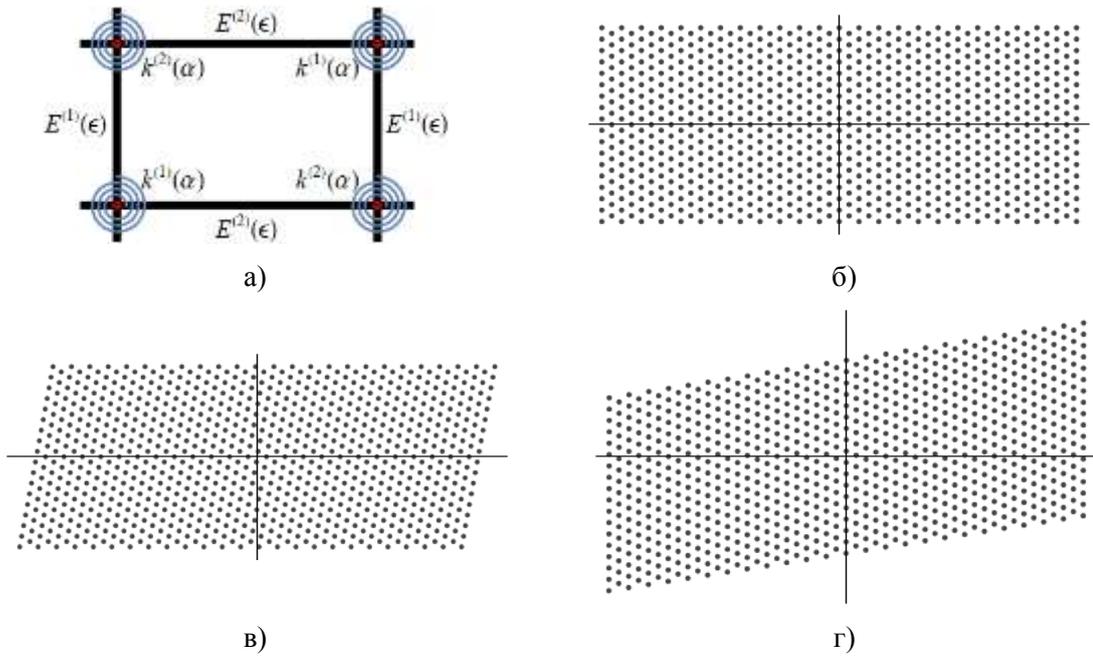
Для движений (3) плотность упругой энергии содержит следующие аргументы, связанные с параметрами деформирования: 1)  $u = u(|\mathbf{b}|^2(1 + \gamma_1^2), |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\gamma_1)$ , 2)  $u = u(|\mathbf{a}|^2(1 + \gamma_2^2), |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\gamma_2)$ , то есть для ортотропного материала возникает различие упругих модулей  $C_{1212} = \partial^2 u / \partial \gamma_2^2$  и  $C_{2121} = \partial^2 u / \partial \gamma_1^2$ . В случае кубической симметрии, для которой  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ , при  $\gamma_1 = \gamma_2$  не будет различий в значениях плотности упругой энергии для движений (3), то есть тензор упругих свойств будет симметричным. Рассматривая простейшие упругие системы (рис. 1, а, б), оценим несимметрию тензора упругих свойств, конкретизируя строение соответствующих функций плотности упругой энергии.

**Плоская стержневая система.** Рассматривается два семейства бесконечных ортогонально расположенных нелинейно упругих стержней, образующих плоскую сеть, в узлах которой находятся шарнирные соединения. Пусть модули Юнга стержней являются функциями  $E^{(1)}(\varepsilon)$  и  $E^{(2)}(\varepsilon)$  от удлинения стержня  $\varepsilon$ , тогда напряжения суть  $\sigma^{(i)} = E^{(i)}(\varepsilon)\varepsilon$ ,  $i = 1, 2$  (рис.1, а). Пусть элементарная ячейка системы стержней в недеформированном состоянии является прямоугольником, а в вершинах элементарной ячейки установлены спиральные упругие пружины различной жесткости  $k^{(i)}(\alpha)$ ,  $i = 1, 4$ , связывающие сегменты соседних стержней, соединенных шарниром в соответствующей вершине (рис. 1, а),  $\alpha$  – отклонение угла между стержнями от равновесного состояния пружины. В ортотропном случае жесткости пружин из противоположных углов совпадают. Введем независимые функции жесткости  $k^{(1)}(\alpha)$ ,  $k^{(2)}(\alpha)$ , которые в начальном недеформированном состоянии пружин равны значениям  $k^{(i)}(0)$ ,  $i = 1, 2$ . Пусть реакция на изменение угла в спиральной пружине описывается моментом  $m^{(i)} = k^{(i)}(\alpha)\alpha$ . Тогда плотность упругой энергии в текущей конфигурации равна удельной работе напряжений при деформировании тела из отчетной конфигурации в текущую, и описывается следующим выражением:

$$u(\mathbf{F}, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int_0^{\varepsilon^{(1)}(\mathbf{F})} E^{(1)}(\xi)\xi d\xi + \int_0^{\varepsilon^{(2)}(\mathbf{F})} E^{(2)}(\xi)\xi d\xi + \int_0^{-\alpha(\mathbf{F})} k^{(1)}(\varphi)\varphi d\varphi + \int_0^{\alpha(\mathbf{F})} k^{(2)}(\varphi)\varphi d\varphi, \quad (4)$$

где относительные удлинения стержней  $\varepsilon^{(i)}$  и угол  $\alpha$  определяются согласно формулам

$$\varepsilon^{(1)} = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{a}} / |\mathbf{a}| - 1, \quad \varepsilon^{(2)} = \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{b}} / |\mathbf{b}| - 1, \quad \alpha = \pi / 2 - \arccos(\mathbf{a} \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{b} / (|\mathbf{a}||\mathbf{b}|)).$$



**Рис.1.** Конфигурации ортотропных систем: а) равновесная стержневая, б) равновесная атомарная, в-г) деформированные атомарные с тензорами  $\mathbf{F}_1$  (в) и  $\mathbf{F}_2$  (г).

В случае постоянных жесткостей  $E^{(i)}$  и  $k^{(i)}$  из (4) получим плотность упругой энергии этой системы как функцию тензора деформаций Коши-Грина  $\boldsymbol{\epsilon}_0 = (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) / 2$  в виде

$$u = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 E^{(i)} \left( \sqrt{2\mathbf{e}_i \cdot \boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_i + 1} - 1 \right)^2 + \frac{1}{2} (k^{(1)} + k^{(2)}) \arcsin^2 (2\mathbf{e}_1 \cdot \boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_2).$$

С помощью этого выражения для движений (3) получим тензор напряжений Коши, разность недиагональных компонент которого при условии  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  принимает вид

$$\sigma_{12} - \sigma_{21} = (E^{(1)} - E^{(2)}) \gamma (\sqrt{1 + \gamma^2} - 1) / \sqrt{1 + \gamma^2} \approx (E^{(1)} - E^{(2)}) \gamma^3 / 2 + O^5(\gamma).$$

Полученное выражение отлично от нуля в случае, если стержни имеют различные функции жесткости, то есть несимметрия напряжений появляется в ортотропных материалах при умеренных упругих деформациях (порядка третьей степени параметра деформирования).

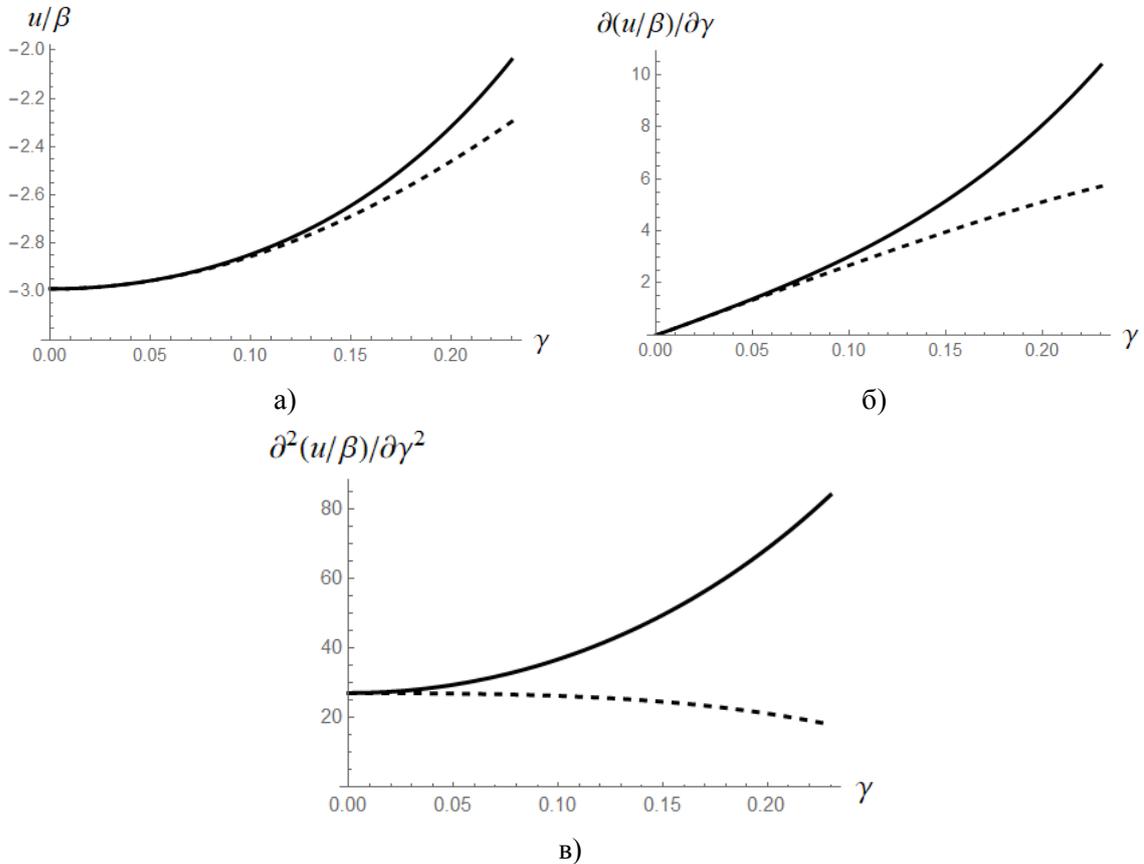
**Атомарная система.** Рассмотрена система атомов, образующих плоскую кристаллическую решетку с ортотропной симметрией (рис. 1, б). Для ее исследования использован потенциал Леннард-Джонса [3], с помощью которого при наложении линейной комбинации движений (3)  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \gamma_1 \mathbf{e}_2 + \gamma_2 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_1$  получено разложение плотности упругой энергии в степенной ряд

$$u / \beta = -541.03 + 2455.52(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) + 4911.05\gamma_1\gamma_2 + 14312.77\gamma_1^4 + 64203.0\gamma_1^3\gamma_2 + 89450.4\gamma_1^2\gamma_2^2 + 33831.5\gamma_1\gamma_2^3 - 859.43\gamma_2^4 + O^6(\gamma_1, \gamma_2),$$

где  $\beta$  – энергия связи выбранного потенциала. Тогда разность недиагональных компонент тензора напряжений Коши при  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  имеет вид  $(\sigma_{12} - \sigma_{21}) / \beta = 60688.89\gamma^3 + O^5(\gamma)$ .

Применение даже простейшего парного потенциала межатомного взаимодействия дает следующие результаты: 1) данная система атомов обладает тремя независимыми упругими модулями (согласуется с [4]); 2) при малых интенсивностях сдвига  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ , где  $|\gamma| \ll 1$  значения удельной упругой энергии  $u$  для движений (3) одинаковы (рис.2, а); 3) упругие

модули  $\partial^2 u / \partial \gamma_1^2$  и  $\partial^2 u / \partial \gamma_2^2$  совпадают при  $|\gamma| \ll 1$  (рис.2, в); 4) с ростом  $|\gamma|$  появляются различия и для значений упругой энергии, и для ее производных, следовательно, при умеренных упругих искажениях кристаллической решетки тензор напряжений Коши ортотропного материала становится несимметричным, а разность компонент  $\sigma_{12} - \sigma_{21}$  так же, как и для стержневой системы пропорциональна третьей степени параметра  $\gamma$ . Метод погруженного атома [5-7] для данной атомарной системы дает подобные результаты.



**Рис.2.** Зависимости от интенсивностей  $\gamma_1$  (сплошная линия) и  $\gamma_2$  (пунктирная линия): а) для плотности упругой энергии, б) для первой производной, в) для упругих модулей.

**Заключение.** В работе показано, что анизотропные упругие материалы могут обладать несимметрией тензора упругих свойств при умеренных упругих деформациях, что приводит к несимметрии тензора напряжений Коши. Такие деформации могут достигаться либо в бездефектных металлах, либо в металлах с малой плотностью дефектов в условиях, когда скорость нагружения так высока, что имеющиеся дефекты не успевают реализовать пластическую деформацию, либо при интенсивных упругопластических деформациях на стадии, когда возможности механизмов пластического деформирования становятся близки к исчерпанию. Последний вариант может реализоваться, например, в том случае, когда дислокационное скольжение уже становится затрудненным, а другие механизмы неупругого деформирования еще не включились. Несимметрия напряжений Коши позволяет разрешить одну из проблем физических теорий пластичности, связанную с неоднозначностью определения сдвигов или их скоростей для монокристаллических материалов [8].

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM-2020-0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

### Литература

1. Pietraszkiewicz W., Eremeyev V.A. On natural strain measures of the nonlinear micropolar continuum// *Int. J. Solids Struct.*, 2009. – V.46, N. 3-4. – Pp. 774-787.
2. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
3. Israilishvili J.N. Intermolecular and surface forces. – Academic Press: Harcourt Brace and Company, 1998. – 450 pp.
4. Черных К.Ф. Введение в анизотропную упругость. – М.: Наука, 1988. – 190 с.
5. Daw M.S., Baskes M.I. Embedded-atom method: Derivation and application to impurities, surfaces, and other defects in metals// *Physical Review B*, 1984. – V.29 (12). – Pp. 6443-6453.
6. Finnis M.W., Sinclair J. E. A simple empirical *N*-body potential for transition metals// *Philosophical Magazine A*, 1984. – V.50 (1). – Pp. 44-55.
7. Sutton A.P., Chen J. Long-range Finnis-Sinclair potential// *Philosophical Magazine Letters*, 1990. – V.61 (3). – Pp. 139-146.
8. Трусов П.В. Классические и многоуровневые конститутивные модели для описания поведения металлов и сплавов: проблемы и перспективы (в порядке обсуждения)// *Известия РАН. МТТ*, 2021. – № 1. – С. 69-82.

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СМАЗОЧНО - ОХЛАЖДАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ НА ТОЧНОСТЬ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Караванова А.Г.

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Калашников А.С.

Московский Политех, Москва

ggglilo@mail.ru

**Задача.** Процесс обработки зубьев зубчатых колес с применением СОЖ приводит к нестабильным результатам чистоты обрабатываемой поверхности и крайне негативно влияет на окружающую среду из-за вредных испарений, содержания хлора, тяжелых металлов и ароматических углеводородов. Входящие в состав СОЖ масла включают минеральные и синтетические составляющие.

Повышение точности, устранение локальных точек прижогов поверхности детали является актуальной задачей в технологии изготовления зубчатых колес методом зубошлифования.

**Методы и цели исследования.** Черновая обработка происходит без смазочно-охлаждающей жидкости, без колебаний температуры и необходимости повышения стойкости режущей кромки инструмента, так как обработка детали происходит при низкой скорости резания.

При обработке детали охлаждаются с помощью струи СОЖ под давлением 0,5-1,0 МПа с производительностью 75 м/мин. Деталь охлаждается на установке для уменьшения туманного эффекта. Для устранения налипания частиц обрабатываемой поверхности используется инструмент из быстрорежущей стали, позволяющий избежать искажения геометрии кромки детали. Обработка венцов зубьев происходит с перемещением 161... 322 мм, вращением 224... 3010 об/мин и поворотом стола с заготовкой — 6...605 об/мин. Кованная быстрорежущая сталь Р6М5К5 или Р9К10-П имеет микроструктуру разноразмерных (светлые пятна) и неравномерных распределений карбидной фазы. Шероховатость поверхности детали Ra 0,8 –1,6 мкм. Благодаря управляемому радиальному и осевому движениям подачи, припуском 0,09..., с помощью шлифовального круга производят черновую обработку 0,13 мм стороны зуба за один-два хода, последующий чистовой ход выполняется с припуском 0,01..0,012 мм. Используется масла И–12А (ГОСТ 20799-88) с антипенными и антитуманными присадками. Скорость обработки при шлифовании детали 35..63 м/с. При зубошлифовании в качестве абразивных материалов наиболее часто применяют электрокорунд (белый, хромистый, хромтитанистый, микрокристаллический) и кубический нитрид бора (КНБ). Точность венцов зубчатых колес определяется шероховатостью поверхности Ra 0,3-0,5 мкм. При зубошлифовании с помощью

микрорезания, благодаря трению, смятию и деформации обрабатываемого металла выделяется тепловая энергия, которая способствует образованию прижогов при отсутствии масляной пленки СОЖ на поверхности зубчатых колес.

**Выводы.** Опасность возникновения прижогов на поверхности зубчатых колес является следствием отсутствия СОЖ в зоне обработки. При использовании масляного фильтра с глубокими выемками, стружки попадают в зону сжатия воздуха, то есть охлаждаются масляным туманом.

### **Исследование напряженно-деформированного состояния композита В4С/Al**

**Клементьев П.Д.**

Научный руководитель — профессор, д.ф.-м.н. Шешенин С.В.

МГУ, Москва

piter1997@gmail.com

Основная идея метода асимптотического осреднения [1,2,3] заключается в разделении аргументов функций на два масштаба и последующем представлении решения в виде асимптотического ряда. Этот метод был математически строго доказан для периодических сред [2]. Однако, оказывается возможным расширить область применения данного метода на среды не являющиеся периодическими, но обладающие представительным объемом (Representative Volume Element) [4-6]. В докладе рассмотрена модификация метода осреднения, использующая RVE вместо ячейки периодичности. Показано, что предложенная модификация позволяет распространить метод на непериодические материалы. Численно решены локальные задачи, определены эффективные свойства материала сплава алюминиевой матрицы с включениями из карбида бора В4С / 2024Al. Метод асимптотического осреднения был использован для определения эффективных свойств и вычисления концентраций напряжения композита с использованием реальной 3D структуры, полученной с помощью рентгеновской томографии. В использовании реальной 3D структуры состоит новизна подхода. Также численно решены задачи в упругопластической постановке. Построены кривые зависимости напряжений от деформаций в случае различных объемных концентраций включений в образцах. Исследована зависимость кривых от видов нагружения.

Вычисленные эффективные модули Юнга почти совпадают с результатами эксперимента и вычислениями при использовании модельной структуры. Однако показано, что часто применяемое упрощенное моделирование включений при вычислении концентрации напряжений дает результат отличный от результатов при использовании реальной структуры. Исследована зависимость диаграммы напряжение - деформация от объемного сжатия в упругопластической области.

### **Литература**

1. Бахвалов Н.С. Осреднение дифференциальных уравнений с частными производными с быстро осциллирующими коэффициентами // Докл. АН СССР. 1975. 221, № 3, С. 516-519.
2. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1984. 352 с.
3. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Издательство Московского Университета, 1984. 335 с.
4. Савенкова, Маргарита Ивановна. Применение метода осреднения к материалам с физически нелинейными свойствами : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.02.04 / Савенкова Маргарита Ивановна; [Место защиты: Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова].- Москва, 2013.- 131 с.: ил. РГБ ОД, 61 13-1/451
5. Sheshenin S.V., Zhang Qiang, Artamonova N.B., Kiselev F.B., Volkov M.A. The effective properties of dispersed composites В4С/2024Al //AIP Conference Proceedings, vol. 2216, № 1, p. 040017-1-040017-7
6. Шешенин С.В., Артамонова Н.Б., Клементьев П.Д., Киселев Ф.Б., Мурадханов Р.Р., Орлов Е.А., Цян Чжан. Исследование упругих и упругопластических свойств дисперсного композита на основе численных экспериментов // Механика композитных материалов, изд. Зинатне (Рига), том 57, № 1, с. 27-44

## ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ МОЛИБДЕНОВЫХ СПЛАВОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДАМИ АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Климкина А.А.

Научный руководитель — член-корреспондент, д.т.н. Карпов М.И.

ИФТТ РАН, Черноголовка

klimkina.nastyusha@mail.ru

Молибден и его сплавы, благодаря своим свойствам, таким как: высокое сопротивление ползучести, высокая теплопроводность, высокая жесткость, высокая температура плавления, сопротивление термическим ударам и коррозионная стойкость в различных агрессивных средах (расплавах солей, стёкл, серной, фосфорной и соляной кислоты) широко применяются в электронной, авиационной, аэрокосмической, электронной, электровакуумной промышленности, турбинах и термоядерных реакторах, медицинском оборудовании, высокотемпературных печах [1,2,4]. Молибденовые компоненты необходимы для работы обычных и мощных рентгеновских трубок, используемых в сканирующем оборудовании аппаратов компьютерной томографии.

Изделия из молибдена и его сплавов преимущественно изготавливают двумя технологиями: плавильной или порошковой. Их принципиальное отличие состоит в методе получения исходной заготовки. В плавильной технологии это электронно-лучевая и/или вакуумная дуговая плавка, в классической порошковой - прессование и последующее спекание. Примерно 80% продукции из молибдена производится методом порошковой металлургии, из-за ее относительно низкого расходного коэффициента и экономичности. Однако эта технология ограничена возможностями получения легированных сплавов (возможно только твердофазное механическое легирование), получения сплавов высокой частоты по наиболее вредной примеси - кислороду, а также имеющая ограничения в изготовлении деталей сложной геометрии [4]. У плавильной технологии отсутствуют проблемы с получением легированных сплавов, содержание кислорода на порядок ниже. Эксплуатационные характеристики продукции, полученной из слитков методом последующей обработки давлением и термообработки, существенно выше, чем изготовленные по порошковой технологии, однако эта продукция менее экономична из-за высоких расходных коэффициентов основного металла.

В данной работе предпринята попытка изготовления продукции из сплава Mo-0.4%Ta (масс.%), совмещая положительные стороны порошковой и плавильной технологии. Слитки сплава получали последовательным проведением электронно-лучевой и вакуумно-дуговой плавки, экструдировали в прутки диаметром 60 x 600 мм. После проведения термической и механической обработки, прутки превращали в гранулы правильной сферической формы без саттелитов, при помощи специальной установки центробежного распыления. Далее их помещали в специальный контейнер, вакуумировали и подвергали горячему газостатическому прессованию. Извлекали из контейнера образец, прокатывали его в вакуумном прокатном стане при температуре 1000 °С с суммарным обжатием 70%. Структура образца после спекания имела остаточную пористость 1,8% (доля площади пор на шлифе), после прокатки эта величина снижалась до 0,3% , что соответствует обычной пористости деформированных образцов. Среднее расстояние между порами в образце после спекания составляло 102 мкм, что соответствует среднему диаметру гранул.

Полученные результаты показывают возможность применения данной технологии для производства ответственной высококачественной продукции из легированных сплавов молибдена и других тугоплавких металлов.

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ СОСТАВНЫХ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА  
ДЛЯ ФЛАНЦЕВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТРУБОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА**  
Кокшаров В.С.<sup>1</sup>, Зайцев А.В.<sup>1</sup>, Исаев О.Ю.<sup>2</sup>, Смирнов Д.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ПНИПУ, Пермь  
<sup>2</sup>ООО "Силур", Пермь  
koksharovvs@gmail.com

На основе разработанной модели механического поведения составных уплотнительных элементов из терморасширенного графита для крупнобаритных фланцевых соединений определены значения контактных давлений, обоснован выбор давлений герметизации, обеспечивающих безопасную работу трубопроводной арматуры.

Использование уплотнительных элементов (УЭ) из терморасширенного графита (ТРГ) для герметизации фланцевых соединений трубопроводов в нефтехимическом комплексе, на предприятиях электроэнергетики и ЖКХ связано с высокой термо- и химической стойкостью этого уникального материала [1–4]. Для фланцевых соединений большого диаметра гарантированное обеспечение геометрической стабильности может быть обеспечено только в случае, если УЭ будет составным [4].

Часто возникающие при эксплуатации значительные перепады рабочих давлений могут привести к увеличению числа аварийных прекращений работы оборудования по причине разгерметизации или протечки рабочей среды в местах сопряжения составных частей УЭ фланцевых соединений. По мнению инженеров-конструкторов, занимающихся разработкой и проектированием УЭ из «традиционных» слабосжимаемых изотропных материалов (паронит, фторопласт, резина), возможной причиной отказа оборудования является недостаточное контактное давление  $p_{cont}$  на поверхностях сопряжения частей составных УЭ и торцевое давление герметизации  $p_{germ}$ , задаваемое усилиями затяжки шпилек или болтов фланца. Аргументом в пользу этого является также регламентируемое стандартами [5, 6] эмпирическое соотношение для  $p_{cont}$  и рабочего  $p_{work}$  давления:

$$p_{cont} \geq (2 \dots 4) p_{work}. \quad (1)$$

Однако ТРГ трансверсально-изотропен. Анизотропия физико-механических свойств предопределяется технологическими операциями многократной прокатки в фольгу и прессования.

Разработана модель механического поведения составных УЭ из ТРГ для крупнобаритных фланцевых соединений с внутренним  $a = 380,0$  мм и внешним  $b = 395,0$  мм радиусами и толщиной  $h = 3,0$  мм, состоящие из 4 сегментов с соединениями «ласточкин хвост» и «клипса» [4]. Давления  $p_{work}$  предполагались равными 10,0 и 20,0 МПа. Давления герметизации  $p_{germ}$  изменялись дискретно от 10,0 МПа до 70,0 МПа. Решение краевой задачи, описывающей механическое поведение составных УЭ из ТРГ, проводилось численно методом конечных элементов в пакете ANSYS 14.0. В табл. 1 и 2 представлены значения  $p_{cont}$  в характерных точках на границе сопряжения сегментов составных УЭ, а на рис. 1 показаны распределения  $p_{cont}$  при  $p_{work} = 10$  МПа и  $p_{germ} = 20$  МПа. Значение контактного давления — параметр для оценки герметичности соединения [2, 3]. Регламентируемое стандартами для «традиционных» уплотнительных материалов [5, 6] эмпирическое условие (1) не выполняется ни для одного из способов соединения. Для  $p_{work} = p_{germ}$  во всех контрольных точках  $p_{cont} < p_{work}$  [4].

Обнаружено, что увеличение давления герметизации (регулируемое моментом затяжки шпилек или болтов фланца) не приводит к значительному росту величин максимального контактного давления на поверхностях сопряжения сегментов (рис. 2). Для

выполнения условия (1) при  $p_{work} = 10$  МПа необходимо, чтобы  $p_{cont} \geq 20$  МПа. Поэтому для способов соединения сегментов составного УЭ «клипса» и «ласточкин хвост» необходимо увеличить давление герметизации  $p_{germ}$  до 70 МПа и 60 МПа соответственно. Такое увеличение нагрузки может привести не только к разрушению или необратимому пластическому деформированию крепежных элементов фланцевого соединения, но и к появлению зазоров на границе сопряжения сегментов УЭ. При  $p_{work} = 10$  МПа эти зазоры появляются в окрестности шестой контрольной точки для соединения «клипса» (рис. 1, а), если  $p_{germ} > 30$  МПа, а при  $p_{work} = 20$  МПа, если  $p_{germ} > 60$  МПа (табл. 2). При  $p_{germ} = 2p_{work}$  наблюдается появление зазоров в окрестности только четвертой контрольной точки (рис. 2), о чем свидетельствуют данные табл. 1 и 2 [4].

**Таблица 1.** Значения давления  $p_{cont}$  (МПа) в характерных контрольных точках на границе контакта сегментов составного УЭ из ТРГ для соединения «ласточкин хвост»

$p_{germ}/p_{work}$	Точка 1	Точка 2	Точка 3	Точка 4	Точка 5	Точка 6	Точка 7
10 МПа / 10 МПа	9,567	9,502	8,406	8,813	8,439	9,465	9,339
10 МПа / 20 МПа	18,383	18,238	15,617	14,775	15,493	18,103	17,521
20 МПа / 10 МПа	10,286	10,320	10,796	10,080	10,725	10,332	10,386
20 МПа / 20 МПа	19,144	18,987	16,889	17,611	16,853	18,955	18,677
50 МПа / 10 МПа	12,544	13,018	15,539	17,720	15,874	13,118	14,063
50 МПа / 20 МПа	21,350	21,501	24,880	23,537	24,982	21,618	21,976
70 МПа / 10 МПа	13,878	15,103	18,142	24,541	20,196	15,212	16,605
70 МПа / 20 МПа	22,795	23,360	27,278	27,727	28,235	23,522	24,480

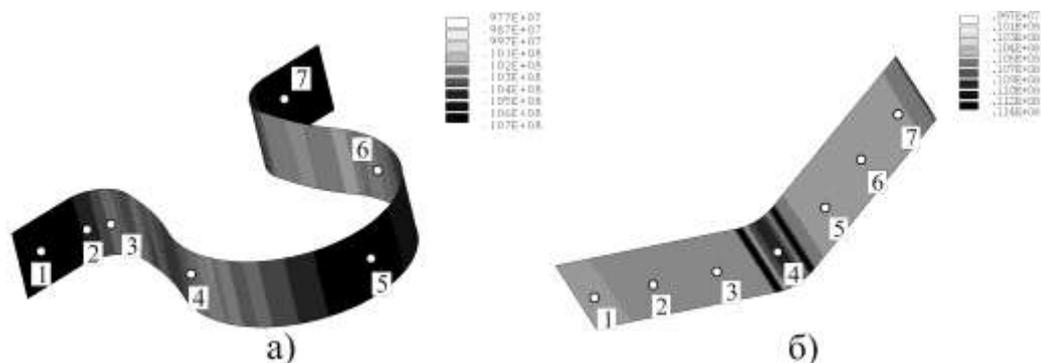
**Таблица 2.** Значения давления  $p_{cont}$  (МПа) в характерных контрольных точках на границе контакта сегментов составного УЭ из ТРГ для соединения «клипса»

$p_{germ}/p_{work}$	Точка 1	Точка 2	Точка 3	Точка 4	Точка 5	Точка 6	Точка 7
10 МПа / 10 МПа	9,072	9,366	9,507	9,974	9,045	9,775	8,990
10 МПа / 20 МПа	16,659	17,930	18,252	19,657	16,917	18,872	16,384
20 МПа / 10 МПа	10,593	10,445	10,288	10,017	10,605	10,082	10,642
20 МПа / 20 МПа	18,138	18,734	19,006	19,967	18,066	19,575	17,974
50 МПа / 10 МПа	14,973	14,746	12,799	10,592	16,765	9,817	15,364
50 МПа / 20 МПа	22,691	21,723	21,379	20,142	22,727	20,732	22,914
70 МПа / 10 МПа	17,826	19,006	14,214	10,254	21,162	9,980	18,520
70 МПа / 20 МПа	25,683	23,242	23,061	21,213	26,914	19,677	26,123

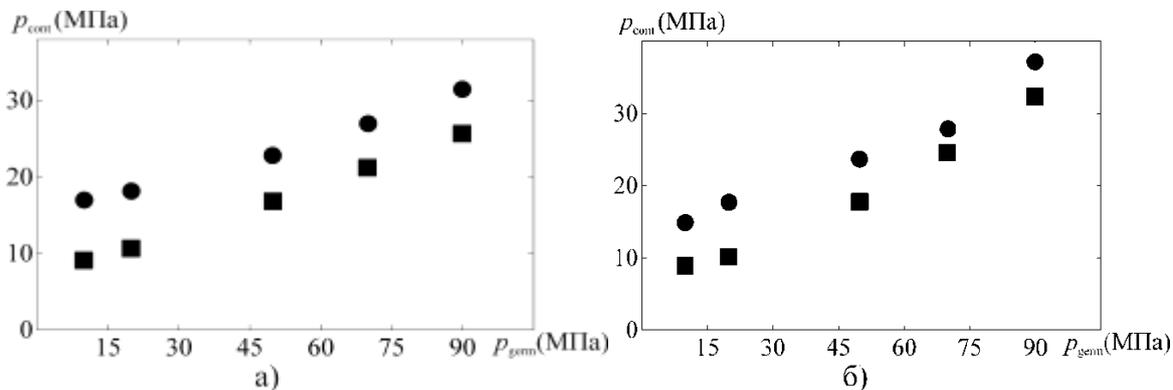
Несмотря на то, что конструктивное исполнение «клипса» обеспечивает большую поверхность контакта, наиболее технологичный с точки зрения реализации тип соединения сегментов «ласточкин хвост» продемонстрировал стабильные показатели герметичности и гарантированное отсутствие зазоров уже при  $p_{germ} = 2p_{work}$ . При стационарном режиме работы трубопроводной арматуры, когда рабочее давление сохраняется на неизменном уровне, разгерметизации соединения сегментов составных УЭ на практике не наблюдается. Однако даже незначительные перепады давления приводят к разгерметизации и последующей аварийной остановке работы оборудования.

Опыт эксплуатации составных УЭ из ТРГ для трубопроводов больших диаметров показывает, что гарантированное обеспечение условий герметичности может быть достигнуто и при нарушении ограничения (1). Исключения составляют зарегистрированные особые случаи, когда из-за определенных соотношений между  $p_{work}$  и  $p_{germ}$  на границе

контакта появляются зазоры. Это наглядно демонстрирует ограничения в применении существующих и предопределяет необходимость разработки новых отраслевых стандартов для расчета современных составных УЭ для фланцевых соединений трубопроводов больших диаметров, изготовленных из композитов на основе ТРГ [1], а также показывает необходимость разработки принципиально новых интеллектуальных УЭ с оптоволоконными датчиками, совершенствования методов мониторинга герметичности на основе оптоволоконных технологий.



**Рис. 1.** Распределение давления на поверхности контакта сегментов составного УЭ для способов соединения «клипса» (а) и «ласточкин хвост» (б).



**Рис. 2.** Зависимость максимального контактного давления от давления обжатия (■ -  $p_{work} = 10$  МПа, ● -  $p_{germ} = 20$  МПа) для способов соединения сегментов составного УЭ из ТРГ «клипса» (а) и «ласточкин хвост» (б).

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

### Литература

1. Первый совместный стандарт на современные уплотнительные элементы из терморасширенного графита для трубопроводной арматуры / А.П. Андреев, Б.В. Бурмистров, А.К. Матушак, О.И. Федоров и др. // Арматуростроение. 2006. № 6. С. 50–55.
2. Зайцев А.В., Рогов Д.С. Моделирование начального режима работы кольца из терморасширенного графита в кранах с уплотнением по штоку // Изв. Самарского НЦ РАН. 2012. Т. 14. № 4–5. С. 1235–1238.
3. Зайцев А.В., Злобин Н.Г., Исаев О.Ю., Смирнов Д.В. Моделирование условий эксплуатации и уточненный прочностной анализ уплотнительных элементов из терморасширенного графита // Вестник ПНИПУ. Механика. 2012. № 4. С. 5–19.
4. Зайцев А.В., Кокшаров В.С. Предков И.В. Механическое поведение составных уплотнительных элементов из терморасширенного графита для фланцевых соединений трубопроводов большого диаметра // Изв. Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4(3). С. 542–546.

5. ГОСТ Р 52857.4–2007. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Расчет на прочность и герметичность фланцевых соединений.
6. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Л.А. Кондаков, А.М. Голубев, В.Б. Овандер и др. М.: Машиностроение, 1986. 464 с.

## **ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА ДАВЛЕНИЕ ОПЕРАЦИИ ПРИ РАДИАЛЬНОМ ВЫДАВЛИВАНИИ ФЛАНЦЕВЫХ УТОЛЩЕНИЙ НА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ТРУБЕ**

**Котов Д.И.**  
ТулГУ, Тула  
catik88tu@mail.ru

В работе исследуется процесс радиального выдавливания фланцевых утолщений на осесимметричной трубе, в частности оценивается влияние скорости деформирования на давление операции при выдавливании. В ходе исследований была составлена и исследована математическая модель процесса выдавливания для вязкопластического материала. На основе полученных данных планируется проведение дальнейших экспериментальных исследований, включающих в себя также проведение натурного эксперимента, подтверждающего адекватность полученной математической модели.

**Введение.** В ходе развития современной промышленности, в частности военно-промышленного комплекса, возникают повышенные требования к получению методами обработки металлов давлением (ОМД) осесимметричных деталей, представляющих собой как тонкостенные так и толстостенные трубы с фланцевыми утолщениями снаружи, имеющими различную конфигурацию. Такие утолщения, как правило, должны обеспечивать разборность конструкции, при этом в ряде случаев требуется также обеспечение необходимой жесткости и прочности собранного узла. Достижение необходимых механических параметров рассматриваемых осесимметричных деталей является приоритетной задачей при разработке и внедрении новых технологических процессов изготовления труб с фланцами снаружи (Рис.1).



**Рис.1.** Патрубок с наружным фланцем.

**Методы.** Технология получения фланцевых утолщений на внешней стороне исходной трубы методами ОМД (радиальное выдавливание фланцевых утолщений) является одной из наиболее предпочтительных при изготовлении большинства деталей, рассматриваемых в данной работе. При оценке качества получаемых осесимметричных труб с внешним фланцем при помощи операции радиального вдавливания важно учитывать такие факторы

как предельные возможности формоизменения, технологическая сила, а также повреждаемость материала [1].

Для разработки математической модели исследуемого процесса выдавливания был использован энергетический метод применительно к разрывному полю скоростей перемещений. Расчетная схема приведена на рисунке 2. Основное уравнение, полученные при моделировании приведено ниже:

$$\frac{\pi}{2} q (r_1^2 - r_2^2) V_0 \leq N_1 + N_p + N_{mp} = \int \sigma_e \xi_e dw + \frac{1}{\sqrt{3}} \int \sigma_{ep} V_\tau ds_p + \int \tau_{mp} V_k ds_k. \quad (1)$$

Где  $q$ - давление операции;  $N_1, N_p, N_{mp}$  - мощности в объеме деформаций  $w$ , на поверхности разрыва  $S_p$  скорости и на поверхности  $S_k$  трения;  $\sigma_{ep}$  - эквивалентное напряжение на поверхности разрыва скорости;  $\tau_{mp}$ - напряжение трения на контактной поверхности;  $V_0, V_p, V_k$  - соответственно скорости операции, на поверхности разрыва и на контактной поверхности [2]. Выражение (1) описывает баланс мощностей внешних и внутренних сил.

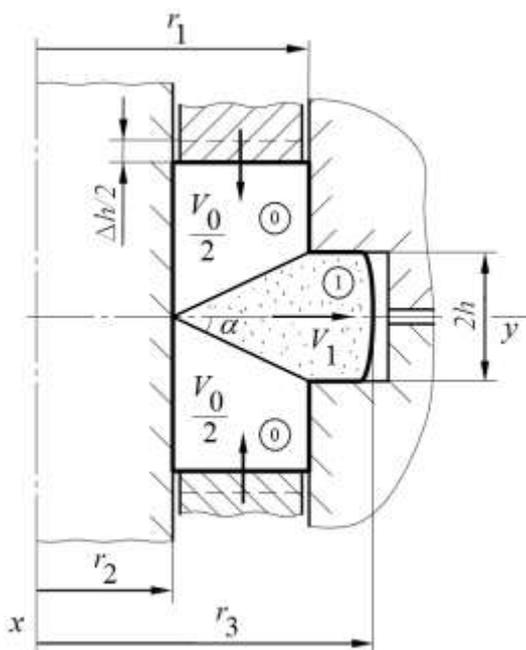
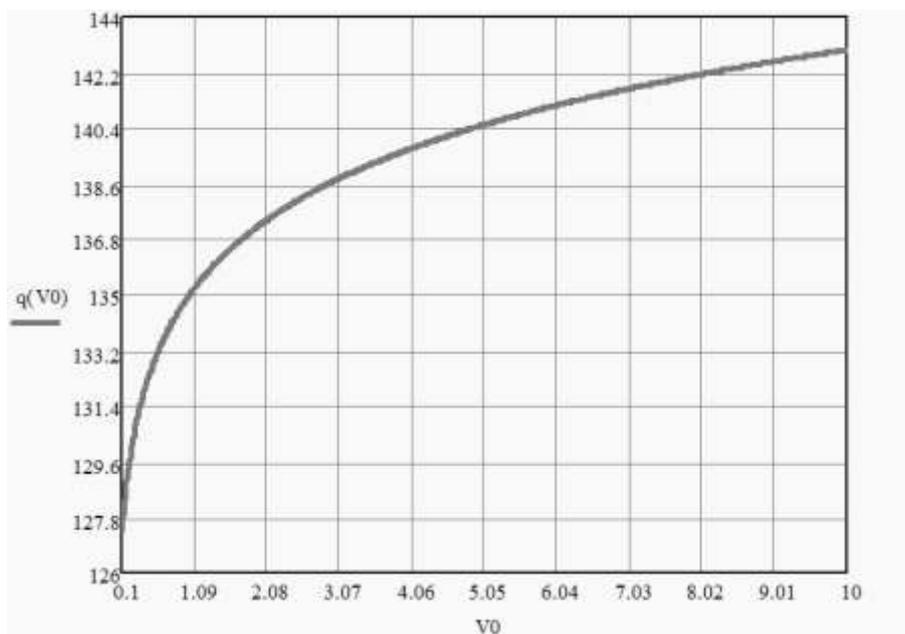


Рис.2. Расчетная схема процесса выдавливания.

В ходе расчетов было получено выражение для определения давления операции выдавливания, на основе которого в программном комплексе MathCAD была построена графическая зависимость давления операции от скорости инструмента (Рисунок 3).

$$q \leq \frac{2(N_1 + N_p)}{\pi \left[ (r_1^2 - r_2^2) V_0 - 2\mu(r_1 + r_3) \int_{r_1}^{r_3} V_1 \Big|_{x=h} dy \right]}. \quad (2)$$



**Рис.3.** Зависимость давления операции от скорости деформирования сплава АМг6 ( $r_1=100$  мм;  $r_2=95$  мм;  $r_3=90$  мм;  $h=8$  мм).

**Выводы.** В ходе проведенных исследований была получена математическая модель радиального выдавливания фланцевых утолщений на осесимметричной трубе, а также разработаны рекомендации для проектирования технологического процесса изготовления деталей подобного типа. Установлено, скорость операции оказывает существенное влияние на силу выдавливания фланцевых утолщений в режиме вязкопластичности.

#### Литература

1. Теория обработки металлов давлением / Учебник для вузов / В.А. Голенков, С.П. Яковлев, С.А. Головин, С.С. Яковлев, В.Д. Кухарь // Под ред. В.А. Голенкова, С.П. Яковлева. М.: Машиностроение, 2009. 442 с.
2. Чудин В.Н., Черняев А.В., Гладков В.А. Расчетная модель выдавливания фланцевых утолщений на трубе // Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. Тула: Изд-во ТулГУ. 2018. №6. С. 9-16.

### ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ВЫДАВЛИВАНИЕ ФЛАНЦЕВЫХ УТОЛЩЕНИЙ НА ТРУБНЫХ ЗАГОТОВКАХ

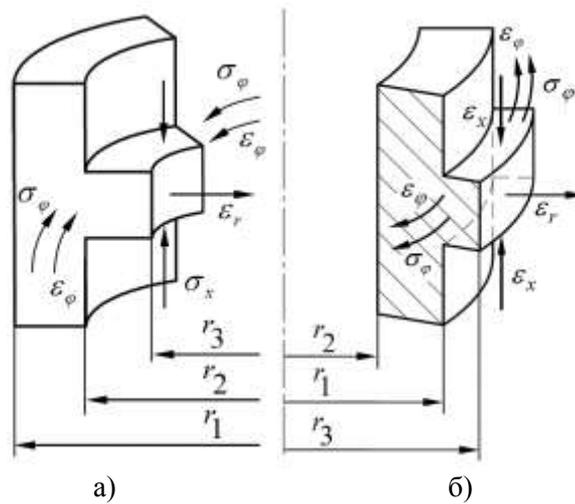
**Котов Д.И., Гладков В.А.**

ТулГУ, Тула

mpf-tula@rambler.ru

Разработаны основные уравнения и соотношения для анализа операции изотермического бокового выдавливания заготовок из высокопрочных материалов в режиме кратковременной ползучести. Проведены теоретические исследования операции изотермического бокового выдавливания, определено влияние технологических параметров и геометрии инструмента на силовые режимы формоизменения и повреждаемость материала заготовки.

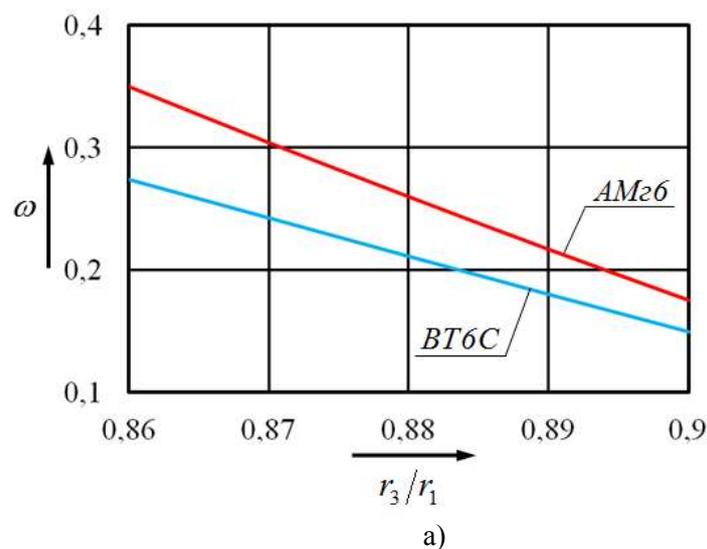
**Введение.** Развитие авиационной и аэрокосмической областей промышленности в России требует постоянного совершенствования транспортировочных систем подачи топлива. В таких системах широкое распространение нашли переходники трубопроводов с внешним или внутренним фланцем (рис. 1), применяемые для соединения труб с различным диаметром [1,2]. Их использование в топливных системах и системах высокого давления повышает надежность, понижает нагрузку, а как следствие повышает их срок службы.

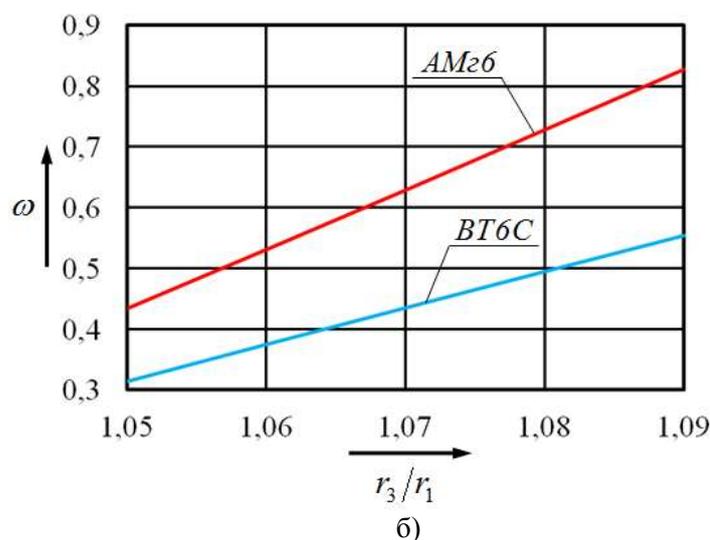


**Рис. 1.** Схема деформирования трубной заготовки:  
а) – внутренний фланец; б) – внешний фланец.

**Методы.** Наиболее рациональной технологией производства подобных деталей является изотермическое выдавливание с общим или локальным нагревом на гидропрессовом оборудовании [3]. При изотермическом деформировании существенна зависимость режимов технологии от температурно-скоростных условий обработки, т.к. материал заготовок проявляет вязкие свойства (ползучесть). Разработка технологии производства изделий ответственного назначения, должна проводиться с учетом реальных свойств материала (анизотропия, упрочнение, повреждаемость), что требует привлечения математических моделей, учитывающих указанные особенности процессов. Повышение эффективности изготовления деталей типа «переходник», получаемых способом бокового выдавливания может быть достигнуто путем теоретического обоснования рациональных технологических режимов изотермического деформирования. С этой целью с привлечением основного энергетического уравнения установлена кинематика течения материала, получены выражения для расчета мощности и давления операции, а также оценки степени использования ресурса пластичности при изотермическом выдавливании трубных заготовок в режиме кратковременной ползучести.

**Результаты.** Выполнены исследования изотермического выдавливания внешнего и внутреннего фланцев, установлены закономерности влияния режимов технологии на силу процесса и повреждаемость материала (рис. 2).





**Рис. 2.** Графические зависимости повреждаемости от ширины фланца :  
 а) – внутренний фланец; б) – внешний фланец  
 ( $r_1 = 100$  мм;  $r_2 = 95$  мм).

На основе выполненных исследований разработаны рекомендации по назначению рациональных технологических параметров операции бокового выдавливания. Получены регрессионные модели оценки величин давления и повреждаемости материала при изготовлении фланцевых утолщений на трубных заготовках из сплавов АМгб и ВТ6С. Полученные регрессионные модели корректно описывают зависимость давления и повреждаемости материала от исследуемых технологических факторов в принятом диапазоне варьирования и могут быть использованы как для исследования процесса изотермического выдавливания, так и для назначения рациональных режимов его реализации.

#### Литература:

1. Черняев А.В., Гладков В.А. Расчетная модель выдавливания внутреннего фланцевого утолщения на трубе // Заготовительные производства в машиностроении. 2018. Т. 16. № 3. С. 116-119.
2. Черняев А.В., Гладков В.А., Чудин В.Н. Формообразование давлением кольцевых ребер на трубе // Технология машиностроения. 2018. №9(195). С. 10-14.
3. Яковлев С.С. Изотермическое формоизменение анизотропных материалов жестким инструментом в режиме кратковременной ползучести / С.С. Яковлев [и др.]: монография / под ред. С.С. Яковлева. М.: Машиностроение, 2009. 412 с.

### ИЗМЕНЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ВО ВРЕМЕНИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВОДОРОДНОЙ СРЕДЫ

**Кузнецова В.О.**

ТулГУ, Тула

Kuznecova\_violetta@mail.ru

В работе строится математическая модель влияния изменения концентрации агрессивной водородосодержащей среды на напряженно-деформированное состояние тонкой пологой сферической оболочки, выполненной из титанового сплава, находящейся под действием равномерно-распределённой нагрузки. Для этого использовалась нелинейная модель, представленная в нормированных пространствах напряжений. Решение производилось двухшаговым методом последовательных возмущений параметров с использованием пакетов прикладных программ MatLab и Maple. Решение системы разрешающих дифференциальных уравнений производилось методом конечных разностей.

Рассмотрим тонкие пологие сферические оболочки, отношение стрелы подъема которых в центре  $f$  к меньшему радиусу  $a$  в плане, а отношение толщины оболочки  $h$  к наименьшему радиусу кривизны составляет:

$$\frac{f}{a} \leq \frac{1}{5}, \quad \frac{h}{R_{\min}} \leq \frac{1}{20} \quad (1)$$

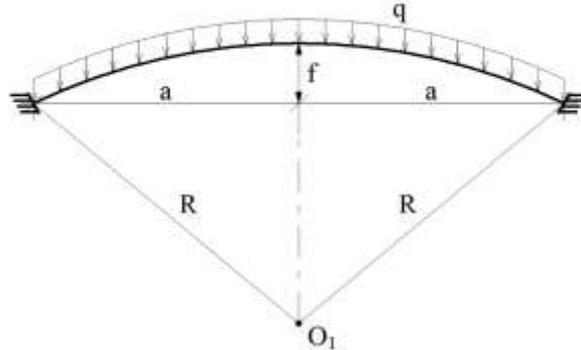


Рис. 1. Постановка задачи.

Рассмотрим упругое равновесие пологой сферической оболочки толщиной  $h$  под действием поперечной осесимметричной равномерно-распределенной нагрузки  $q$  и водородосодержащей среды с концентрацией  $\lambda$ . Примем кинетический потенциал деформаций в виде [1]:

$$W_1 = (A_e(\lambda) + B_e(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_e(\lambda) + D_e(\lambda)\xi + E_e(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2 + \\ + [(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_p(\lambda) + D_p(\lambda)\xi + E_p(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2]^n \quad (2)$$

Для оболочки принято постоянство основных радиусов кривизны средней поверхности в плане:  $R_1 = R_2 = R$ . Главные кривизны оболочки обретают значение  $k_1 = k_2 = k = 1/R$ . Рассмотрим такие оболочки, в которых возможно не учитывать разницу между длиной дуги срединной поверхности и её проекцией на плоскость [1].

Тогда используем зависимости вида:

а) компоненты деформации срединной поверхности:

$$\varepsilon_r = u_{,r} - kw + 0,5(w_{,r})^2; \quad \varepsilon_\phi = \frac{u}{r} - kw, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_r, \varepsilon_\phi$  – радиальные и окружные относительные деформации в срединных поверхностях;  $u, w$  – радиальные перемещения и прогибы;  $k$  – главная кривизна;  $r$  – радиальная координата;

б) компоненты изгибной деформации:

$$\chi_r = -w_{,rr}; \quad \chi_\phi = -\frac{w_{,r}}{r} \quad (4)$$

в) формулы для компонентов тензора деформаций через параметры  $\varepsilon_r, \varepsilon_\phi$  и кривизны  $\chi_r, \chi_\phi$ :

$$e_r = \varepsilon_r + z\chi_r; \quad e_\phi = \varepsilon_\phi + z\chi_\phi \quad (5)$$

где  $z$  – вертикальная координата, которая отсчитывается от средней поверхности оболочки, имеет направление к центру кривизны.

Подставляя зависимости (3)-(4) в (5), в результате получаем выражения для компонентов тензора деформаций через перемещения и прогибы:

$$e_r = u_{,r} - kw + 0,5(w_{,r})^2 - zw_{,rr}; \quad e_\phi = \frac{u}{r} - kw - z\frac{w_{,r}}{r} \quad (6)$$

Взаимосвязь деформаций с напряжениями получена благодаря применению выражений Кастильяно к потенциалу  $W_1$ , которые принимают вид:

$$e_k = \frac{\partial W_1}{\partial \sigma_k}; \quad (k=1,2) \quad e = [A]\{\sigma\}; \quad (7)$$

Связь между деформациями и напряжениями представим в виде:

$$\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\phi \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\phi \end{Bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}; \quad (8)$$

Здесь  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  – составляющие симметричной матрицы  $[A]$  – т.е. функции, содержащие постоянные потенциала  $W_1$ . (2)

Усилия и моменты найдём через напряжения традиционным способом:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\phi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\phi dz; \quad (9)$$

$$M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\phi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\phi z dz \quad (10)$$

Связь моментов и усилий с компонентами деформаций оболочки приведём к виду:

$$M_r = K_{11}(\lambda)\varepsilon_r + K_{12}(\lambda)\varepsilon_\phi + D_{11}(\lambda)\chi_r + D_{12}(\lambda)\chi_\phi; \quad (11)$$

$$M_\phi = K_{21}(\lambda)\varepsilon_r + K_{22}(\lambda)\varepsilon_\phi + D_{21}(\lambda)\chi_r + D_{22}(\lambda)\chi_\phi; \quad (11)$$

$$N_r = C_{11}(\lambda)\varepsilon_r + C_{12}(\lambda)\varepsilon_\phi + K_{11}(\lambda)\chi_r + K_{12}(\lambda)\chi_\phi; \quad (12)$$

$$N_\phi = C_{21}(\lambda)\varepsilon_r + C_{22}(\lambda)\varepsilon_\phi + K_{21}(\lambda)\chi_r + K_{22}(\lambda)\chi_\phi;$$

Применение любых определяющих соотношений не меняет уравнений статико-геометрической природы [2], поэтому, при условии  $zk \ll 1$  уравнения равновесия принимают вид:

$$M_{r,r} - M_{\phi,r}/r + 2M_{r,r}/r + k(N_r + N_\phi) + N_r w_{,rr} = -q; \quad (13)$$

$$N_{r,r} + (N_r - N_\phi)/r - k[M_{r,r} + (M_r - M_\phi)/r] = 0. \quad (14)$$

Для линеаризации этих уравнений используем двухшаговый метод последовательных возмущений параметров [2], согласно которому запишем выражения для приращений деформаций и кривизн срединной поверхности:

$$\delta e_r = \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_r} \delta \sigma_r + \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_\phi} \delta \sigma_\phi; \quad \delta e_\phi = \frac{\partial e_\phi}{\partial \sigma_\phi} \delta \sigma_\phi + \frac{\partial e_\phi}{\partial \sigma_r} \delta \sigma_r; \quad (15)$$

$$\delta \varepsilon_r = \delta u_{,r} - k \delta w + w_{,r} \delta w_{,r}; \quad \delta \varepsilon_\phi = \frac{\delta u}{r} - k \delta w, \quad (16)$$

$$\delta \chi_r = -\delta w_{,rr}; \quad \delta \chi_\phi = -\frac{\delta w_{,r}}{r}; \quad (17)$$

Используя уравнения (15) – (17), получим выражения, связывающие приращения деформаций и перемещений:

$$\delta e_r = \delta u_{,r} - k \delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z \delta w_{,rr}; \quad \delta e_\phi = \frac{\delta u}{r} - k \delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r}. \quad (18)$$

Запишем в приращениях уравнения равновесия полой сферической оболочки, исключая члены второго порядка малости и выше:

$$\delta M_{r,rr} - \delta M_{\phi,r}/r + 2\delta M_{r,r}/r + k(\delta N_r + \delta N_\phi) + \delta N_r w_{,rr} + N_r \delta w_{,rr} = -\delta q \quad (19)$$

$$\delta N_{r,r} + (\delta N_r - \delta N_\phi) / r - k[\delta M_{r,r} + (\delta M_r - \delta M_\phi) / r] = 0. \quad (20)$$

Для титановых сплавов концентрация не влияет на коэффициент диффундирования, поэтому из первого закона Фика вытекает второй закон в виде:

$$\frac{\partial \lambda(z,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \lambda(z,t)}{\partial z^2}, \quad (21)$$

где  $t$  – текущее время.

Для решения уравнения (21) при явлении одностороннего и двухстороннего диффундирования используем решения, представленные в работе [3].

При процессе одностороннего диффундирования решение имеет вид:

$$\lambda(z,t) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)z/h + (2/\pi) \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \cdot \pi \cdot z/h) \exp(-F_o \pi^2 i^2) \times \\ \times [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1] / i \quad (22)$$

где  $F_o = Dt/h^2$  – число Фурье;  $i$  – число членов ряда;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – краевые условия для концентрации среды сверху и снизу оболочки;  $h$  – толщина оболочки;  $z$  – координата по толщине оболочки.

Заменив производные конечными разностями в программном комплексе MATLAB полученные разрешающие уравнения, и обработав вычислительный алгоритм, приходим к следующим результатам решения поставленной задачи (рисунки 2-3):

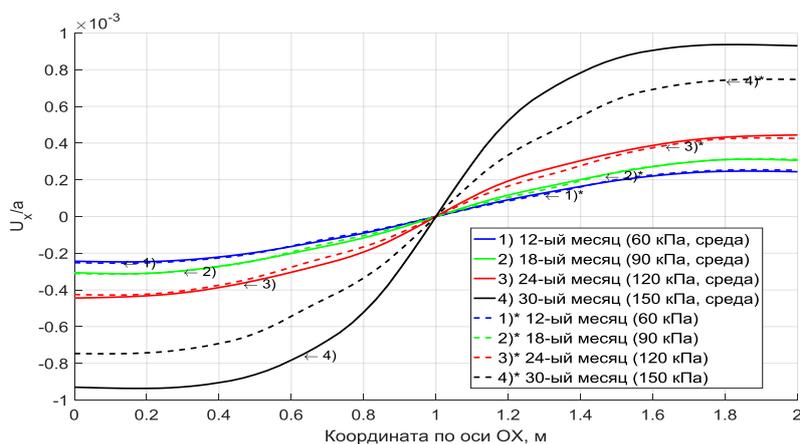


Рис. 2. Перемещения  $U_x$  в срединной поверхности оболочки.

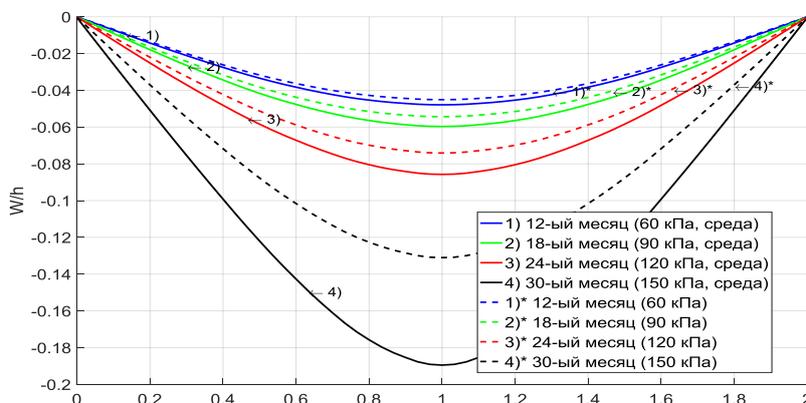


Рис. 3. Прогобы  $W$  в срединной поверхности оболочки.

Из рисунков 2-3 видно, что расхождение значений максимальных прогибов и перемещений с учетом и без учета наводороживания значительное – 16,5 %, что не допустимо, так как превышает предельное значение погрешности для строительных конструкций, равное 5%. Многочисленные экспериментальные исследования свидетельствуют о необходимости разработки новых моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние тел с учетом наведенной чувствительности свойств материалов к наводороживанию [3].

#### Литература

1. Овчинников И.Г. Модифицированная модель деформирования и разрушения материала, подвергающегося облучению // Строительная механика и расчёт сооружений, 2014. №1 С. 29-35.
2. Петров В.В., Кривошеин И.В. Методы расчёта конструкций из нелинейно-деформируемого материала / Учебное пособие: – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 208 с.
3. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения: монография. - М.; Тула; РААСН; ТулГУ, 2016. - 236 с.

### КОМПОЗИТЫ С ДИСПЕРСНО-УПРОЧНЕННОЙ СТРУКТУРОЙ СИСТЕМЫ

#### AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – T-ZrO<sub>2</sub>

Кутузова В.Е.

Научный руководитель — к.х.н. Подзорова Л.И.

ИМЕТ РАН, Москва

valeriagubareva@mail.ru

Оксиды алюминия и циркония взаимно нерастворимы в широком диапазоне концентраций и при высоких температурах, что позволяет получать на их основе композиты, характеризующиеся крайне удачным сочетанием физико-технических свойств, которые обуславливают перспективность применения в сферах техники, связанных с эксплуатацией материалов при высоких температурах и в агрессивных средах [1-3]. Высокий модуль упругости (до 400ГПа) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> позволяет создать высокие напряжения на включениях ZrO<sub>2</sub> и наиболее благоприятствует сохранению его в тетрагональной форме, присутствие которого определяет повышение устойчивости к хрупкому разрушению (K<sub>1с</sub> достигает 10 МПа · м<sup>1/2</sup>). Армирование микроструктуры волокнами или частицами иного габитуса, чем основная фаза, также способствует повышению трещиностойкости композитов, поскольку реализуется механизм дисперсионного упрочнения, определяемый повышением расхода энергии разрушения при распространении трещин, возникающих при нагрузках. Таким образом, в данном ряду композиционных материалов становится возможным реализовать одновременно сразу два механизма повышения устойчивости к хрупкому разрушению – трансформационного и дисперсного. Данное направление, как наиболее перспективное, требует дальнейшего развития.

Целью работы стало изучение механических свойств композитов на основе Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и T-ZrO<sub>2</sub> с дисперсно-упрочненной структурой, формируемой путем направленного синтеза *in situ* гексаалюмината стронция.

В работе использованы методы синхронного термического анализа, низкотемпературной адсорбции – десорбции, электронной микроскопии. Фазовый состав образцов изучен на дифрактометре XRD-6000 с идентификацией по международным базам стандартов (JCPDS и PDF-2). Предел прочности при изгибе устанавливали методом трехточечного изгиба на универсальной испытательной машине Instron 5581. Коэффициент трещиностойкости K<sub>1с</sub> определяли, используя метод предварительно нанесенных разрезов.

В системах Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – T-ZrO<sub>2</sub> с переменным содержанием компонентов получен ряд композитов, включающих гексаалюминат стронция (SrAl<sub>12</sub>O<sub>19</sub>), с различной зерновой структурой. Установлено, что формирование в композитах фазы гексаалюмината стронция позволяет повысить прочность при изгибе в сравнении с базовым составом на 25%.

Разработанные композиты имеют высокие механические характеристики и могут позиционироваться как конструкционные высокотемпературные материалы.

### Литература

1. Варрик Н. М., Ивахненко Ю. А., Максимов В. Г. Оксид-оксидные композиционные материалы для газотурбинных двигателей (обзор) //Труды ВИАМ. – 2014. – №. 8.
2. Пантелеенко Ф. И. и др. Анализ и выбор возможных вариантов напыления композиционных многослойных покрытий из порошков керамики на защитные экраны //Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2019. – №. 4-2. – С. 166-171.
3. Gomes N. L. et al. Effect of the Addition of La2O3 on the Properties of ZrO2-Al2O3 Ceramic Composites for Coatings in Aerospace Turbines //Journal of Aerospace Technology and Management. – 2020. – Т. 12.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СХЛОПЫВАНИЯ АЛЮМИНИЕВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Леканов М.В., Майер А.Е.

ЧелГУ, Челябинск

lemih1989@gmail.com

Модель дислокационной пластичности и определяющие уравнения обобщаются на случай учета конечных деформаций. Развитый подход применяется для численного исследования схлопывания цилиндрической оболочки, как примера динамического процесса, в котором нарушается условие малости деформаций.

**Введение.** Эксперименты по схлопыванию цилиндрических и сферических металлических оболочек используются для исследования деформационного поведения металлов в условиях кумуляции энергии в сходящейся ударной волне [1]. В настоящее время накоплен существенный экспериментальный материал, включая исследование микроструктуры деформированного материала. В [2] был представлен способ изучения процесса развития адиабатических сдвиговых полос в толстостенных цилиндрах. Также, эксперименты по сжатию стальных цилиндрических толстостенных образцов проводились с использованием электромагнитных установок [3], строились и развивались численные модели для набора большего количества данных для нержавеющей стали [4] а так же других металлов и сплавов [5,6].

Данная работа представляет интерес с точки зрения исследования упругопластических течений и разрушения кристаллической структуры металла при экстремально высоких скоростях деформации и больших величинах деформации одновременно. Задача о схлопывании металлических цилиндров подразумевает, что материал испытывает относительную деформацию порядка единицы. Очень часто задачи о схлопывании решаются с использованием гидродинамического приближения [7] или упрощенных моделей упругопластического поведения металлов [8]. Большинство существующих уравнений состояния не могут с хорошей точностью описать процессы, происходящие в материале, с точки зрения больших деформаций, так как при высокоскоростной деформации необходимо учитывать нелинейность изменения давления и девиатора напряжений от деформации материала.

В данной работе, для учета нелинейных зависимостей давления и напряжения от деформации, предложен подход, отличающийся от распространенных методов решения задач про развитие ударных волн в сплошной среде. Для описания поведения материала, в данном случае – алюминия, была использована аппроксимация результатов молекулярно-динамического (МД) моделирования. МД моделированием были получены зависимости напряжений сжатия и растяжения от деформации образца. Аппроксимация полученных зависимостей позволила определить компоненты градиента упругой деформации и полную упругую деформацию заданную тензором конечных деформаций Грина. Механизм пластической деформации описывался на основе модели генерации и движения дислокаций в алюминии, развитой в работах [9-12]. Развитый подход позволяет решать более широкий круг задач о развитии ударных волн в материалах, избегая требования о малости градиентов

перемещения. Полученная система уравнений решалась в одномерной цилиндрической постановке.

Для численного решения системы уравнений использовался метод разделения по физическим процессам. Численное решение подсистем, соответствующих различным физическим процессам, осуществлялось апробированными численными методами. Уравнения дислокационной динамики и кинетики решались явным методом Эйлера с переменным временным шагом. МД моделирование деформации проводилось с помощью программного пакета LAMMPS. Зависимости напряжений, внутренней энергии от деформации аппроксимировались степенными функциями. Результаты расчетов полученной модели верифицировались на задаче о столкновении алюминиевых ударника и образца. Было получено удовлетворительное схождение результатов моделирования и эксперимента.

**Кинематика деформации.** При высокоскоростной деформации механическое поведение кристаллической решетки металла может быть описано упругопластической моделью. В данной работе, ввиду того, что в подобных опытах рост значений деформации приближается к единице или превышает, тензор конечных деформаций Грина выглядит как [13]:

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right). \quad (1)$$

Тензор конечных деформаций Грина, который полностью характеризует упругую деформацию материала, можно определить с помощью градиента упругой деформации [13]:

$$\mathbf{L}_G = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^e - \mathbf{I}), \quad (2)$$

Градиент упругих деформаций  $\mathbf{F}^e$  можно определить из того, что нам известно положение частиц в начальной конфигурации и в текущей с учетом пластической деформации материала. Градиент полной деформации материала можно представить в виде двух компонент [14]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p. \quad (3)$$

Градиент  $\mathbf{F}^e$  определяет упругую деформацию движения твердого тела с кристаллической решеткой от промежуточной до текущей конфигурации.  $\mathbf{F}^p$  определяет пластический сдвиг материала от эталонной конфигурации до промежуточной конфигурации, в которой ориентация решетки и расстояние между ними неизменны. Зная, как изменяется положение частицы, можно определить градиент полной деформации как:

$$\mathbf{F} = \mathbf{u} \nabla_{\mathbf{x}} + \mathbf{I}. \quad (4)$$

Кинематика классической кристаллической пластичности основана только на скольжении дислокаций [15]:

$$\dot{\mathbf{F}}^p = \dot{\mathbf{w}}^D \mathbf{F}^p, \quad (5)$$

где  $\mathbf{w}^D$  – тензор пластической деформации, изменение компонент тензора пластической деформации полностью описывается движением различных групп дислокаций:

$$\dot{\mathbf{w}}^D = \sum_{\beta} \frac{1}{2} \left[ (\mathbf{b}^{\beta} \otimes \mathbf{n}^{\beta}) + (\mathbf{b}^{\beta} \otimes \mathbf{n}^{\beta})^T \right] V_D^{\beta} \rho_D^{\beta}, \quad (6)$$

где  $\rho_D^{\beta}$  – скалярная плотность дислокаций,  $V_D^{\beta}$  – скорость скольжения дислокаций,  $\mathbf{b}^{\beta}$  и  $\mathbf{n}^{\beta}$  – вектор Бюргерса и нормаль к плоскости скольжения для соответствующей группы дислокаций,  $\mathbf{T}$  означает транспонирование. Градиент упругой деформации можно представить в виде:

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{F} \frac{1}{|\mathbf{F}^p|} (\mathbf{F}^p)^T. \quad (7)$$

В итоге, для решения поставленной задачи необходимо каждый шаг по времени в каждой расчетной ячейке определить:

- 1) Диагональные компоненты градиента полной деформации  $\mathbf{F}$ .
- 2) Диагональные компоненты градиента пластической деформации  $\mathbf{F}^p$ .
- 3) Определить компоненты тензора конечных деформаций Грина.
- 4) По полученным из МД моделирования аппроксимациям найти давление в зависимости от деформации.
- 5) Определить изменение внутренней энергии и температуры в процессе деформации.

Так как задача рассматривается в одномерных полярных координатах, ввиду условия симметричности все недиагональные компоненты тензоров равны нулю.

Работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках гос. задания на выполнение НИР ЧелГУ № 075-00250-20-03.

### Литература

1. Zeldovich, V.I. Deformation- and temperature-related processes that occur upon the collapse of a thick cylindrical shell made of steel 20 / V.I. Zeldovich, N.Yu. Frolova, A.E. Kheifets, S. M. Dolgikh, K.V. Gaan, E.V. Shorokhov // *Physics of Metals and Metallography*. – 2015. – V. 116. – P. 285–292.
2. Nesterenko, V.F. Localization of deformation in collapse of a thick walled cylinder / V.F. Nesterenko, M.P. Bondar // *Combustion, Explosion and Shock Waves*. – 1994. – V. 30. – P. 500-505.
3. Lovinger, Z. Investigation of adiabatic shear bands in thick-walled cylinders collapsed by electro-magnetic driving forces / Z. Lovinger, A. Rikanati, D. Rittel, Z. Rosenberg // *AIP Conference Proceedings*. – 2009. – V. 1195.
4. Lovinger, Z. Electro-magnetic collapse of thick-walled cylinders to investigate spontaneous shear localization / Z. Lovinger, A. Rikanati, Z. Rosenberg, D. Rittel // *International Journal of Impact Engineering*. – 2011. – V. 38. – P. 918-929
5. Lovinger, Z. An experimental study on spontaneous adiabatic shear band formation in electro-magnetically collapsing cylinders / Z. Lovinger, D. Rittel, Z. Rosenberg // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2015. – V. 79. – P. 134-156.
6. Lovinger, Z. Modeling spontaneous adiabatic shear band formation in electro-magnetically collapsing thick-walled cylinders / Z. Lovinger, D. Rittel, Z. Rosenberg // *Mechanics of Materials*. – 2018. – V. 116. – P. 130-145.
7. Charakhch'yan, A.A. Converging shock waves in porous media / A.A. Charakhch'yan, I.V. Lomonosov, V.V. Milyavskii, V.E. Fortov, A.A. Frolova, K.V. Khishchenko, L.V. Shurshalov // *Technical Physics Letters*. – 2004. – V. 30. – P. 33–50.
8. Charakhch'yan, A.A. Numerical Study of Converging Shock Waves in Porous Media / K.V. Khishchenko, V.V. Milyavskii, V.E. Fortov, A.A. Frolova, I.V. Lomonosov, L.V. Shurshalov // *Technical Physics Letters*. – 2005. – V. 50. – P. 976–86.
9. Krasnikov, V.S. Dislocation based high-rate plasticity model and its application to plate-impact and ultra short electron irradiation simulations / V.S. Krasnikov, A.E. Mayer, A.P. Yalovets // *International Journal of Plasticity*. – 2011. – V. 27(8). – P. 1294-1308.
10. Mayer, A.E. Modeling of plasticity and fracture of metals at shock loading / A.E. Mayer, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov, P.N. Mayer // *Journal of Applied Physics*. – 2013. – V. 113(19).
11. Майер, А.Е. Динамическая прочность железа на сдвиг и растяжение: континуальное и атомистическое моделирование / А.Е. Майер // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. – 2014. – В. 6. – С. 58–67.
12. Popova, T.V. Evolution of shock compression pulses in polymethylmethacrylate and aluminum / T.V. Popova, A.E. Mayer, K.V. Khishchenko // *Journal of Applied Physics*. – 2018. – V. 123. – P. 235902.
13. Мейз, Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / М.: Мир, 1974. 318 с.
14. Khan, A.S. Strain rate effect of high purity aluminum single crystals: experiments and simulations / A.S. Khan, R. Nambori, J. Liu, J.W. Yoon, // *International Journal of Plasticity*. – 2015. – V. 67. – P. 39–52.
15. Khan, A.S. A deformation mechanism based crystal plasticity model of ultrafine-grained/nanocrystalline FCC polycrystals / A.S. Khan, J. Liu // *International Journal of Plasticity*. – 2016. – V. 86. – P. 56–69.

# ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ РОСТА ДИФФУЗИОННОГО СЛОЯ ПРИ ЛАЗЕРНОМ ЛЕГИРОВАНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА

**Мазорчук К.В.**

Научный руководитель — доцент, к.т.н. Бабин С.В.

МАИ, Ступино

mazorchuk\_kirill2001@mail.ru

При получении покрытий методом лазерного легирования на поверхность изделия из металлического материала предварительно наносят легирующие элементы различными способами (накатка фольги из легирующего материала, электролитическое осаждение, напыление, нанесение порошков и др.). Лазерное легирование осуществляют в режиме оплавления поверхности изделия.

В данной работе предложена математическая модель науглероживания двухслойных металлических материалов твердым карбюризатором с использованием лазерного нагрева. В качестве модельного материала рассмотрена низкоуглеродистая сталь с покрытием из хрома. Модель базируется на уравнениях одномерной нестационарной диффузии и теплопроводности с соответствующими краевыми условиями, причем рассмотрен способ науглероживания за счет растворения тонкого графитового слоя в оплавленном с поверхности покрытии из хрома, и последующей диффузии углерода вглубь расплава.

При лазерном легировании за счет применения высокочастотных колебаний лазерного луча непрерывного действия со сканированием обрабатываемой поверхности обеспечивается специфическое тепловое воздействие на обрабатываемый материал. Аппроксимацией такого воздействия является трехстадийный тепловой цикл: нагрев до заданной температуры (I стадия), выдержка при постоянной температуре поверхности материала (II стадия), охлаждение (III стадия). Этот способ теплового воздействия положен в основу математической формулировки поставленной задачи.

На базе математической модели разработан алгоритм расчета распределения концентрации углерода по толщине диффузионного слоя и соответствующая компьютерная программа, которая может быть адаптирована применительно к другим материалам при оценке эффективности лазерного легирования из твердой фазы.

Результаты расчетов для плотности теплового потока лазерного излучения 45000 Вт/см<sup>2</sup>, начальной толщины графитового слоя 10 мкм (с объемной относительной пористостью 0,2), толщины покрытия из хрома 150 мкм при времени нагрева поверхности до  $T \approx 2300^\circ\text{C}$  равном 0,0047 с приведены ниже:

Время, с -	0,0062	0,0082	0,0109
Толщина графитового слоя, мкм	6,9	4,3	0
Толщина виртуального карбидного слоя, мкм	10,2	15,0	19,6
Толщина диффузионного слоя, мкм	44,4	60,1	74,1

После охлаждения металла до комнатной температуры расчетная толщина карбидного слоя в покрытии из хрома составила 28 мкм, а толщина диффузионного слоя - 108 мкм.

## ВЫДАВЛИВАНИЕ ВНУТРЕННЕГО КОЛЬЦЕВОГО РЕБРА НА КОРПУСНОЙ ОБЕЧАЙКЕ

Мартиросов А.Р.

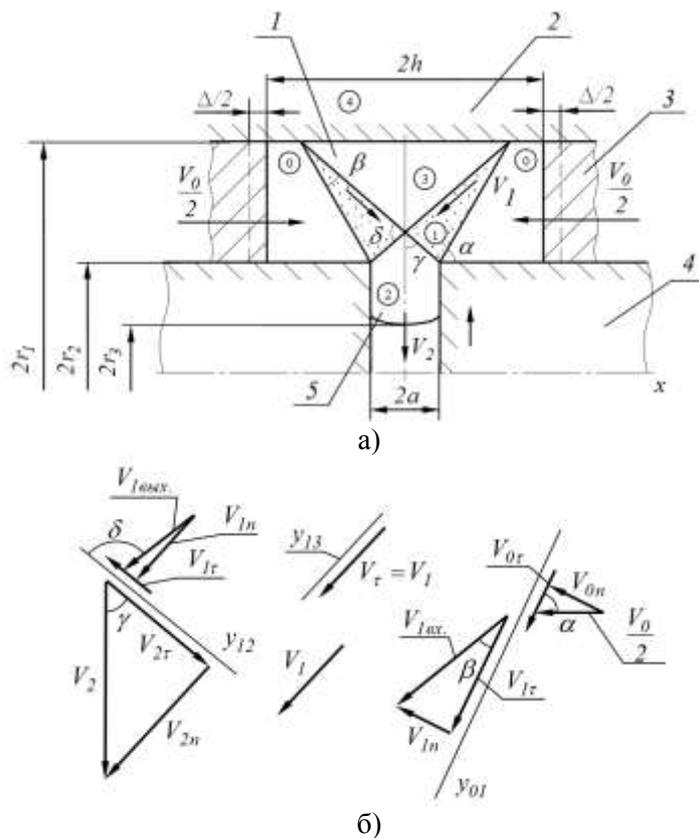
Научный руководитель - профессор, д.т.н. Черняев А.В.

ТулГУ, Тула

mpf-tula@rambler.ru

Рассмотрен процесс выдавливания внутренних ребер на цилиндрической обечайке корпуса. Даны соотношения для расчета режима технологии. Принято состояние вязко-пластичности, использован энергетический метод расчета.

Корпуса ряда изделий специальной техники состоят из обечаек с внутренними поперечными ребрами жесткости. Обечайка и ребра по условиям прочности являются монолитной конструкцией из высокопрочных сплавов. Традиционная технология изготовления – резание. Повышение эффективности производства названных обечаек может быть достигнуто за счет применения технологии обработки давлением, которая может производиться на многопунжерных прессах или на гидравлических, оснащенных боковым силовым приводом. Условия штамповки изотермические. При обработке давлением материал заготовки проявляет вязкие свойства, и режимы деформирования зависят от его упрочнения и разупрочняющего действия вязкости (ползучести) [1,2]. Эти факторы определяют степень деформации, давление, скорость формоизменения и влияют на качество изделия. Рассмотрим процесс формообразования давлением внутреннего ребра на цилиндрической обечайке. Схема процесса приведена на рис. 1,а. Материал цилиндрической обечайки 1, находящейся в контейнере 2, под сжимающим действием боковых пуансонов 3 вытекает в зазор между подвижными оправками 4, формируя внутреннее ребро 5. Для расчета режимов процесса будем использовать верхнеграницный энергетический метод с привлечением кинематики деформирования [3].



**Рис. 1.** Схема процесса, поле (а) и план скоростей (б).

**Кинематика, мощности, давление.** Введем осесимметричное блочное разрывное поле скоростей перемещений, изображенное на схеме процесса. Поле стационарно и состоит из блока деформаций «1» и жестких блоков «0», «2», «3». Блоки – фигуры вращения образующих линий относительно оси «x». Указанные на схеме углы связаны зависимостями

$$\beta = -\frac{\pi}{2} + \alpha + \gamma; \quad \gamma = \arctg[2a + (r_1 - r_2) \operatorname{ctg} \alpha]; \quad \delta = \pi - 2\gamma.$$

Угол  $\alpha$ , входящий в эти зависимости, определяется при расчете давления операции из условия минимума. Блоки ограничены поверхностями разрыва скоростей, длины образующих которых

$$l_{01} = \frac{r_1 - r_2}{\sin \alpha}, \quad l_{12} = \frac{\alpha}{\sin \gamma}, \quad l_{13} = \frac{r_1 - r_2}{\sin(\alpha - \beta)} - \frac{a}{\sin \gamma}. \quad (1)$$

Деформации имеют место в блоке деформаций и на поверхностях разрыва скоростей. Используя план скоростей (рис. 1,б), запишем необходимые выражения для расчета скоростей. Скорость в блоке деформаций зададим функцией

$$V_1 = \frac{V_0 \sin \alpha}{2 \sin \beta} \left[ 1 + \frac{1 - k}{y_{01} - y_{12}} (y - y_{01}) \right]. \quad (2)$$

Здесь

$$k = \frac{2(r_1^2 - r_2^2) \sin \beta \sin(\gamma + \delta)}{a^2 \sin \alpha \sin \gamma};$$

$y_{01} = (x - a) \operatorname{tg} \alpha + r_2$ ,  $y_{12} = -(x - a) \operatorname{ctg} \gamma + r_2$  - уравнения образующих линий соответствующих поверхностей разрыва скоростей;  $x$ ,  $y$  - координаты точек в блоке деформаций;  $V_0/2$  - скорость перемещения боковых пуансонов штампа. Компоненты скоростей деформаций и соответствующие им эквивалентные скорость деформаций и деформация определяются при учете функции (2), как

$$\begin{aligned} \xi_x &= \frac{\partial V_1}{\partial \alpha} \cos(\alpha - \beta); \quad \xi_y = \frac{\partial V_1}{\partial y} \sin(\alpha - \beta); \quad \xi_\phi = -\xi_x - \xi_y; \\ \xi_{xy} &= \frac{\partial V_1}{\partial x} \sin(\alpha - \beta) + \frac{\partial V_1}{\partial y} \cos(\alpha - \beta); \\ \xi_s &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ 2(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_\phi^2) + \xi_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta}{V_0} \xi_s, \quad (4)$$

где  $\Delta/2$  - ход бокового пуансона.

Деформируемый горящий материал заготовки находится в вязко-пластическом состоянии. Этому состоянию соответствует уравнение [1,2]

$$\sigma_s = A \varepsilon_s^m \xi_s^n. \quad (5)$$

Здесь  $\sigma_s, \varepsilon_s, \xi_s$  - соответственно эквивалентные напряжение, деформация, скорость деформаций;  $A, m, n$  - константы материала при данной температуре обработки. Выражения (1) - (5) позволяют записать мощность в блоке деформаций, т.е.

$$N_1 = \int_w \sigma_s \xi_s dW =$$

$$= \frac{\pi A y_{u.m.} (r_1 - r_2)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} \left( \frac{r_1 - r_2}{\sin(\alpha - \beta)} - \frac{a}{\sin \gamma} \right) \left( \frac{\Delta}{V_0} \right)^m \int_0^c \int_{y_{12}}^{y_{01}} \xi_3^{1+m+n} dy dx, \quad (6)$$

где  $c = (r_1 - r_2) \operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$ ;  $y_{u.m.}$  - ордината центра тяжести блока деформаций в продольной плоскости (плоскость  $xy$ ).

Обратимся к поверхностям разрыва скорости. На поверхности с образующей «01» касательная компонента скорости выражается соотношением

$$V_\tau = \frac{V_0}{2} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \beta), \quad (7)$$

что следует из плана скоростей. Эквивалентные скорость деформаций, деформацию и касательное напряжение при учете уравнения (5) представим в виде

$$\xi_3 = \frac{2V_\tau}{\sqrt{3}l_{01}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta}{V_0} \xi_3; \quad \tau = \frac{A}{\sqrt{3}} \left( \frac{\Delta}{V_0} \right)^m \xi_3^{m+n}. \quad (8)$$

Мощность на этой поверхности запишем, используя выражения (1), (7) и (8)

$$N_{01} = \tau V_\tau S_{01} = \frac{\pi}{2} A (r_1 + r_2) (r_1 - r_2)^{1-m-n} \Delta^m V_0^{1+n} (\sin \alpha)^{2(m+n)} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\alpha - \beta) \right]^{1+m+n} \quad (9)$$

Мощность на поверхности «12» получим аналогичным образом в виде

$$N_{12} = \frac{\pi}{2} A \frac{r_1 - a \cdot \operatorname{ctg} \gamma}{a^{1+3(m+n)}} \Delta^m V_0^{1+n} \left( \frac{1}{\sin \gamma} \right)^2 \times \left[ \frac{2}{\sqrt{3}} (r_1^2 - r_2^2) \sin(\gamma + \delta) \right]^{1+m+n} \quad (10)$$

На поверхности разрыва «13» имеем

$$\xi_3 = \frac{2V_1}{\sqrt{3}l_{13}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta}{V_0} \xi_3; \quad \tau = \frac{A}{(\sqrt{3})^{1+m+n}} \left( \frac{\Delta}{V_0} \right)^m \left( \frac{2V_1}{l_{13}} \right)^{m+n} \quad \text{при } y = y_{13}. \quad (11)$$

Мощность на этой поверхности запишем при учете выражения (1), (2) и (11). Таким образом

$$N_{13} = 2\pi A y_{u.m.} l_{13}^{1-m-n} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+m+n} \left( \frac{\Delta}{V_0} \right)^m \int_0^c (V_1)_{y=y_{13}}^{1+m+n} dx \quad (12)$$

Здесь  $y_{u.m.} = \frac{1}{2}(r_1 + r_2 + a \cdot \operatorname{ctg} \gamma)$ ;  $y_{13} = (x + a) \operatorname{ctg} \gamma + r_2$ ;  $l_{13}$  - длина образующей «1»,  $V_1$  - скорость на поверхности разрыва «2» при  $y = y_{13}$ .

Так как мощность внешних сил

$$N_{\text{вн}} = \frac{\pi}{2} (r_1^2 - r_2^2) V_0 q, \quad (13)$$

то по условию баланса мощностей [3] получим, используя соотношения (6), (9), (10), (12), (13), давление формообразования

$$q \leq \frac{2(N_1 + N_{01} + N_{12} + N_{13})}{\pi(r_1^2 - r_2^2)V_0} \quad (14)$$

Зависимость  $q(\alpha)$  минимизируется графически по углу  $\alpha$ . Давление, как следует из выражения (14), определяется в функции степени формоизменения и скорости операции.

Сделаем оценку повреждаемости материала заготовки. Положим, что в блоке деформаций  $\xi_3 = \operatorname{const}$ , и величины  $\xi_3, \varepsilon_3, \sigma_3$  определяются формулами (3) - (5) при

текущем значении хода  $\Delta$ . Воспользуемся энергетическим и деформационным критериями прочности [1,2]. По первому из них повреждаемость будет определяться уравнением

$$\omega = \frac{1}{A_{np.}} \int_0^{\Delta_k} \sigma_{\xi} \xi dt = \frac{A_{\xi}^{\xi^{1+m+n}}}{A_{np.} V_0^{1+m}} \int_0^{\Delta_k} \Delta^m \cdot d\Delta = \frac{A_{\xi}^{\xi^{1+m+n}}}{A_{np.} (1+m)} \left( \frac{\Delta_k}{V_0} \right)^{1+m} = \frac{A_{\xi}^{\xi^{1+m+n}}}{A_{np.} (1+m)} t_k^{1+m} \quad (15)$$

Здесь  $0 \leq \omega \leq 1$  - повреждаемость при  $0 \leq \Delta_k \leq \Delta_{кр.}$ ;  $\Delta_{кр.}$  - критический конечный ход пуансонов;  $t_k$ ,  $\Delta_k$  - конечные время и рабочий ход;  $A_{np.}$  - предельная удельная работа разрушения материала. По деформационному критерию

$$\omega = \frac{\varepsilon_{\xi}}{\varepsilon_{\xi np.}} = \frac{\Delta_k \xi_{\xi}}{V_0 \varepsilon_{\xi np.}} = \frac{\xi_{\xi} t_k}{\varepsilon_{\xi np.}}, \quad (16)$$

где  $\varepsilon_{\xi np.}$  - предельная эквивалентная деформация материала. Условие  $\omega = 1$  накладывает ограничение на скорость операции в выражении (15) или на величину хода независимо от скорости в выражении (16).

Теоретические исследования проводились для обечайках из алюминиевого сплава АМгб при температуре  $450 \pm 10^\circ\text{C}$  (рис. 2). Размеры заготовок:  $2r_1=300\text{мм}$ ,  $2r_2=280\text{мм}$ ,  $2r_3=250\text{мм}$ ,  $2a=10\text{мм}$ ,  $2h_0=350\text{мм}$ ; ход  $\Delta=15\text{мм}$ . Константы материала принимались по данным работы [2].

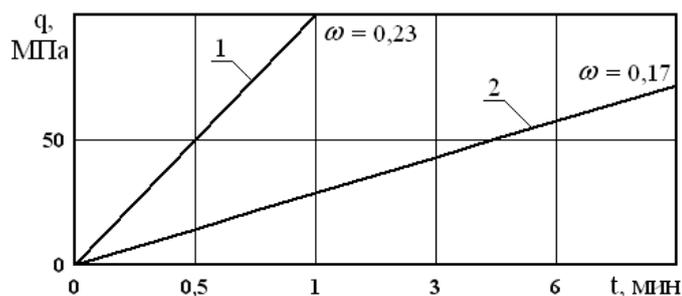


Рис. 2. Графики «давление-время»: 1 - при  $t_k = 1$  мин.; 2 - при  $t_k = 10$  мин.

Установлено, что давление операции значительно снижается при уменьшении скорости формоизменения (увеличении времени). На данных заготовках увеличение времени от 1 мин. до 10 мин. приводило к уменьшению силы операции в 1,3-1,5 раза. При этом возможно увеличение степени деформации без разрушения заготовки. Повреждаемость данного сплава определяется уравнением энергетической теории ползучести и прочности (15). Она растет в процессе формообразования, причем наиболее интенсивно при увеличении скорости. Таким образом, увеличение длительности деформирования при заданной конечной степени формоизменения способствует снижению силы операции и повреждаемости материала, что влияет на качество изделия.

**Выводы:** 1. Горячее формообразование давлением при регламентированной скорости операции эффективно для производства корпусных деталей с внутренними ребрами из высокопрочных сплавов.

2. Давление операции и повреждаемость деформируемого материала уменьшаются при снижении скорости в связи с развитием ползучести материала.

### Литература

1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Учебник для студентов вузов. - М.: Машиностроение, 1968. 400 с.

2. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением. - Екатеринбург: Изд-во Уральского государственного технического университета – УПИ, 2001. 836 с.
3. Хван А.Д., Панин П.М. Пресс для комбинированного нагружения при обработке металлов давлением // КШП. ОМД. 2011. № 10. С. 36 – 39.
4. Димов Ю.В. Метрология, стандартизация и сертификация. Серия: учебник для ВУЗов. Издательство: Питер, 2013. 476 с.

## **АНАЛИЗ НАКОПЛЕНИЯ КОНТАКТНО-УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ В УСЛОВИЯХ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ**

**Мещерякова А.Р.**

Научный руководитель — академик, д.ф-м.н. Горячева И.Г.

МФТИ, Москва

mif-almira@yandex.ru

При качении характерным механизмом разрушения поверхностных слоёв является контактно-усталостное изнашивание [1]. Благодаря неоднородному циклическому полю внутренних напряжений в подповерхностных слоях контактирующих тел вблизи областей фактического контакта накапливаются повреждения материала [2]. Обзор подходов к моделированию контактно-усталостного изнашивания при качении приведен в [3]. Анализ напряженного состояния при качении упругого цилиндра по основанию из того же материала проведён в [4]. В данном исследовании решается контактная задача о качении упругой сферы по упругому полупространству, покрытому вязкоупругим слоем, при наличии продольного и бокового проскальзывания, а также вращения катящегося тела в пространственной постановке. Для нахождения касательных контактных напряжений используется численная реализация вариационного метода, в котором минимизируется функционал, построенный с учетом граничных условий для напряжений и перемещений в области контакта. Для выбранной модели накопления поврежденности, связанной с максимальным касательным напряжением и числом циклов, выполняется расчёт функции поврежденности. Материал разрушается, когда значение функции поврежденности становится равным пороговому значению. Проводится анализ совместного влияния проскальзывания, коэффициента трения скольжения и свойств вязкоупругого слоя (толщины, модуля упругости и времени релаксации материала слоя) на распределение контактных и внутренних напряжений в упругом полупространстве, в частности, изменение с глубиной амплитудных значений максимальных касательных напряжений. Установлено, что при больших значениях коэффициента трения скольжения функция зависимости максимального касательного напряжения от вертикальной координаты имеет два максимума: на поверхности и под поверхностью на глубине около половины радиуса области контакта. Результаты моделирования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в упругом теле под вязкоупругим покрытием показывают, что наличие возобновляемого промежуточного слоя в контакте трения качения является одним из способов снижения максимальных касательных напряжений вблизи поверхности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00400.

### **Литература**

1. Stewart S., Ahmed R. Rolling contact fatigue of surface coatings - A review // Wear. 2002. Vol. 253, № 11–12. P. 1132–1144.
2. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.
3. Sadeghi F. et al. A review of rolling contact fatigue // J. Tribol. 2009. Vol. 131, № 4. P. 1–15.
4. Goryacheva I.G., Torskaya E.V., Zakharov S.M. The effect of relative slippage and properties of the surface layer on the stress-strain state of elastic bodies in rolling friction // Frict. Wear. 2003. Vol. 24, № 1. P. 5–15.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ В ОЧАГЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЯХ

Мишов Н.В., Шиллер Н.П., Корчакин А.С.

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Кокорин В.Н.

УлГТУ, Ульяновск

nikolaimishov@mail.ru

Анализ программных продуктов, используемых при моделировании процессов ОМД, позволил выделить в качестве основной – многоцелевую программу конечно-элементного анализа ANSYS/LS-DYNA, которая позволяет дать оценочную характеристику поэтапного деформирования при вырубке.

Значения и знак напряжений и деформаций «растяжение-сжатие» в очаге разделения определяют качество боковой поверхности среза, что может обеспечено варьируя величиной межинструментального зазора. Таким образом, можно прогнозировать продолжительность этапа разделения металла и характер разрушения в очаге деформации процесса вырубки при различных значениях межинструментальных зазоров.

Для анализа напряженно-деформированного состояния в системе «заготовка - рабочий инструмент» в очаге деформирования была разработана расчетная конечно-элементная модель вырубки по наружному контуру для тонколистового материала при реализации плоской деформации.

Моделирование процесса вырубки с использованием программного обеспечения LS-DYNA осуществлялось в следующей последовательности. Была построена конечно-элементная модель процесса разделения со следующими параметрами: диаметры пуансонов – (24,5; 24,6; 24,7) мм, диаметр рабочего отверстия матрицы 24,8 мм, межинструментальный зазор соответственно (0,15; 0,1; 0,05) мм, толщина вырубаемой заготовки 1 мм.

Были заданы следующие параметры процесса вырубки: тип материала – упруго-пластический, размер конечно-элементной сетки – (0,03x0,03) мм.

В качестве исходного материала использовались стали 08, 20 и 45, толщина материала  $S=1$  мм. Вырубка производится при зазорах между матрицей и пуансоном равных 5%, 10% и 15% от толщины материала. Варьирование марки материала и величин зазоров в данных диапазонах использован для оценки рациональных их величин при обеспечении минимальной высоты заусенца ( $h_{\text{заус}}$ ) и минимального усилия деформирования ( $P$ ).

При расчётах применен метод конечных элементов, который позволяет определить напряженно-деформированное состояние на различных этапах деформирования. Для уменьшения погрешности вычисления использована сетка в виде правильных многоугольников.

В результате расчетов выявлено пять характерных стадий процесса вырубки, отличающихся между собой как характером деформации металла (упругая, упруго-пластическая, срез), так и величиной пластических напряжений в очаге деформации.

*1-я стадия:* момент касания пуансона с деталью (деформация составляет  $\varepsilon=25\%$ ).

Наблюдается появление упругой деформации при этом пуансон производит сжатие металла, наблюдается упругий прогиб, металл вдавливается в рабочее отверстие матрицы. Максимальные напряжения не превышают: а) 378 МПа; б) 405 МПа; в) 490 МПа;

*2-я стадия:* момент начала отделения детали от заготовки (деформация составляет  $\varepsilon=50\%$ ).

Наблюдается появление упруго-пластической деформации. Максимальные напряжения не превышают: а) 564 МПа; б) 598 МПа; в) 651 МПа;

*3-я стадия:* появление заусенца на поверхности среза детали (деформация составляет  $\varepsilon=75\%$ ).

Рост пластических напряжений и начало образования скалывающих трещин. Максимальные напряжения не превышают: а) 687 МПа; б) 699 МПа; в) 733 МПа;

*4-я стадия:* продолжение процесса разделения металла. (деформация составляет  $\varepsilon=90\%$ )

При дальнейшем опускании пуансона происходит полное отделение вырубаемого контура. Максимальные напряжения не превышают: а) 865 МПа; б) 892 МПа; в) 925 МПа;  
5-я стадия: окончание процесса вырубки, часть заусенца удаляется. за счет пластического контакта поверхности разделения с матрицей.

Анализ результатов моделирования позволил сделать вывод, что основные этапы механизма разделения при вырубке (пробивки) остаются постоянными в пределах рассматриваемых величин межинструментального зазора, при этом, наблюдается соответственно увеличение величины напряжений.

При этом, установлена рациональная величина межинструментального зазора для сталей 08, 20, 45, соответствующая 5% от толщины материала, при котором обеспечивается повышение качества поверхности разделения, уменьшение максимальных напряжений в очаге деформации, и как следствие, повышение стойкости инструментальной оснастки.

Сопоставление результатов численного моделирования показало, что при различных технологических зазорах по мере увеличения нагрузки растет очаг деформации и концентрация напряжений у режущих кромок. По мере перемещения верхнего инструмента интенсивность напряжений распространяется вглубь очага деформации, выявлен межинструментальный зазор, обеспечивающий высокое качество боковой поверхности среза, который составляет 5% от толщины материала.

### **АНАЛИЗ ТЕПЛОВЫХ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СВАРКЕ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СВОЙСТВ РАЗЛИЧНЫХ ЗОН СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ**

**Насейкина А.С., Давыдов Э.А., Мясников М.М.**

Научный руководитель — доцент, к.т.н. Беляев А.В.

КНИТУ-КАИ, Казань

naseykina2016@mail.ru

В настоящее время сварка как процесс получения неразъёмных соединений широко применяется на предприятиях авиационного двигателестроения, самолетостроения и в космической технике. В данной работе рассматривается наружный корпус камеры сгорания газотурбинного двигателя НК-86, изготовленный из жаропрочной стали аустенитного класса 10X11H20T2P. При аргонодуговой сварке указанной конструкции её кромки нагреваются и происходит плавление основного и присадочного материала. Количество теплоты, введенное в область сварки, во многом определяет структуру (фазы, величины зерен), размер зоны термического влияния и свойства сварного соединения. Для их прогнозирования могут применяться математические модели, схемы и допущения, подробно рассмотренные в работах [1-2]. Для автоматизации и визуализации используются программные комплексы трехмерного моделирования КОМПАС 3D и конечно-элементного анализа Siemens NX, Simufact.Welding и др. Для экспериментальных исследований тепловых полей при сварке применялись 6 термопар, аналогово-цифровой преобразователь и бесконтактные средства – инфракрасный термометр и пирометр. Наиболее оптимальным оказался подход, когда моделирование процессов и экспериментальные методы применялись параллельно [3-4].

Была установлена взаимосвязь приращений температуры  $\Delta T$  при аргонодуговой сварке со структурой и свойствами различных участков сварного соединения, в частности твердостью по Виккерсу HV. Для её прогнозирования также применялся фрактальный анализ микроструктур, связанный с компьютерной обработкой изображений полученных микроструктур программой MFDRom. Далее в работе процесс сварки рассматривался как объект «черный ящик». Входными параметрами выступали режимы сварки, а функцией отклика – твердость, один из показателей качества сварного соединения. Также был проведен анализ физико-химических процессов, протекающих при данном способе сварки, что позволило предупредить возникновение горячих трещин.

Проведенные исследования в области сварочных процессов позволяют определить параметры режима сварки исходя из условия получения бездефектных твердых и прочных сварных соединений, а также исключить возникновение нежелательных напряжений и деформаций после охлаждения конструкции. Оценка действующих температур позволила спрогнозировать структуру соединения за счет совместного исследования диаграмм состояния и изотерм на соответствующих участках.

В результате проделанной работы получена математическая модель, позволяющая по исходным параметрам (режимы сварки) спрогнозировать свойства (твердость и прочность) сварного соединения. Установлено, что для определения оптимальных параметров режима сварки необходим комплексный анализ как тепловых, так и физико-химических процессов.

### **Литература**

1. Коновалов А.В., Куркин А.С., Неровный Э.Л., Якушин Б.Ф. Теория сварочных процессов: Учебник для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 752 с.
2. Волченко В.Н., Винокуров В.М. Теория сварочных процессов: Учебник. – М.: Высшая школа, 1988. – 559 с.
3. Федяев В.Л., Осипов П.П., Беляев А.В., Сироткина Л.В. Математическое моделирование процессов, протекающих при электроконтактной сварке деталей с покрытиями / Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки, 2017. Т. 23, №4. – С. 149-158.
4. Федяев В.Л., Галимов Э.Р., Беляев А.В., Сироткина Л.В. Математическое моделирование нагрева, плавления электродов и присадочных металлов / Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та (КНИТУ-КАИ), 2019. №2. – С. 78-82.

## **ВЛИЯНИЕ СООТНОШЕНИЯ РАБОЧИХ ГАЗОВ ПРИ РЕАКТИВНОМ МАГНЕТРОННОМ НАПЫЛЕНИИ СЛОЕВ ТИТАНА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА**

**Новикова Д.А., Сударчикова М.А., Насакина Е.О., Каплан М.А.,  
Конушкин С.В., Сергиенко К.В.**

ИМЕТ РАН, Москва  
bloodymaria@list.ru

Приведены результаты исследования влияния объемного соотношения рабочих газов при реактивном магнетронном напылении при постоянном токе на механических свойства композиционного материала на основе алюминиевого сплава Д16 с поверхностными слоями из титана и нитрида титана. Также исследовано влияние азота и его количества на изменения параметров магнетронного напыления.

**Введение.** Антифрикционные материалы, применяемые в условиях трения скольжения и обладающие в определенных условиях низким коэффициентом трения, отличаются низкой способностью к адгезии, хорошей прирабатываемостью, теплопроводностью и стабильностью свойств [1]. Однако среди относительно большого разнообразия таких материалов существуют одинаковые недостатки. Так, дорогостоящие антифрикционные бронзы и другие сплавы на основе тяжелой меди некоторые исследователи предлагают заменять на алюминиевые сплавы [2,3]. Алюминиевые сплавы благодаря малой плотности, высокой коррозионной стойкости и механическим свойствам используются во многих отраслях промышленности и науки: машиностроение, авиастроение, космонавтика и т.д. Однако для получения антифрикционных характеристик алюминий легируют оловом, свинцом и той же медью, что не позволяет значительно снизить вес и достигнуть высоких эксплуатационных характеристик. Модификация поверхности чередующимися слоями нитрида титана и титана позволит использовать прочные алюминиевые сплавы в качестве основы, что увеличит не только несущую способность деталей и узлов, а также их ресурс, износостойкость и коррозионную стойкость. Анализ зарубежных работ показал, что существует положительный опыт получения подобного вида композиционных материалов методами CVD и PVD технологий [4-7].

**Методы.** В данной работе были получены слоистые композиционные материалы на основе конструкционного алюминиевого сплава Д16 со слоями из титана и нитрида титана методом магнетронного напыления на постоянном токе с помощью многофункциональной

высоковакуумной системы напыления ВУКУ Multi tool TORR International. Камера для очистки от воздушных примесей откачивалась до остаточного давления  $\sim 3 \times 10^{-6}$  Торр. Далее в объем камеры проводили напуск аргона для получения слоя из Ti до рабочего давления  $\sim 3 \times 10^{-3}$  Торр. При получении поверхностного слоя из TiN в объем камеры проводился напуск аргона и азота до рабочего давления до  $\sim 3 \times 10^{-3}$  Торр со варьируемой скоростью поток в зависимости от требуемого соотношения газов. В работе исследовалось влияние различного объемного соотношения рабочих газов  $N_2/Ar = 1/3, 1/2, 1/1$  и времени напыления (10-30 минут напыления) на механические свойства получаемых композиционных материалов.

Микротвердость определяли с помощью оснащенного оптическим микроскопом прибора WOLPERT GROUP 401/402 – MVD с компьютерным управлением. Статические свойства исследованных образцов определялись на универсальной испытательной механической машине INSTRON 3382.

Было отмечено, что с увеличением времени напыления при объемном соотношении рабочих газов  $N_2/Ar = 1/1$  значение напряжения магнетронного напыления увеличивалось. Образцы из сплава Д16 в состоянии после закалки и старения, показали снижение механических свойств в 2 раза, что обусловлено перестариванием во время процесса напыления.

### Литература

1. Оськин В.А., Памфилов Е.А. Методы совершенствования подшипников скольжения//Новые материалы и технологии в машиностроении, 2020, №32, С. 48-50.
2. Столярова О.О., Муравьева Т.И., Загорский Д.Л., Белов Н.А. Микроскопия в исследовании поверхности антифрикционных многокомпонентных алюминиевых сплавов//Физическая мезомеханика, 2016, том 19, №5. С.105-114.
3. Щербакова О.О., Муравьева Т.И., Загорский Д., Мезрин А. М., Сачек Б.Я. Комплексное исследование поверхностных слоев и трибологических свойств антифрикционных сплавов системы Al-Si-Cu-SN + Fe//Физическая мезомеханика, 2018, том 21, №4. С.97-106.
4. Domínguez-Crespo M.A., Torres-Huerta A.M., Rodríguez E., González-Hernández A., Brachetti-Sibaja S.B., Dorantes-Rosales H.J., López-Oyama A.B. Effect of deposition parameters on structural, mechanical and electrochemical properties in Ti/TiN thin films on AISI 316L substrates produced by r. f. magnetron sputtering//Journal of Alloys and Compounds, 2018, volume 746. P.688-698.
5. S., Shanaghi A., Chu P.K. Nano mechanical and wear properties of multi-layer Ti/TiN coatings deposited on Al 7075 by high-vacuum magnetron sputtering//Thin Solid Films, 2017, volume 638. P.96-104.
6. Kuzioła K., Kopera K., Kaczmarek Ł., Grzesika Z. Plasmachemical modification of aluminum-zinc alloys using  $NH_3$ -Ar atmosphere with anti-wear coatings deposition//Materials Chemistry and Physics, 2017, volume 189. P.198-206.
7. Насакина Е.О., Серёгин А.В., Спрыгин Г.С., Химюк Я.Я., Демин К.Ю., Севостьянов М.А., Колмаков А.Г. Влияние дистанции напыления и угла падения на формирование функциональных поверхностных слоев. В сборнике: Третий междисциплинарный молодежный научный форум с международным участием "Новые материалы" Сборник материалов. 2017. С. 621-624.

### СОГЛАСОВАННЫЕ СДВИГИ ПО СИСТЕМАМ СКОЛЬЖЕНИЯ КАК МЕХАНИЗМ ПОВОРОТА МИКРООБЪЕМА КРИСТАЛЛА

Окатыев Р.С., Давлятшин Р.П., Герасимов Р.М., Пиль Н.Е., Соколов А.С., Зубко И.Ю.

ПНИПУ, Пермь

zoubko@list.ru

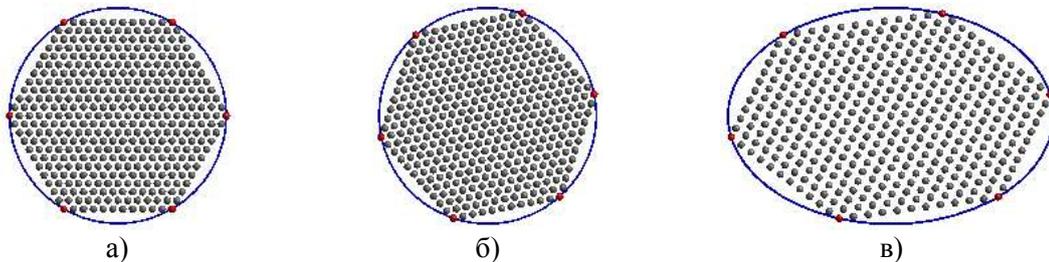
В работе с помощью дискретно-атомистического моделирования исследуется поворот микрообъема кристалла в двумерной постановке. Показано, что вращательная степень свободы микрообъема является дополнительным каналом понижения упругих напряжений решетки. За счет промежуточного поворота реализуется конфигурация, геометрически соответствующая предписанным деформациям границы микрообъема, внутри которого решетка кристалла повернута относительно исходной решетки и деформирована таким образом, что ее упругая энергия меньше, чем в конфигурации, получаемой при тех же наложенных деформациях, но без поворота. Найдены зависимости угла поворота микрообъема от кратности удлинения и интенсивности простого сдвига. Показано, что произвольный поворот двумерного микрообъема кристалла с осью симметрии третьего порядка может быть реализован с помощью равных сдвигов по его системам скольжения, причем это представление единственно.

**Введение.** Интенсивные пластические деформации металлических поликристаллов часто сопровождаются явлениями, связанными с поворотами микрообъемов кристаллитов – формированием текстуры деформируемого поликристалла, образованием и разворотами фрагментов зерен [1-2]. Для описания процессов этого класса поворот микрообъема кристаллита в данной работе трактуется как дополнительная степень свободы материала. Для простоты рассмотрен плоский случай, для которого поворот всегда совершается вокруг нормали к плоскости, в которой происходит деформирование среды. При описании процесса однородного упругопластического деформирования микрообъема кристаллита, который описывается тензором деформационного градиента  $\mathbf{F}$ , будем рассматривать промежуточную конфигурацию, которая отличается от отсчетной равновесной конфигурации на поворот, заданный собственно ортогональным тензором  $\mathbf{Q}(s) = \mathbf{I} \cos s + \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} (1 - \cos s) + \mathbf{n} \times \mathbf{I} \sin s$ , где  $s$  – угол поворота вокруг единичного вектора нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости материала. Будем считать поворот на угол  $s$  степенью свободы, за счет которой материал подстраивается под воздействия, уменьшая свою упругую энергию  $u$ , связанную с искажением кристаллической решетки. Следовательно, промежуточную конфигурацию можно найти из решения задачи оптимизации при наложенной кинематике, задаваемой тензором  $\mathbf{F}$ :

$$u(s, \mathbf{F}) \rightarrow \min_s . \quad (1)$$

Функцию  $u(s, \mathbf{F})$  будем определять с помощью дискретно-атомистического моделирования, используя потенциал Леннард-Джонса взаимодействия атомов микрообъема кристаллита [3]. Заметим, что промежуточная конфигурация не реализуется в действительном движении микрообъема кристаллита, и нужна только для определения значения поворота решетки. Для определенности далее для микрообъема кристаллита рассматриваются движения в виде чистого растяжения  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + (\lambda - 1)\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1$  и простого сдвига  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \gamma\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2$ , где параметры  $\lambda$  и  $\gamma$  соответствуют конечным деформациям.

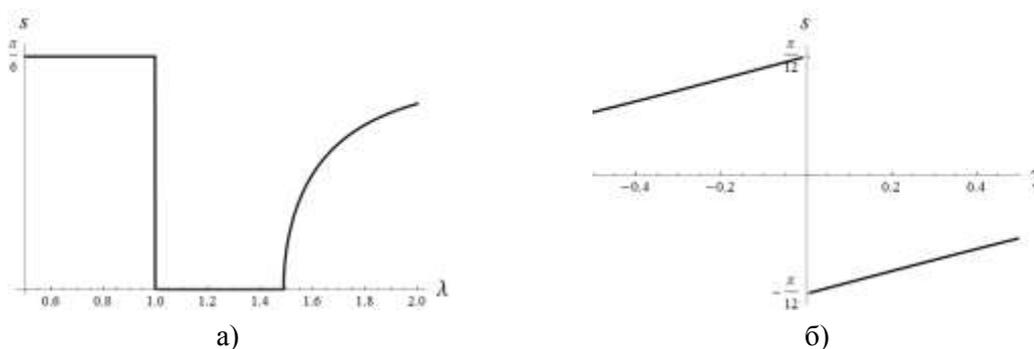
**Промежуточная конфигурация микрообъема кристаллита.** Для получения текущей и промежуточной конфигураций микрообъема строится отсчетная конфигурация с решеткой, обладающей осью симметрии третьего порядка, форма микрообъема имеет симметрию того же типа (рис. 1, а). Внешний контур микрообъема показан на рис. 1 сплошной линией.



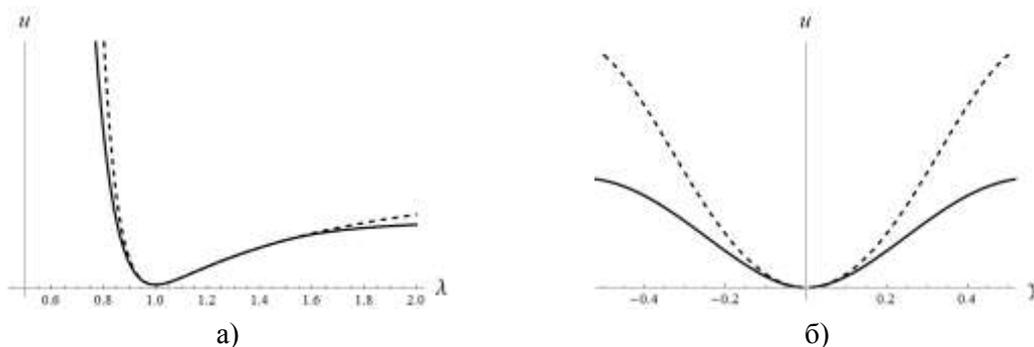
**Рис. 1.** Конфигурации микрообъема кристаллита: а) отсчетная равновесная, б) промежуточная повернутая на  $s = 0.2$ , в) текущая деформированная при  $\lambda = 1.5$ .

Межатомное расстояние в отсчетной конфигурации микрообъема находится из решения задачи минимизации полной потенциальной энергии системы атомов в отсутствие тепловых колебаний. Пусть  $\mathbf{R}_i$  – радиус-вектор  $i$ -го атома кристаллита в отсчетной,  $\mathbf{R}_i^\# = \mathbf{Q}(s) \cdot \mathbf{R}_i$  – в промежуточной,  $\mathbf{r}_i = \mathbf{F} \cdot \mathbf{R}_i^\# = \mathbf{F} \cdot \mathbf{Q}(s) \cdot \mathbf{R}_i$  – в текущей конфигурации. Тогда  $\mathbf{F}_{inner} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{Q}(s)$  – внутренние искажения кристаллической решетки при переходе от отсчетной к текущей конфигурации. Внешний контур деформируемого микрообъема соответствует наложенной кинематике – окружность переходит в эллипс (рис. 1, в). При фиксированных искажениях  $\mathbf{F}$  внутренняя энергия в текущей конфигурации является функцией только параметра  $s$ . Решение задачи (1) при чистом растяжении находится с точностью до знака  $s$ . Пример

зависимости  $s(\lambda)$  при  $s \geq 0$  приведен на рис.2, а, который показывает, что при отсутствии сопротивления со стороны окружающего объема при растяжении кристаллит стремится постепенно ориентировать свои направления плотнейшей упаковки атомов ортогонально оси растяжения, начиная со значения  $\lambda \approx 1.5$ , оптимально для последующего разрушения [2]. При сжатии материал стремится совершить такой поворот мгновенно. При простом сдвиге  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \gamma \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2$  для любого ненулевого значения  $\gamma$  микрообъем стремится повернуться (рис.2, б), то есть текущая ориентация решетки оказывается неустойчивой. Поскольку рассматривается не процесс перестройки системы атомов, а два состояния кристаллита при деформировании – отсчетное и текущее, время не входит в переменные внутренней энергии, и описывается квазистатическое деформирование. Вычисление внутренней энергии системы атомов кристаллита, зависящей от  $s$ , и поточечное определение зависимостей рис.2 при численном решении задачи минимизации (1) выполнялось в пакете *Wolfram Mathematica* [5]. Зависимости упругой энергии кристаллической решетки от параметров деформирования (рис.3) демонстрируют стремление микрообъем кристаллита повернуться, чтобы уменьшить энергию своих упругих напряжений.



**Рис.2.** Зависимость угла  $s$  от а) кратности удлинения  $\lambda$ , б) интенсивности сдвига  $\gamma$ .



**Рис.3.** Зависимость энергии  $u$  от а) кратности удлинения  $\lambda$ , б) интенсивности сдвига  $\gamma$ ; сплошная линия построена с учетом перехода в промежуточную конфигурацию за счет поворота микрообъема  $s$ , пунктирная линия – без учета поворота  $s$ .

**Механизм реализации поворота микрообъема кристаллита.** Поскольку промежуточная конфигурация энергетически эквивалентна отсчетной, то возникает вопрос, может ли она быть получена из отсчетной с помощью комбинации пластических сдвигов по системам скольжения кристаллита. Рассматриваемый кристаллит обладает тремя равнонаклоненными системами скольжения, образованными линиями плотнейшей упаковки атомов. Пусть эти системы определяются векторами нормалей  $\mathbf{n}_{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$  к линиям плотнейшей упаковки атомов, лежащими в плоскости кристаллита, и направлениями скольжения  $\mathbf{b}_{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$  вдоль линий плотнейшей упаковки атомов кристаллита. Тогда тензор деформационного градиента

$\mathbf{F} = \kappa(\mathbf{I} + \sum_{i=1}^3 \gamma_{(i)} \mathbf{b}_{(i)} \mathbf{n}_{(i)})$  описывает пластические искажения микрообъема кристаллита при одновременном скольжении дислокаций по трем указанным системам с интенсивностями сдвига  $\gamma_{(i)}$ , без относительного изменения объема за счет использования множителя  $\kappa$ ,  $\det \mathbf{F} = 1$ . Для определения значений параметров  $\kappa$ ,  $\gamma_{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$ , необходимых для получения любой конфигурации, отличающейся от отсчетной на жесткий поворот, ставится задача:

$$\left\| \kappa(\mathbf{I} + \sum_{i=1}^3 \gamma_{(i)} \mathbf{b}_{(i)} \mathbf{n}_{(i)}) - \mathbf{Q}(s) \right\|^2 \rightarrow \min_{\kappa, \gamma_{(i)}}, \|\mathbf{A}\|^2 = A_{ij} A^{ji}. \quad (2)$$

Решение этой задачи единственно и представляется для данного кристаллита аналитически:

$$\kappa = \cos s, \gamma_{(1)} = \gamma_{(2)} = \gamma_{(3)} = -\frac{2}{3} \sin s. \quad (3)$$

Таким образом, одновременное скольжение дислокаций по всем трем системам скольжения рассматриваемого плоского кристаллита с одинаковыми интенсивностями сдвига приводит к жесткому повороту всего микрообъема. Любой необходимый поворот может быть получен в результате такого движения, включая повороты, соответствующие зависимостям рис.2.

Представленные на рис.2 результаты для зависимости угла поворота микрообъема кристалла от параметров деформирования не зависят от размеров исследованных объемов (количества атомов для вычисления энергии упругих искажений) и значений параметров потенциала межатомного взаимодействия, а определяются только геометрией кристалла. Для сравнения рассматривался потенциал Ми [3] с разными значениями показателей степени, энергии связи и равновесного межатомного расстояния. Значения энергии упругих искажений на рис.3 при использовании других потенциалов центрального типа менялись, но качественных изменений формы и взаимного расположения найденных кривых не наблюдалось.

**Заключение.** Для двумерного микрообъема с кристаллическим строением показано, что при деформациях простого одноосного растяжения и простого сдвига материалу энергетически выгодно повернуться, подстраиваясь под возникающие деформации. Показано, что любой необходимый материалу поворот может быть получен за счет равных сдвигов, прошедших одновременно по трем системам скольжения дислокаций, с интенсивностями, связанными только с углом поворота кристаллита.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM-2020-0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Швейкин А.И., Ашихмин В.Н., Трусов П.В. О моделях ротации решетки при деформировании металлов// Вестник ПГТУ. Механика, 2010. – № 1. – С. 111–127.
2. Останина Т.В., Швейкин А.И., Трусов П.В. Измельчение зеренной структуры металлов и сплавов при интенсивном пластическом деформировании: экспериментальные данные и анализ механизмов// Вестник ПНИПУ. Механика, 2020. – № 2. – С. 85-111.
3. Israilishvili J.N. Intermolecular and surface forces. – Academic Press: Harcourt Brace and Company, 1998. – 450 pp.
4. Zubko I.Yu. Measures of discontinuities for crystal damaging // AIP Conference Proceedings, 2017. – V. 1895. – Pp. 080006: 1–6; doi: 10.1063/1.5007400.
5. Hastings C., Mischo K., Morrison M. Hands-On Start to Wolfram Mathematica and Programming with the Wolfram Language. – Wolfram Media, Inc., 2020. – 562 pp.

# СТЕПЕННОЙ ПОТЕНЦИАЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ УГЛЕРОДА В ГРАФИТЕ И ГРАФЕНЕ

Окатьев Р.С., Зубко И.Ю.

ПНИПУ, Пермь

zoubko@list.ru

В работе предложен максимально простой вариант потенциала взаимодействия атомов углерода, находящихся в состоянии  $sp^2$ -гибридизации, построенный на основе степенных слагаемых, и наиболее точно описывающий весь комплекс упругих и геометрических параметров монокристаллов графита и монослоев графена. Предложенный потенциал позволяет прогнозировать значения широкого набора упругих модулей углеродных наноструктур, в том числе элементов внутренней структуры терморасширенного графита.

**Введение.** Для прогнозирования упругих модулей углеродных материалов, атомы углерода которых находятся в состоянии  $sp^2$ -гибридизации, таких как графен, терморасширенный графит (ТРГ) или монокристаллический графит, методами дискретно-атомистического моделирования необходим потенциал атома углерода, позволяющий давать оценки упругих модулей и геометрических параметров, которые с достаточной точностью соответствуют экспериментальным значениям. Поскольку отдельные образцы графена очень малы, то чисто экспериментальных работ по исследованию механических свойств графена немного. Для прогнозирования упругих свойств монослоев графена и их пачек широко используются методы атомарной или квантовой механики. Стандартные значения параметров потенциалов часто приводят к значениям упругих и геометрических свойств, которые не соответствуют экспериментам [1-3]. Несмотря на довольно большое число параметров этих потенциалов, с их помощью не удастся получить такой набор значений механических свойств графита и графена, который бы имел удовлетворительное приближение к экспериментальным значениям всех упругих модулей и параметров кристаллической решетки. Как правило, если получено хорошее соответствие экспериментальному значению одного модуля упругости, то для ряда других механических свойств наблюдается значительное расхождение [1-3].

Целью работы является построение такого максимально упрощенного потенциала атома углерода, который бы позволял рассчитать упругие модули и параметры кристаллической решетки пачек слоев графена с приемлемым соответствием значениям, найденным в экспериментах на образцах графита. В частности, такой потенциал позволит прогнозировать механические свойства углеродных наноструктур, наблюдаемых в ТРГ, и которые могут быть получены из пачек слоев графена с помощью неаффинных преобразований.

**Упругие модули пачек слоев графена.** Линейно-упругий закон  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$  связывает тензоры напряжений Коши  $\boldsymbol{\sigma}$  и малых деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{F} + \mathbf{F}^T) / 2 - \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{F}$  – деформационный градиент,  $\mathbf{I}$  – единичный тензор. Пусть ось  $\mathbf{e}_3$  совпадает с осью симметрии материала, ортогональной слоям графена, а оси  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  совпадают с направлениями «зигзаг» и «кресло» листов графена, тогда тензор упругих модулей в этих осях имеет 5 независимых ненулевых компонент:  $C_{1111}$ ,  $C_{1122}$ ,  $C_{1133}$ ,  $C_{2323}$ ,  $C_{3333}$ ,  $C_{1212} = (C_{1111} - C_{1122}) / 2$ . В наиболее цитируемых экспериментальных работах [4-8] найдены упругие модули графита, приведенные в первой части табл.1. Монокристалл графита формируется слоями графена, связанными слабыми силами Ван дер Ваальса, поэтому экспериментальные значения из табл.1 используются для приближенной оценки упругих свойств как монослоев, так и пачек слоев графена.

Для описания взаимодействия атомов углерода в графите принимается потенциал:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}_i) = & \sum_{j=1}^M \varphi^{\text{repulsing}}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + \sum_{j \in \{S_i\}} \varphi^{\text{inlayer attracting}}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + \\ & + \sum_{j_1, j_2, j_3 \in \{S_i\}} \varphi^{\text{inlayer bonding}}(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i) + \sum_{j = (\bigcup_k \{L_k\}) \setminus \{L_i\}} \varphi^{\text{interlayer}}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_i$  – радиус-вектор атома углерода с номером  $i$ ,  $\{S_i\}$  – множество номеров атомов углерода, связанных с  $i$ -м атомом ковалентной связью,  $\{L_k\}$  – множество номеров атомов углерода, принадлежащих  $k$ -му слою графена. Слагаемое  $\varphi^{repulsing}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$  потенциала (1) описывает отталкивание между всеми атомами образца, следующее слагаемое потенциала  $\varphi^{inlayer\ attracting}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$  – притяжение только между атомами, связанными ковалентной связью, слагаемое  $\varphi^{inlayer\ bonding}(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i)$  – энергию изменения угла между ковалентными связями и выходом одного из 4-х атомов, соединенных ковалентными связями, из плоскости, содержащей 3 других атома, потенциал  $\varphi^{interlayer}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$  – слабое взаимодействие между атомами углерода, находящимися в различных слоях образца графита. Принимается, что слагаемое  $\varphi^{inlayer\ bonding}(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i)$  содержит только часть, учитывающую выход одного атома из плоскости трех других атомов углерода, то есть описывает изгибную жесткость элементарной ячейки слоя графена. Для этой части принималось выражение, соответствующее потенциалу DREIDING [2], для всех остальных потенциалов брались степенные выражения:

$$\varphi^{repulsing}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \beta n \alpha^m |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^{-m} / (m - n). \quad (2)$$

$$\varphi^{inlayer\ attracting}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \beta m \alpha^n |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^{-n} / (m - n). \quad (3)$$

$$\varphi^{interlayer}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \beta_{(l)} \left( n_{(l)} \alpha_{(l)}^{m_{(l)}} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^{-m_{(l)}} - m_{(l)} \alpha_{(l)}^{n_{(l)}} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^{-n_{(l)}} \right) / (m_{(l)} - n_{(l)}). \quad (4)$$

$$\varphi^{inlayer\ bonding}(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i) = 2k_{ia} \left( V(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i) \right)^2 / 3, \quad (5)$$

где  $V(\mathbf{r}_{j_1} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_2} - \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{j_3} - \mathbf{r}_i)$  – объем параллелепипеда, построенного на своих аргументах как на сторонах. В случае малых значений угла  $\psi$  между вектором ковалентной связи атома, вышедшего из плоскости других атомов, и этой плоскостью, выражение (5) приводится, как и в потенциале DREIDING, к виду  $k_{ia}(1 - \cos\psi)$ . Для него в [2] найдено  $k_{ia} = 0.1445 \times 10^{-18}$  (Дж), что дает наилучшее соответствие расчетной и экспериментальной изгибной жесткости графена. Значения параметров  $m, n, \alpha, \beta$  получены в [3] и позволяют при учете внутренних смещений наиболее точно описать одновременно модуль Юнга, коэффициент Пуассона и межатомное расстояние графена по сравнению со всеми другими потенциалами:

$$m = 5, n = 3, \alpha = 1.30 \times 10^{-10} \text{ (м)}, \beta = 2.66 \times 10^{-18} \text{ (Дж)}. \quad (6)$$

Для параметров  $m_{(l)}, n_{(l)}, \alpha_{(l)}, \beta_{(l)}$  из (4) в данной работе найдены значения, позволяющие одновременно получить приближение к экспериментально найденным расстоянию между монослоями графена в графите  $b = 0.335$  (нм) и упругому модулю  $C_{3333} = 36.5$  (ГПа):

$$m_{(l)} = 6, n_{(l)} = 5, \alpha_{(l)} = 1.10 \times 10^{-10} \text{ (м)}, \beta_{(l)} = 2.10 \times 10^{-18} \text{ (Дж)}. \quad (7)$$

Используя значения (6-7), для параметров кристаллической решетки и упругих модулей пачки слоев графена получены зависимости от числа атомов  $N$  на стороне основного слоя графена при фиксированном количестве 5 слоев в пачке. Равновесные параметры решетки обеспечивают минимум полной потенциальной энергии  $\Phi = \sum_i \varphi(\mathbf{r}_i)$ , определяемой по (1).

Построенные зависимости дают асимптотические значения ( $N \rightarrow \infty$ ), соответствующие макроскопическим образцам, показанные в сравнении с экспериментальными и расчетными параметрами в табл.1. Оценки модулей  $C_{1111}$  и  $C_{1122}$  оказались несколько завышенными, но они получены для нулевой температуры. Как показано в [9], при учете теплового движения атомов значения упругих модулей снижаются, а межатомные расстояния растут, поэтому ожидается более точное соответствие экспериментам расчетных значений, которые будут

получены с помощью предложенного потенциала (1-5) с параметрами (6-7) при учете нагрева образца графита до комнатной температуры.

**Таблица 1.** Экспериментальные и расчетные значения геометрических и механических свойств графита

$a$ , (нм)	$b$ , (нм)	$C_{1111}$ , (ГПа)	$C_{1122}$ , (ГПа)	$C_{3333}$ , (ГПа)	Источник
0.142	0.316	1599.0	727.1	38.25	Данная работа
—	—	1060.0	180.0	36.5	[4], 1970
0.142	—	1109.0	139.0	38.7	[5], 2007
—	—	1130.0	282.5	$\geq 18.0$	[6], 1958
0.142	0.335	1211.3	275.5	36.8	[7], 2008
—	—	1440.0	520.0	37.1	[8], 1972
0.145	—	—	—	—	[10], 1990
0.142	—	—	—	—	[11], 2002
—	0.340	1367	—	—	[12], 2010
0.140	—	—	—	—	[13], 2000
0.136	0.087	2600-3760	—	—	[14], 2010
0.146	—	—	—	—	[15], 1988

**Заключение.** Хорошее соответствие полученных значений геометрических и механических характеристик графита экспериментальным значениям позволяет использовать потенциал (1-5) с найденными в данной работе параметрами (6-7) для прогнозирования более сложных углеродных микро- и наноструктур, соответствующих неаффинным преобразованием пачек листов графена различной толщины, в том числе, характерных для ТРГ [16].

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM-2020-0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

### Литература

1. Korobeynikov S.N., Alyokhin V.V., Babichev A.V. On the molecular mechanics of single layer graphene sheets// Int. J. Engineering Science., 2018. – V.133. – Pp. 109-131.
2. Korobeynikov S.N., Alyokhin V.V., Babichev A.V. Simulation of mechanical parameters of graphene using the DREIDING force field// Acta Mech., 2018. – V.229. – Pp. 2343-2378.
3. Zubko I.Y. Computation of elastic moduli of graphene monolayer in nonsymmetric formulation using energy-based approach// Phys. Mesomech., 2016. – V.19. – Pp. 93-106.
4. Blakslee O.L., Proctor D.G., Seldin E.J., Spence G.B., Weng T. Elastic constants of compression annealed pyrolytic graphite// J. Appl. Phys., 1970. – V.41. – Pp. 3373-3382.
5. Bosak A., Krisch M. Elasticity of single-crystalline graphite: inelastic x-ray scattering study // Phys. Rev. B., 2007. – V.75. – P. 153408.
6. Bowman J.C., Krumhansl J.A. The low-temperature specific heat of graphite// J. Phys. Chem. Solids., 1958. – V.6. – Pp. 367-379.
7. Michel K.H., Verberck B. Theory of the elastic constants of graphite and graphene // Phys. Status Solidi B., 2008. – V.245(10). – Pp. 2177-2180.
8. Nicklow R., Wakabayashi N., Smith H.G. Lattice dynamics of pyrolytic graphite// Phys. Rev. B., 1972. – V.5(12). – Pp. 4951-4962.
9. Zubko I.Yu., Kochurov V.I. Estimation of elastic moduli of graphene monolayer in lattice statics approach at nonzero temperature// Advanced Materials with Hierarchical Structure for New Technologies and Reliable Structures. AIP Conference Proceedings, 2015. – P. 1683.
10. Brenner D.W. Empirical potential for hydrocarbons for use in simulating the chemical vapor deposition of diamond films// Phys. Rev. B., 1990. – V.42, N.15. – Pp. 9458-9471.
11. Brenner D.W., Shenderova O.A., Harrison J.A., Stuart S.J., Ni B., Sinnott S.B. A second-generation reactive empirical bond order (REBO) potential energy expression for hydrocarbons // J. Phys.: Condens. Matter., 2002. – V.14. – Pp. 783-802.
12. Georgantzinou S.K., Giannopoulos G.I., Anifantis N.K. Numerical investigation of elastic mechanical properties of graphene structures// Mat. and design, 2010. – V.31. – Pp. 4646-4654.
13. Stuart S.J., Tutein A.B., Harrison J.A. A reactive potential for hydrocarbons with intermolecular interactions// J. Chem. Phys., 2000. – V.112. – Pp. 6472-6486.

14. Scarpa F., Adhikari S., Gil A.J., Remillat C. The bending of single layer graphene sheets: the lattice versus continuum approach// Nanotechnology, 2010. – V.21. – P. 125702.
15. Tersoff J. New empirical approach for the structure and energy of covalent system// Phys. Rev. B., 1988. – V.37, N.12. – Pp. 6991-7000.
16. Chung D.D.L. A review of exfoliated graphite// J. Mater. Sci., 2016. – V.51. – Pp. 554-568.

## **МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКАНИЯ ДИОКСИДА УРАНА**

**Орлова Ю.**

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Колотова Л.Н.

МФТИ, Долгопрудный

orlova.yu@phystech.edu

Спекание диоксида урана проводится в процессе изготовления топливных таблеток, с целью придания им необходимых физико-химических свойств. Получение экспериментальных данных на облученном топливе затруднено, в следствие чего компьютерное моделирование вносит весомый вклад в изучение данного процесса [1]. Понимание механизмов спекания помогает предсказать характеристики полученных таблеток. В представленной работе с помощью методов компьютерного моделирования, а именно метода молекулярной динамики, было изучено влияние угла взаимной ориентации наночастиц на спекание диоксида урана.

Для реализации поставленной задачи была использована модифицированная модель двух сфер. Исследовались частицы цилиндрической формы, диаметром не более 10 нм. Моделирование проводилось в nve-ансамбле, при этом температура изменялась в диапазоне от 1700 до 2500 К. Для четырех различных углов взаимной кристаллографической ориентации зерен были определены коэффициенты зернограничной и поверхностной диффузии. Была рассмотрена зависимость коэффициентов диффузии от данных углов. Также, были рассчитаны энергии активации соответствующих механизмов диффузии. Полученные данные показали хорошее согласие с экспериментальными работами [2], [3], [4]. Для двухчастичной модели была модифицирована существующая теория, описывающая изменение линейных размеров системы на начальной стадии спекания, которая показала хорошую сходимость с результатами, полученными в ходе расчетов. Было предложено соотношение для описания связи между уплотнением системы, полученным из многочастичной модели, и уменьшением линейных размеров системы, полученным из двухчастичной модели. Также, была построена модель для оценки вклада коэффициентов диффузии, полученных для различных углов взаимной кристаллографической ориентации наночастиц, в общий коэффициент зернограничной диффузии. При моделировании частицы взаимодействовали между собой посредством межатомного потенциала Поташникова, Боярченкова [5]. Все расчеты были проведены с использованием пакета LAMMPS [6].

### **Литература**

1. Seitov, D. D., et al. "Sintering of uranium dioxide nanoparticles. A molecular dynamics simulation." AIP Conference Proceedings. Vol. 2174. No. 1. AIP Publishing LLC, 2019.
2. Sabioni, Antônio Claret Soares, Wilmar Barbosa Ferraz, and F. Millot. "Effect of grain-boundaries on uranium and oxygen diffusion in polycrystalline UO<sub>2</sub>." Journal of nuclear materials 278.2-3 (2000): 364-369.
3. G.B. Alcock, R.J. Hawkins, A.W.D. Hills, P. McNamara, Paper SM-66/36, IAEA, Simp. Thermodynamics, Vienna, 1965.
4. S. Yajima, H. Furuya, T. Hiroi, J. Nucl. Mater. 20 (1966) 162.
5. Поташников С. И. и др. Моделирование массопереноса в диоксиде урана методом молекулярной динамики с использованием графических процессоров //Альтернативная энергетика и экология. – 2007. – Т. 5. – С. 86-93.
6. Plimpton S. J. Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics // J Comp Phys. — 1995. — V. 117. — P. 1-19.

# ЭФФЕКТ "ПАМЯТИ" ПРИ НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ МНОГООСНОМ СЖАТИИ ПЕСЧАНИКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ ВРАЩЕНИЕМ

## ЭЛЛИпсоИДА ЛАМЕ

Пантелеев И.А.<sup>1</sup>, Устинов К.Б.<sup>2</sup>, Зайцев А.В.<sup>3</sup>, Мубассарова В.А.<sup>1</sup>, Швецов Н.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИМСС УрО РАН, ПФИЦ УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва

<sup>3</sup>ПНИПУ, Пермь

ria@icmm.ru, a-zaitsev@mail.ru, red3991@yandex.ru

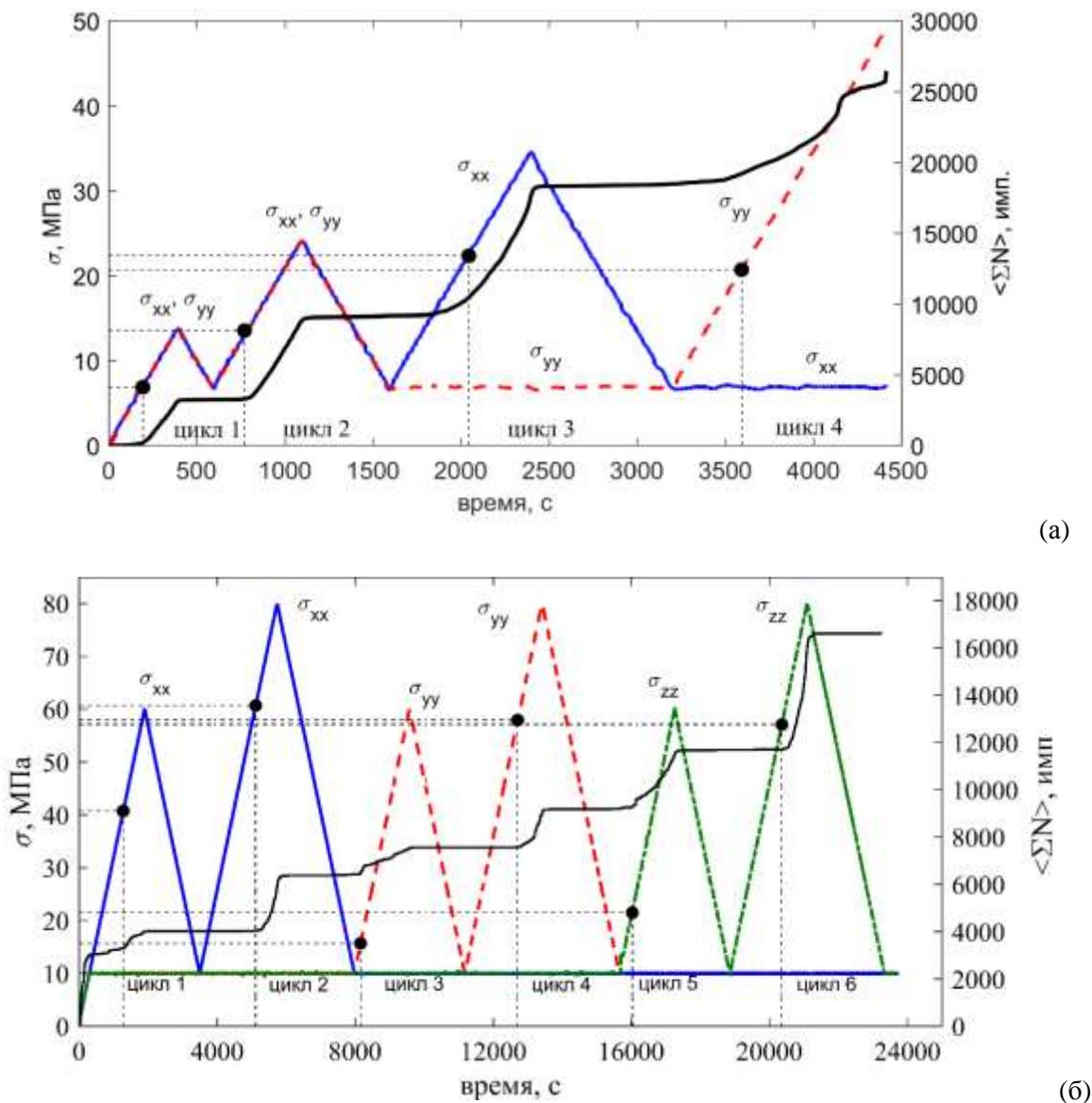
На испытательной системе трехосного независимого нагружения проведено экспериментальное исследование закономерностей деформирования и разрушения песчаника при непропорциональном двух- и трехосном циклическом сжатии с вариациями ориентации эллипсоида Ламе и непрерывной регистрацией акустической эмиссии.

Известный с середины 20 века эффект Кайзера (эффект "памяти") проявляется отсутствием сигналов акустической эмиссии (АЭ) при циклическом нагружении материала до тех пор, пока не достигается максимальный уровень напряжения предыдущего цикла, [1, 2].

Экспериментальные исследования проведены на кубических образцах песчаника Верхнекамского региона с размером грани 40 мм, которые подвергались предварительной шлифовке для обеспечения требуемого уровня параллельности граней. Механические испытания проводились в лаборатории геомеханики ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН на уникальном испытательном стенде для физического моделирования деформационных процессов в горных породах в сложных геологических условиях – Испытательной системе трехосного независимого нагружения (ИСТНН), который позволяет реализовать независимое предельно "мягкое" и/или предельно "жесткое" нагружение материала по трем ортогональным направлениям благодаря оригинальной кинематической схеме, обеспечивающей сближение нажимных плит без препятствия друг другу [3–5]. Для регистрации АЭ в процессе деформирования была использована многоканальная система Amsy-6 Vallén (Германия) с широкополосными пьезопреобразователями М-31 (Fujitsu, Япония), имеющими рабочий диапазон 300-800 кГц, и 2SMEG-P (Deci, США) с рабочим диапазоном 200–2000 кГц. Датчики М-31 крепились на свободной поверхности образцов при двухосных испытаниях, а при трехосном нагружении 2SMEG-P фиксировались на нажимных плитах [6, 7]. В работах [8, 9] было показано, что интегральные и дифференциальные характеристики АЭ, регистрируемые датчиками, установленными на нажимных плитах ИСТНН и на свободной грани образца, подобны. Это позволило провести на ИСТНН эксперименты по исследованию закономерностей деформирования и разрушения горных пород при трехосном непропорциональном нагружении по траекториям в виде многозвенных ломаных с непрерывной записью сигналов АЭ.

Для исследования закономерностей проявления эффекта Кайзера при циклическом трехосном непропорциональном сжатии песчаника были разработаны и реализованы две программы многоосного нагружения. В рамках первой программы образцы подвергались последовательно четырем циклам активного двухосного сжатия и разгрузки. В первом цикле выполнялось активное пропорциональное сжатие в направлении осей  $X$  и  $Y$  до напряжений  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 14$  МПа с последующей разгрузкой до 7 МПа (рис. 1, а). Во втором цикле активное пропорциональное сжатие вдоль тех же осей осуществлялось до напряжений  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 24$  МПа с последующей разгрузкой до 7 МПа. В третьем и четвертом циклах было реализовано двухосное непропорциональное нагружение. Активное сжатие выполнялось только в одном из направлений с удержанием постоянного напряжения по второму: в направлении оси  $X$  до  $\sigma_{xx} = 34.5$  МПа при  $\sigma_{yy} = 7$  МПа (третий цикл) и в направлении оси  $Y$  до  $\sigma_{yy} = 49$  МПа при  $\sigma_{xx} = 7$  МПа (четвертый цикл). В течение всего эксперимента грань образца, перпендикулярная оси  $Z$ , оставалась свободной от напряжений. Скорость активного нагружения и разгрузки в каждом из четырех циклов была постоянна и

равна 34.6 кПа/с. Разработанная программа нагружения позволила варьировать размеры, форму и ориентацию эллипсоида Ламе: в первых двух циклах эллипсоид вырожден в окружность, в третьем и четвертом – в эллипс. Кроме того, в четвертом цикле эллипсоид Ламе развернут относительно своего положения в третьем цикле на  $\pi/2$ .



**Рис. 1.** Программы двух- (а) и трехосного (б) непропорционального нагружения песчаника и средний суммарный счет АЭ. Точки — моменты активации АЭ.

Вторая программа циклического трехосного непропорционального нагружения песчаника предполагала всестороннее сжатие до напряжения 10 МПа и последующую реализацию трех пар циклов активного нагружения и разгрузки. В первой паре циклов выполнялось активное сжатие в направлении оси  $X$  до напряжения  $\sigma_{xx} = 60$  МПа с последующей разгрузкой до  $\sigma_{xx} = 10$  МПа при удерживании постоянными напряжений по двум другим осям  $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 10$  МПа (рис. 1, б). Во втором цикле продолжалось активное сжатие в направлении оси  $X$  до  $\sigma_{xx} = 80$  МПа с последующей разгрузкой до 10 МПа при

удерживании напряжений по двум другим осям на постоянном уровне  $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 10$  МПа. Вторая и третья пара циклов предполагала активное сжатие до 60 и 80 МПа и разгрузку до 10 МПа в направлении осей  $Y$  и  $Z$  с контролем постоянства напряжений в двух других направлениях ( $X$  и  $Z$ ,  $X$  и  $Y$  соответственно затем) на уровне 10 МПа. Скорость активного нагружения и разгрузки в каждом из шести циклов была постоянна и равна 31 кПа/с. В результате реализации этой программы дважды изменялась ориентация главных напряжений. Произошел первый разворот эллипсоида Ламе с  $\sigma_1 = \sigma_{xx} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$  на  $\sigma_1 = \sigma_{yy} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$ , второй – с  $\sigma_1 = \sigma_{yy} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$  на  $\sigma_1 = \sigma_{zz} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ .

Для анализа данных АЭ при циклическом двух- и трехосном непропорциональном сжатии песчаника, в скользящем временном окне проводилось осреднение длительностью 1 сек. данных о количестве зарегистрированных импульсов АЭ каждым из трех датчиков. На рис. 1 представлены совмещенные программы нагружения и средний суммарный счет АЭ.

В случае последовательного пропорционального двухосного сжатия во втором цикле наблюдался эффект Кайзера при напряжении, точно соответствующем максимальному напряжению первого цикла (рис. 1, а). При дальнейшем непропорциональном сжатии, которое сопровождалось вращением эллипсоида Ламе, также наблюдался эффект Кайзера, но при меньшем уровне напряжений. Это было вызвано развитием дефектов и трещин в плоскости  $X$  и  $Z$ , перпендикулярной оси  $Z$  – направлению минимального главного напряжения. Полученные результаты показали чувствительность ансамбля дефектов в образце, возникшего в результате первых двух циклов, к последующему активному нагружению для каждого из двух направлений: оси  $X$  (третий цикл) и оси  $Y$  (четвертый цикл).

При трехосном неравнокомпонентном сжатии с последовательным вращением эллипсоида Ламе в каждой паре циклов наблюдался эффект Кайзера при напряжениях активизации АЭ, близких к максимальным по модулю значениям главных напряжений предыдущего цикла [10]. Однако при смене направления максимального главного напряжения проявления эффекта Кайзера не были зарегистрированы. В третьем и пятом циклах (первые циклы нагружения в направлении осей  $Y$  и  $Z$ ) активизация АЭ наступала при  $\sigma_{yy} = 15.7$  МПа и  $\sigma_{zz} = 21.5$  МПа соответственно.

Реализация на ИСТНН разработанных программ двух- и трехосного непропорционального циклического сжатия песчаника Верхнекамского региона позволила установить зависимость проявлений эффекта Кайзера от характера изменения размера, формы и ориентации эллипсоида Ламе в текущем цикле нагружения относительно. Впервые экспериментально доказано, что эффект Кайзера наблюдается в случае, если материал ранее уже был подвержен активному нагружению, соответствующему заданной ориентации, а степень проявления эффекта определяется характером изменением формы эллипсоида напряжений. Обнаружено, что постоянство формы эллипсоида Ламе приводит к появлению эффекта Кайзера при напряжениях, соответствующих максимальным по модулю значениям главных напряжений в предыдущих циклах, а изменение его формы от цикла к циклу является одной из причин снижения абсолютной величины напряжения активизации АЭ.

Экспериментальные исследования двухосного непропорционального сжатия песчаника выполнены в рамках государственного задания АААА–А19–119013090021–5, трехосного непропорционального сжатия – государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Kaiser J. An investigation into the occurrence of noises in tensile tests or a study of acoustic phenomena in tensile tests, 1950, Ph.D. Thesis, Tech. Hosch. Munchen, Munich, Germany.
2. Schofield B.H. Acoustic emission under applied stress. Report ARL-150., Boston: Lessels and Associates, 1961.

3. Карев В.И., Климов Д.М., Коваленко Ю.Ф., Устинов К.Б. О разрушении осадочных горных пород в условиях сложного трехосного напряженного состояния // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 5. С. 15–21.
4. Karev V. I., Kovalenko Yu. F., Ustinov K. B. Modeling deformation and failure of anisotropic rocks nearby a horizontal well // J. Min. Sci. 2017. Vol. 53, No. 3. P. 425–433.
5. Сидорин Ю.В., Устинов К.Б., Сиротин А.А., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И., Зайцев А.В., Журавлев А.Б. Экспериментальное исследование деформирования горных пород в условиях плоской деформации и плоского напряженного состояния // Процессы в геосредах. 2016. № 6. С. 148–155.
6. Пантелеев И.А., Коваленко Ю.Ф., Сидорин Ю.В., Зайцев А.В., Карев В.И., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эволюция поврежденности при сложном неравнокомпонентном сжатии песчаника по данным акустической эмиссии // Физическая мезомеханика. 2019. Т. 22, № 4. С. 56–63.
7. Karev V., Kovalenko Y., Ustinov K., Pantelev I., Zaitsev A. Failure mechanisms under triaxial non-proportional loading of rocks on the basis of acoustic emission measurements // Rock mechanics for natural resources and infrastructure development: Proc. 14th Int. Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering – ISRM 2019 / Eds. S.A.B. da Fontoura, R.J. Rocca, J.F.P. Mendoza. CRC Press/Balkema, 2020. P. 1014–1021.
8. Шевцов Н.И., Зайцев А.В., Пантелеев И.А. Исследование связи напряженно-деформированного состояния горных пород с потоком акустической эмиссии на испытательной системе трехосного независимого нагружения // Процессы в геосредах. №1(19). С. 129–136.
9. Shevtsov N., Zaitsev A., Pantelev I. Deformation and destruction of rocks on the true triaxial loading system with continuous acoustic emission registration Physical and mathematical modeling of Earth and environment processes (2018): 4th Int. Sci. School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences / Eds. V.I. Karev, D. Klimov, K. Pokazeev. Cham: Springer Nature Switzerland AG/Springer, 2019. P. 424–432.
10. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Шевцов Н.И., Коваленко Ю.Ф., Карев В.И. Эффект Кайзера при трехосном сжатии песчаника с последовательным вращением эллипсоида заданных напряжений // ФТПРПИ. 2020. № 3. С. 47–55.
11. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. Kaiser effect in sandstone in polyaxial compression with multistage rotation of an assigned stress ellipsoid // J. Mining Sci. 2020/ Vol. 56, No. 3. P. 370–377.
12. Пантелеев И.А., Мубассарова В.А., Зайцев А.В., Карев В.И., Коваленко Ю.Ф., Устинов К.Б., Шевцов Н.И. Эффект Кайзера при многоосном непропорциональном сжатии песчаника // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2020. – Т. 495, № 1. – С. 63–67.
13. Pantelev I.A., Mubassarova V.A., Zaitsev A.V., Karev V.I., Kovalenko Yu.F., Ustinov K.B., Shevtsov N.I. The Kaiser effect under multiaxial nonproportional compression of sandstone // Doklady Physics. 2020. Vol. 65, No. 11. P. 396–399.

## **ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА С ИМПУЛЬСАМИ НАНОСЕКУНДНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ**

**Пеньков А.А.**

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Волгин В.М.

ТулГУ, Тула

andreypenkow@mail.ru

Современная электрохимическая обработка (ЭХО) осуществляется в основном в импульсном или в импульсно-циклическом режимах [1]. По мере развития ЭХО применяются все меньшие межэлектродные зазоры (до десятков микрометров) и ультракороткие импульсы напряжения [2, 3]. Также при ЭХО форма и разрешение полученных структур в основном определяются зарядом двойного электрического слоя (ДЭС) на границе электролит–заготовка при приложении импульсов напряжения. Локальная зарядка ДЭС является сложной функцией геометрии инструмент–заготовка, сопротивления электролита, емкости ДЭС, амплитуды и длительности импульса [4, 5].

Точность ЭХО связана с распределением плотности тока по обрабатываемой поверхности. Можно выделить следующие направления увеличения точности ЭХО:

- Уменьшение межэлектродного зазора;
- Правильный подбор электролита;
- Применение газожидкостной смеси в качестве электролита;
- Специальная конструкция и / или изоляция электродного инструмента;
- Применение импульсного напряжения.

Из перечисленных выше пунктов наиболее эффективным является применение импульсного напряжения.

Математическая модель ЭХО была разработана в ПО Comsol 5.3a. Моделирование было произведено с учетом омического сопротивления электролита, ёмкости ДЭС на аноде (заготовке) и сопротивления, связанного с электрохимической реакцией.

На поверхности электрода протекают два параллельных процесса: заряд-разряд ДЭС без перехода заряда через границу раздела и анодное растворение металла с переходом заряда через границу. Расчеты проводились плотности тока обмена  $i_0=10^{-2}$  А/м<sup>2</sup>, удельной электропроводности раствора электролита  $\sigma=1$  См/м, длительности импульса  $t_{on} = 30$  нс, длительности паузы  $t_{off} = 300$  нс и межэлектродных зазорах равных 1 мкм и 2 мкм.

Исходя из исследования, можно сделать вывод, что точность ЭХО можно оценивать по конечному значению коэффициента локализации KL, который равен отношению количества растворенного металла в области малого зазора к количеству металла, растворенного в области большого межэлектродного зазора.

Таким образом, применение коротких (наносекундных) импульсов напряжения между электродом инструмента и заготовкой, погруженной в раствор электролита, позволяет производить трехмерную обработку электрохимически активных материалов с субмикронным разрешением. Данный метод основан на конечной постоянной времени зарядки ДЭС, которая изменяется приблизительно линейно в зависимости от локального расстояния между поверхностями электродов. Следовательно, поляризация электродов во время коротких импульсов и последующих электрохимических реакций ограничивается областями, в которых электроды находятся достаточно близко друг к другу.

### Литература

1. Давыдов А.Д., Волгин В.М., Любимов В.В. Электрохимическая обработка металлов: основы электрохимической обработки металлов // Электрохимия. 2004. Т.40(12). С.1230-1265.
2. Schuster R., Kirchner V., Allongue P., Ertl G. Electrochemical micromachining // Science. 2000. V.289. P.98-101.
3. Kenney J.A., Hwang G.S. Electrochemical machining with ultrashort voltage pulses: modelling of charging dynamics and feature profile evolution // Nanotechnology. 2005. V.16(7). P. S309-S313.
4. Любимов В.В., Волгин В.М., Гнидина И.В. Обоснование выбора длительностей импульсов напряжения при электрохимической размерной обработке нано- и микросекундными импульсами // Электронная обработка материалов. 2019. N 5. С.24-30.3.
5. Volgin V.M., Lyubimov V.V., Kabanova T.B., Davydov A.D. Theoretical analysis of micro/nano electrochemical machining with ultra-short voltage pulses // Electrochimica Acta. 2021. V.369. Art.137666.

## ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ УГЛЕПЛАСТИКОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ УДАРНОМ, КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ И ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Петухов М.А.

Научный руководитель — доцент, к.ф.-м.н. Уваров С.В.

ПНИПУ, Пермь

petuhov.mihail69@gmail.com

Широкое применение тканых волокнистых углепластиков на основе эпоксидных матриц, полученных методом вакуумной инфузии, в элементах конструкций ответственного назначения в аэрокосмической, судостроительной промышленности и автомобилестроении, работающих в условиях многократно изменяющихся внешних нагрузок в течении длительного срока эксплуатации, предопределяет необходимость проведения уточненного анализа механического поведения этих материалов при сложном напряженно-деформированном состоянии, комбинированном ударном, квазистатическом и циклическом нагружении.

Разработана новая оригинальная методика предварительного динамического нагружения образцов из слоистых композитов, расширяющая ГОСТ 33496-2015 "Композиты полимерные. Метод испытания на сопротивление повреждению при ударе падающим грузом". Имитирующее случайное воздействие динамическое нагружение двух партий образцов из углепластика (ткань CW200–TW2/2 саржевого плетения, четное количество пар

слоев 0/90 — первая партия и 0/45/90/-45 — вторая партия) производилось помощи разрезного стержня Гопкинсона-Кольского (РСГК) со съемными наконечниками из мартенситно-стареющей стали ОЗН18К9М5ТЮ-ВИ (для которой разработаны процедуры закалки и отпуска, обеспечивающие твердость рабочей поверхности 50–54 HRC и сохранение точности исполнения геометрии), имеющими кривизну. РСГК позволил независимо варьировать энергию удара и скорость нагружения, а также достичь более высоких скоростей нагружения по сравнению с испытанием падающим грузом. Кроме того, образец тыльной стороной опирался на приемный стержень. Это позволило исключить его изгиб и, как следствие — исключить появление повреждений и дефектов, вызванных реализацией изгибных мод.

С целью исследования влияния типа адгезионного клеевого слоя, разделяющего образец из слоистого композита и накладки, проведены испытания двух партий образцов из углепластика (со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/-45) с эпоксидной матрицей на многоцикловую усталость на серво-гидравлической машине Vi-00-100 с частотой 10 Гц и асимметрией цикла ( $R = 0,1$ ). Накладки для закрепления образцов в захватах были изготовлены из стеклотекстолита СТЭФ, фиксировались на поверхности углепластика с помощью пленочного клея ВК-36. С помощью инфракрасной камеры высокого разрешения CEDIP Silver SC5000 с частотой кадров 500 Гц исследованы профили температуры в рабочей части образцов и вблизи захватов после  $10^4$ ,  $4 \cdot 10^5$  и  $10^6$  циклов нагружения. Впервые обнаружен не зависящий от выбора схемы укладки слоев эффект аномального разогрева (до 15–20 °С) области образцов, примыкающей к границе накладки, который инициирует зарождением и развитие (в указанной области композита и клеевого слоя) усталостных дефектов и трещин сдвига, а также диссипацию энергии. Идентификация трещин и областей локализации деформаций вблизи вершины дефектов проводилась с помощью метода корреляции цифровых изображений.

Проведены на электромеханической универсальной испытательной машине Shimadzu AGX-Plus квазистатические испытания на одноосное растяжение двух партий образцов из углепластика на основе эпоксидной матрицы со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/-45 с построением полных диаграмм деформирования. На основе полученных новых результатов определены деформационные и прочностные характеристики. Получены новые данные, позволившие идентифицировать материальные функции разработанных определяющих соотношений, описывающие неупругое деформирование и разрушение анизотропных материалов при квазистатическом нагружении.

Получены новые данные квазистатических испытаний на одноосное растяжение двух партий образцов из углепластика на основе эпоксидной матрицы со схемами армирования 0/90 и 0/45/90/-45 после предварительного динамического нагружения с помощью РСГК и стального ударника массой 384 г, разогнанного до скорости 10 м/с. Энергия импульса, передаваемого на образцы составляла 19 Дж и не приводила к макроразрушению и пробиванию.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM-2020-0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг. и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ-Урал № 19-41-590026).

## **ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ АТОМОВ В СИСТЕМЕ Mg-Al: АТОМИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Полякова П.В.<sup>1</sup>, Баймова Ю.А.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>БашГУ, Уфа

<sup>2</sup>ИПСМ РАН, Уфа

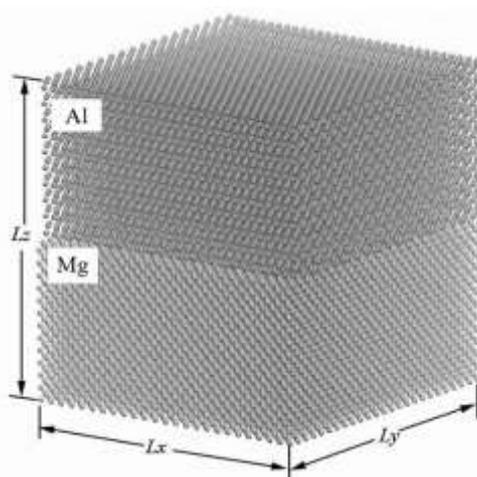
polina.polyakowa@mail.ru

В последние годы особое внимание исследователи уделяют композитам на основе различных металлов, в частности, таких как алюминий, магний. Такие соединения обладают отличной стойкостью к окислению и

коррозии, которая в сочетании с хорошей прочностью и малой плотностью, делают их очень современными высокотемпературными материалами, имеющими широкую перспективу применения в различных отраслях промышленности, в частности аэрокосмической и автомобильной. Исследование упругих свойств, дислокаций, границ зерен, межфазных границ, а также точечных дефектов и диффузии подобных систем, позволит лучше изучить и понять поведение таких интерметаллидных соединений при высоких температурах и деформации. В связи с этим целью данной работы является изучение процесса формирования композита на основе алюминия и магния под действием интенсивной пластической деформации.

**Введение.** Современная промышленная индустрия требует создания материалов, способных работать при экстремальных температурах и сохраняющих при этом высокие прочностные характеристики. В настоящее время особое внимание уделяется изучению различных *in-situ* композитов, представляющих собой класс композиционных материалов, в которых композитная структура образуется в процессе какой-либо обработки. То есть такие композиты получаются из изначально однокомпонентных образцов, подвергнутых деформации. Самым важным их отличием является то, что выпадение новых фаз происходит самопроизвольно, что и определило их название - *in-situ*, которое можно перевести как «полученный в процессе». Подобные композитные материалы довольно редки, следовательно, обладают значительными преимуществами. Кроме того, такие композиты могут быть получены уже при малых степенях деформации или малой температуре, что облегчает их производство, по сравнению с обычными композитными материалами, которые производятся искусственно. Получение *in-situ* композитов можно наблюдать при кручении под высоким давлением (КГД) с последующим отжигом [1-4]. Интенсивная пластическая деформация приводит к уменьшению зерна до наноразмеров, ускоряет диффузию, влияя на формирование интерметаллидных фаз. В данной работе рассматривается диффузия атомов в пограничном слое между алюминием и магнием. Исследование проводилось методом молекулярной динамики с использованием реалистичного межатомного потенциала.

**Детали моделирования.** На рис. 1 показана исходная структура. Размеры кристаллов двух металлов во всех направлениях выбраны одинаковым, при этом Al имеет гранецентрированную кубическую решетку (ГЦК) с параметром решетки  $a_{Al} = 4,05 \text{ \AA}$ , а Mg - гексагональную плотноупакованную решетку (ГПУ) с параметрами решетки  $a_{Mg} = 3,203 \text{ \AA}$ ,  $c_{Mg} = 5,23 \text{ \AA}$ . Подобные атомные структуры формируются путем непосредственного объединения двух совершенных кристаллов. Периодические граничные условия применяются во всех направлениях. Размеры кристаллитов ( $L_x = L_y = L_z \approx 100 \text{ \AA}$ ) выбраны таким образом, чтобы деформации, приложенные к ним, свести к минимуму, а также обеспечить периодические граничные условия и равновесие структуры. В системе поддерживалось постоянство температуры 300 К с помощью термостата Носе-Хувера.

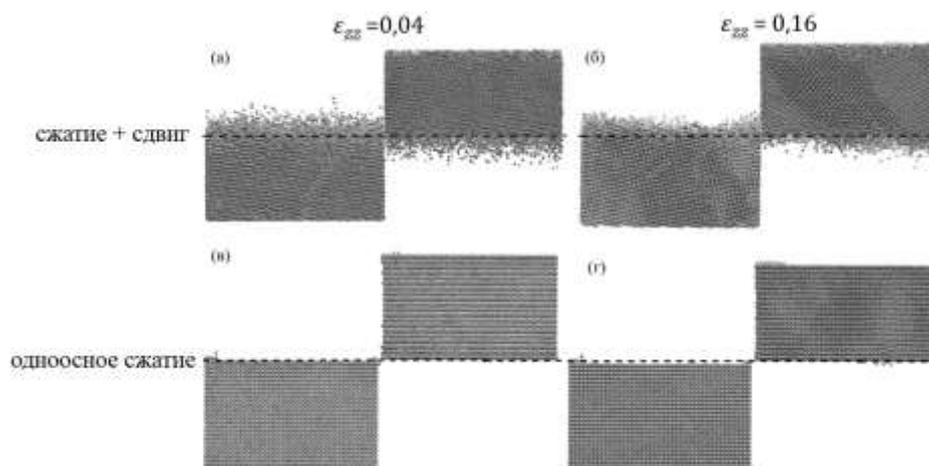


**Рис. 1.** Исходная структура композита Mg-Al.

Релаксация двухслойных моделей осуществляется методом молекулярной динамики, с использованием потенциалов, основанных на методе погруженного атома [5]. Моделирование осуществляется с использованием бесплатного программного пакета LAMMPS.

Для исследования влияния давления и сдвига на скорость диффузии в пограничном слое между металлами были рассмотрены две основные схемы: одноосное сжатие и сжатие в сочетании с деформацией сдвига.

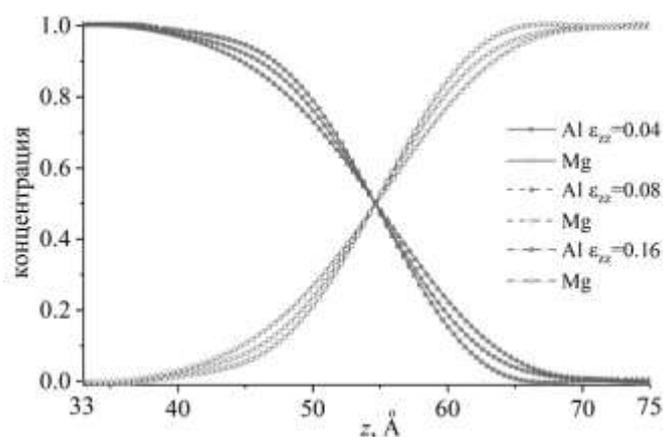
**Результаты и их обсуждение.** На рис. 2 представлены изображения взаимной диффузии атомов металлов при 300 К, где блок магния смещен вправо примерно на 100 Å для лучшей визуализации перемешивания атомов. Можно заметить, что лишь небольшое количество атомов диффундируют после сжатия перпендикулярно границе перемешивания (б, г). Для сравнения, когда применяется дополнительная деформация сдвига, количество диффундирующих атомов значительно увеличивается (в, г).



**Рис. 2.** Взаимная диффузия атомов Mg и Al при 300 К для двух типов нагрузки.

Установлено, что ключевую роль в процессе перемешивания атомов играет деформация сдвига, поскольку после чистого сжатия (б,г) даже при степени деформации  $\epsilon_{zz} = 0,16$  лишь несколько атомов диффундируют вблизи границы раздела металлов. Таким образом, далее будет рассматриваться лишь случай комбинированной нагрузки.

На рис. 3 показано распределение концентраций атомов Mg и Al вблизи границы перемешивания. Толщина слоя, в котором рассматривается взаимная диффузия атомов в процессе деформации, составляет 42 Å. При степени деформации  $\epsilon_{zz} = 0,04$  толщина диффузионного слоя равна 29 Å, а после  $\epsilon_{zz} = 0,16$  равна 38 Å. Как видно, после  $\epsilon_{zz} = 0,04$  толщина диффузионного слоя равна 29 Å, а после  $\epsilon_{zz} = 0,16$  равна 38 Å. Рис. 3 показывает, что количество атомов магния, диффундирующих в матрицу Al, примерно равно количеству атомов Al, диффундирующих в матрицу Mg, что можно связать с приблизительным равенством их атомных радиусов. Однако граница области смешения в магниевой части образца движется быстрее, чем в алюминиевой: для Mg наблюдается сдвиг 7 Å, а для Al-части - только 2 Å.



**Рис. 3.** Концентрация атомов Mg и Al вблизи границы перемешивания после сжатия со сдвигом.

**Заключение.** Молекулярно-динамическое моделирование позволило на атомистическом уровне исследовать перемешивание атомов Mg и Al после деформации сжатием со сдвигом. Установлено, что одноосное сжатие комбинированное с деформацией сдвига является эффективным способом перемешивания разнородных атомов, поскольку деформация ускоряет диффузию. Деформация сдвига играет важную роль и значительно ускоряет перемешивание атомов. Анализ структуры показал, что атомы Al легче диффундируют в Mg-часть композита, чем атомы Mg в Al-часть композита. Однако, необходимы дополнительные исследования, чтобы исключить влияние различных факторов на процесс диффузии в системе Al-Mg, а также изучить влияние взаимосвязи между компонентами напряжения сжатия и сдвига.

### Литература

1. Effect of annealing on the structure and phase composition of Al-Cu laminated metal-matrix composites produced by shear deformation under pressure / V.N. Danilenko, G.F. Korznikova, A.P. Zhilyaev, S.N. Sergeev, G.R. Khalikova, R.Kh. Khisamov, K.S. Nazarov, L.U. Kiekkuzhina, R.R. Mulyukov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – V. 447 P. 012 - 021.
2. Al-Cu layered composites fabricated by deformation/ G.F. Korznikova, R.R. Mulyukov, A.M. Zhilyaev, V.N. Danilenko, R.Kh. Khisamov, K.S. Nazarov, S.N. Sergeev, G.R. Khalikova, R.R. Kabirov // AIP Conference Proceedings. – 2018. – V. 2053. – P. 030-028.
3. An approach for fabrication of Al-Cu composite by high pressure torsion / V.N. Danilenko, S.N. Sergeev, J.A. Baimova, G.F. Korznikova, K.S. Nazarov, R. Kh. Khisamov, A.M. Glezer, R.R. Mulyukov // Materials Letters. – 2019. – V. 236. – P. 51-55.
4. Current achievements on superplasticity and related phenomena at the Institute for Metals Superplasticity Problems / R.R. Mulyukov, A.A. Nazarov, R.M. Imayev // Letters on Materials. – 2018. – V.8. – P. 510-516.
5. Enhanced compressive strength of an extruded nanostructured Mg-10Al alloy / M. Pozuelo, Y.W. Chang, J.M. Yang // Materials Science and Engineering. – 2014. – V. 594 – P. 203–211.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЙ МИКРООБРАБОТКЕ

**Потапов А.А.**

Научный руководитель — профессор, д.т.н. Волгин В.М.

ТулГУ, Тула

potapov-kristall@mail.ru

Микросистемные технологии рассматриваются сегодня как ключевые технологии с экономическим потенциалом, сравнимым с микроэлектроникой. Существует множество способов обработки микродеталей, одним из которых является микроэлектроэрозионная обработка [1]. В большинстве случаев для прогнозирования эффективности процесса электроэрозионной обработки используют теоретические модели, которые позволяют

предсказывать скорость съема материала, коэффициент износа инструмента и шероховатость поверхности. Теоретическое моделирование электроэрозионного импульса позволяет осуществить программный пакет Comsol Multyphysics, который используется для решения задач методом конечных элементов. Данный метод является технологичным и позволяет прогнозировать получаемый микрорельеф и оценивать тепловое влияние, оказываемое на заготовку во время обработки [2].

Целью работы является рассмотрение влияния распределения теплового потока по сечению канала разряда на форму и размер лунки. Работа посвящена исследованию влияния закона распределения теплового потока по радиусу канала разряда на тепловые процессы в обрабатываемой заготовке при электроэрозионной микрообработке (ЭЭМО) импульсами наносекундной длительности. Для определения параметров единичной лунки была использована комплексная электротермическая модель. Эта модель учитывает основные особенности процесса, такие как нормальное распределение теплового потока по сечению канала разряда и температурно-зависимые теплофизические свойства.

В результате численного решения были получены распределения температур в заготовке при ЭЭМО при различных длительностях и энергиях импульсов. Проведен сравнительный анализ результатов моделирования для различных законов распределения теплового потока по радиусу канала разряда. Исследовано влияние распределения теплового потока по сечению канала разряда на форму и размеры единичной лунки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Тульской области в рамках научного проекта № 19-48-710009.

#### Литература

1. Потапов А.А. Моделирование тепловых процессов при электроэрозионной микрообработке короткими импульсами //Региональная научно-техническая конференция. «Нано- и электрофизикохимическая обработка в машино- и приборостроении-2020». Тула, 2020 г.: сборник докладов. Тула: ТулГУ, 2020. С. 100–113.
2. Зиём Н.Т., Волгин В. М. Моделирование формирования эрозионных лунок при электроэрозионной микрообработке //Известия ТулГУ. Технические науки. – 2018. – №. 7, 11.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, ОБТЕКАЕМЫХ ДОЗВУКОВЫМИ СТРУЯМИ ДИССОЦИИРОВАННОГО ВОЗДУХА

Приходько С.Б.<sup>1</sup>,

Научный руководитель – Чаплыгин А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МАИ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва

mhth.fn@gmail.com

В высокочастотном индукционном плазмотроне ВГУ-4 экспериментально исследован теплообмен цилиндрических моделей, обтекаемых дозвуковыми струями диссоциированного воздуха. С помощью нестационарного медного калориметра определены тепловые потоки к поперечно обтекаемому цилиндру диаметром 20 мм. С помощью стационарного водоохлаждаемого медного калориметра определены тепловые потоки в передней критической точке продольно обтекаемого цилиндра диаметром 20 мм со сферической носовой частью. Проведено сравнение полученных результатов с доступными литературными данными о тепловых потоках в передней критической точке продольно обтекаемого цилиндра диаметром 20 мм с плоским торцом.

**Введение.** В задачах о вхождении затупленных тел в атмосферу планет актуальны вопросы исследования воздействия на их поверхность высокоэнтальпийного газового потока. В лабораторных условиях невозможно в точности воспроизвести все естественные условия аэродинамического нагрева, однако могут быть смоделированы локальные параметры теплообмена в окрестности передней критической точки тела [1]. Подобные исследования могут осуществляться в индукционных ВЧ-плазмотронах ИПМех РАН ВГУ-3 и ВГУ-4. Испытания теплозащитных материалов для высокоскоростных летательных аппаратов в ВЧ-плазмотронах, как правило, проводят на осесимметричных образцах. Осесимметричные формы обладают рядом преимуществ:

- простота расчетного моделирования;

- удобство экспериментального определения параметров потока;
- возможность обеспечить равномерное поле температур в окрестности передней критической точки образца;

Представленная работа посвящена исследованию режимов теплообмена медных цилиндрических моделей в дозвуковых струях диссоциированного воздуха, создаваемых 100-киловаттным ВЧ-плазмотроном ВГУ-4. Рассматривалось обтекание моделей двух типов: поперечно обтекаемый медный цилиндр диаметром 20 мм и продольно обтекаемый цилиндр диаметром 20 мм со сферической носовой частью. С помощью калориметрических датчиков, интегрированных в данные модели, были определены тепловые потоки к высококаталитической медной поверхности в струях диссоциированного воздуха, истекающих из водоохлаждаемых конических сопел с диаметрами выходных сечений 30, 40 и 50 мм, в зависимости от мощности ВЧ-генератора плазмотрона по анодному питанию при давлении в затопленном пространстве 100 гПа и расходе воздуха 2.4 г/с. Мощность ВЧ-генератора плазмотрона изменялась в диапазоне от 20 до 70 кВт с шагом 10 кВт. Проведено сравнение тепловых потоков, полученных для двух рассмотренных конфигураций, с тепловыми потоками, реализованными при тех же режимах работы плазмотрона в передней критической точке цилиндра диаметром 20 мм с плоским торцом, которые были взяты по данным исследования [2].

**Методы.** Схема эксперимента по поперечному обтеканию цилиндрической модели в установке ВГУ-4 показана на рис. 1. Для измерения теплового потока в модель интегрирован нестационарный калориметрический датчик [3], представляющий собой цилиндр из бескислородной меди диаметром  $d = 5$  мм и массой  $m = 1.99$  г с термопарой на тыльной стороне. Плотность теплового потока определялась из соотношения:

$$q = \frac{C_p m \Delta T}{A \Delta t} \quad (1)$$

где  $C_p$  – удельная теплоемкость материала датчика,  $m$  – масса датчика,  $A$  – площадь тепловоспринимающей поверхности датчика,  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  – скорость роста температуры.

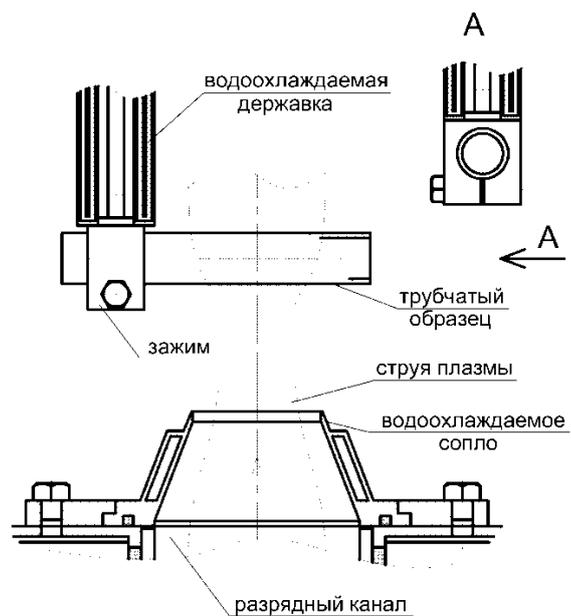
Для измерения тепловых потоков в критической точке продольно обтекаемого цилиндра со сферической носовой частью была использована модель, оснащенная водяным калориметром со сферической медной тепловоспринимающей поверхностью (рис. 2). Метод измерения тепловых потоков с помощью стационарных водоохлаждаемых калориметров описан в [4].

Плотность теплового потока определяется из соотношения:

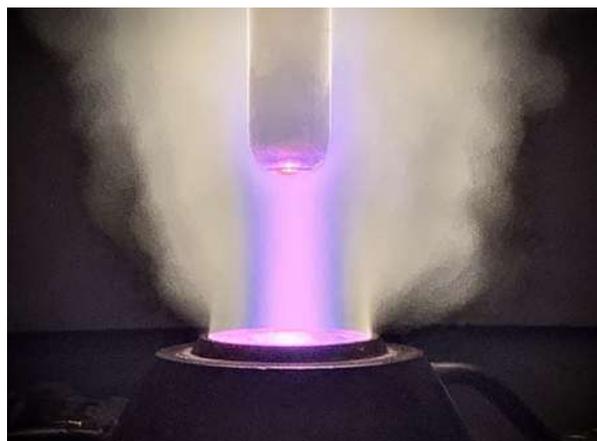
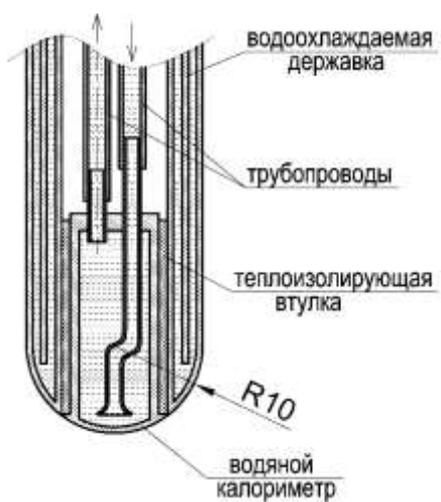
$$q = \frac{C_p g \Delta T}{A} \quad (2)$$

где  $C_p$  – удельная теплоемкость воды,  $g$  – массовый расход охлаждающей воды,  $A$  – площадь тепловоспринимающей поверхности калориметра,  $\Delta T$  – разность температур охлаждающей воды на выходе из калориметра и на входе в него.

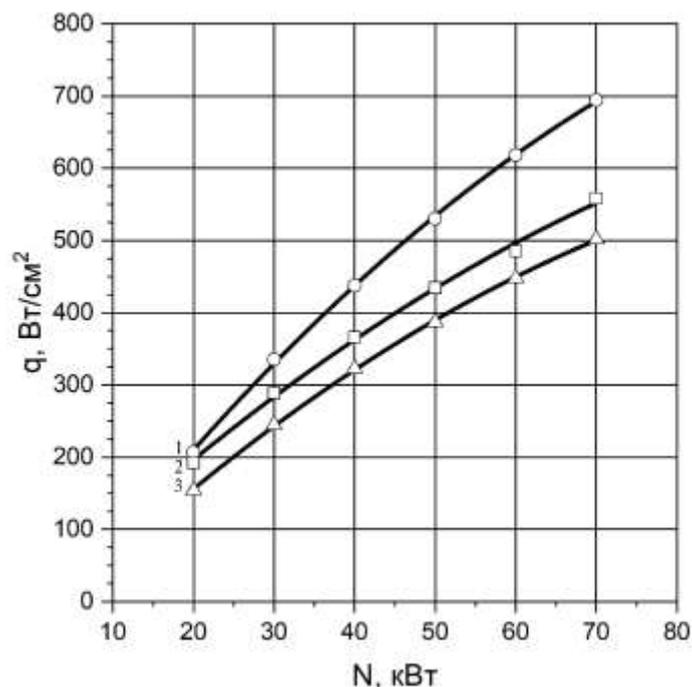
**Результаты.** На рис. 3 представлены результаты измерений тепловых потоков в дозвуковых струях диссоциированного воздуха, истекающих из водоохлаждаемого конического сопла диаметром 40 мм в зависимости от мощности ВЧ-генератора плазмотрона ВГУ-4 по анодному питанию и геометрии модели. Расстояние от поверхности модели до выходного сечения сопла равно диаметру сопла. Для поперечно обтекаемого цилиндра проведено по 5 измерений при каждом значении мощности, на рис. 3 приведены средние значения полученных тепловых потоков. Отклонение результатов измерений от среднего значения варьировалось в пределах от 6% до 12% (в зависимости от мощности).



**Рис. 1.** Поперечное обтекание цилиндра в установке ВГУ-4.



**Рис. 2.** Цилиндрическая медная модель диаметром 20 мм со сферической носовой частью, оснащенная водяным калориметром.



**Рис. 3.** Тепловые потоки к холодной медной поверхности цилиндрической модели диаметром 20 мм в дозвуковых струях диссоциированного воздуха, истекающих из конического сопла диаметром 40 мм в зависимости от мощности ( $N$ ) ВЧ-генератора плазмотрона ВГУ-4 по анодному питанию: 1 (синий) – продольно обтекаемый цилиндр со сферической носовой частью, 2 (зеленый) – поперечно обтекаемый цилиндр, 3 (красный) – продольно обтекаемый цилиндр с плоским торцом (по данным [2]).

Как видно из рис. 3 максимальные тепловые потоки реализованы в критической точке продольно обтекаемого цилиндра со сферической носовой частью, минимальные – в критической точке продольно обтекаемого цилиндра с плоским торцом, тепловые потоки к поперечно обтекаемому цилиндру того же диаметра при всех значениях мощности ВЧ-генератора лежат между значениями, полученными для двух рассмотренных случаев продольного обтекания.

### Литература

1. Колесников А.Ф. Условия локального подобия термохимического взаимодействия высокоэнтальпийных потоков газов с неразрушаемой поверхностью // Теплофизика высоких температур, 2014, том 52, выпуск 1, с. 118–125.
2. Колесников А.Ф., Гордеев А.Н., Васильевский А.С., Тептеева Е.С. Влияние геометрии разрядного канала ВЧ-плазмотрона на теплообмен в высокоэнтальпийных дозвуковых струях воздуха // Теплофизика высоких температур, 2019, том 57, № 4, с. 509–517.
3. ASTM E457-08(2015), Standard Test Method for Measuring Heat-Transfer Rate Using a Thermal Capacitance (Slug) Calorimeter, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2015.
4. ASTM E422-05(2016), Standard Test Method for Measuring Heat Flux Using a Water-Cooled Calorimeter, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.

# ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПУЛЬСАЦИЙ КОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА ОПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Прохорчук К.В.<sup>1</sup>, Котов М.А.<sup>2</sup>, Якимов М. Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МАИ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва

oilwserious@yandex.ru

В данной работе представлены результаты численного моделирования пульсирующего конвективного факела от сосредоточенного источника тепла в зависимости от размеров расчетной области и скорости дополнительного потока газа на входе в зону конвективного факела. Показано, что частота пульсаций конвективного факела увеличивается при увеличении размеров области решения трехмерной гидродинамической задачи, а также с ростом скорости дополнительного потока газа. При определенной скорости дополнительного потока результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными по частоте и амплитуде пульсаций. При дальнейшем повышении скорости потока происходит стабилизация конвективного факела.

**Введение.** Оптические разряды (ОР) представляют собой эффективный способ поддержания плазмы с температурой почти полной однократной ионизации, при котором высокая температура обеспечивается высокой плотностью диссипации энергии за счет поглощения плазмой лазерного излучения высокой интенсивности. Лазерный подвод энергии позволяет поддерживать плазму в замкнутом объеме с инертным газом высокого давления со стенками, прозрачными для излучения. Этот принцип положен в основу широкополосных лазерно-плазменных источников излучения высокой яркости на основе непрерывного ОР (НОР).

Одним из главных требований, предъявляемых к таким источникам, является высокая временная и пространственная стабильность излучения [1]. Высокотемпературная плазма НОР вызывает в плазмобразующем газе конвекцию, сопровождаемую пульсациями конвективного факела, отрицательно влияющими на стабильность и яркость плазмы [1, 2].

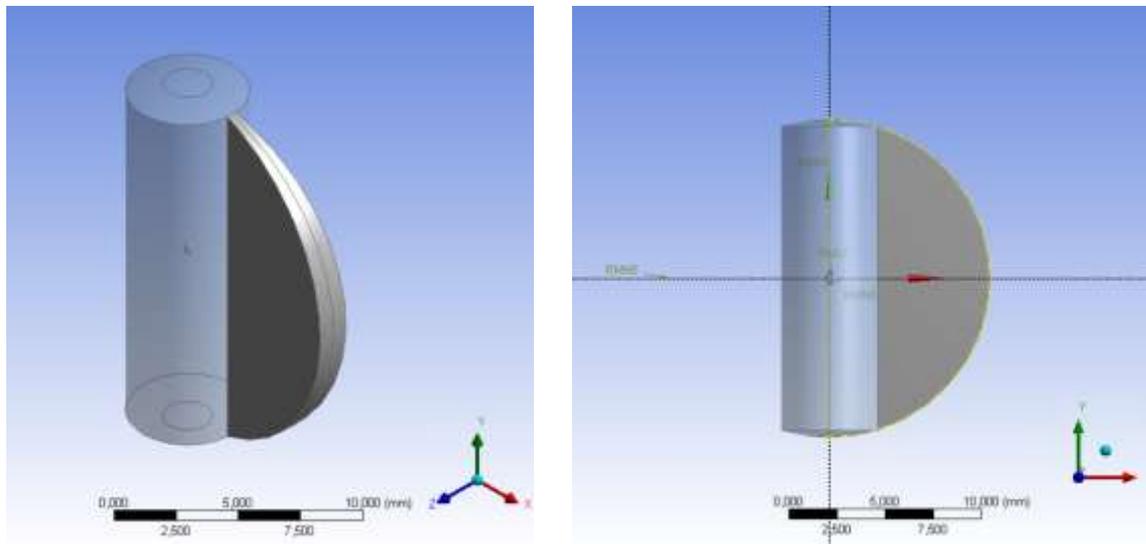
**Постановка задачи.** Для моделирования конвективного потока в реальном разрядном объеме, заполненном разогретым ксеноном под высоким давлением, рассматривалась задача конвекции в модельной кварцевой сфере внутренним диаметром 16.62 мм с толщиной стенок 2 мм. В центре сферического объема располагался сосредоточенный источник тепловыделения в виде вытянутого сфероида (0.3×0.5 мм), тепловая мощность которого (5÷10 Вт) соответствовала характеристикам плазмы при мощности поддерживающего НОР лазерного излучения 50 Вт. При задаваемых условиях задачи средней плотности ксенона давление устанавливалось в зависимости от температуры внешней поверхности стенки, определяемой из условий отвода теплового потока за счет инфракрасного излучения и конвекции в окружающий воздух.

Частоты пульсаций конвективного факела, полученные в [3, 4] при решении такой задачи, оказались ниже наблюдаемых экспериментально в аналогичных условиях [1, 2], что, как предполагалось, могло произойти из-за недооценки скорости периферийного движения газа в разрядном объеме. В результате при моделировании амплитуда пульсаций получалась больше, а частота пульсаций, соответственно, уменьшалась.

Для проверки этого предположения в данной работе были проведены расчеты в той же постановке задачи, как в работах [3, 4]. Отличие от [3, 4] заключается в проверке влияния на результат решения размеров расчетных областей и выяснения влияния дополнительного потока газа, вводимого искусственно в расчетной области, занимаемой конвективным факелом. Целью исследования было выяснить, какие параметры модельной задачи влияют на амплитуду и частоту пульсаций, и тем самым отвечают за соответствие данных моделирования эксперименту.

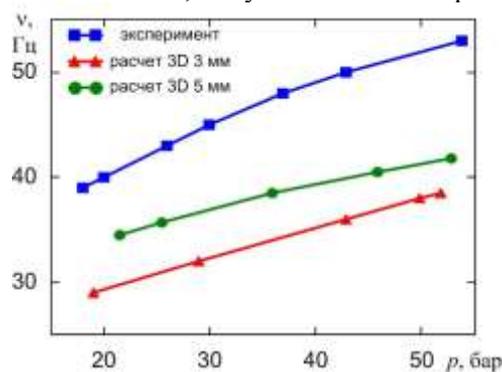
**Решение.** Гидродинамическая задача конвекции от сосредоточенного источника тепла решалась с помощью программного комплекса численного моделирования Ansys CFX [5]. Решать полностью трехмерную систему уравнений гидродинамики во всем разрядном объеме не позволяли доступные вычислительные мощности. На рис. 1 показаны расчетные области, на которые разбивался разрядный объем. Центральная часть разрядного объема, в которой помещался конвективный факел, имела форму цилиндра. В центре координат

находилась зона тепловыделения в форме эллипсоида. Остальная часть разрядного объема была представлена тонким шаровым клином. Трехмерная задача решалась в цилиндрической области. Течение вне этой области считалось осесимметричным, поэтому для экономии расчетного времени решалась двумерная задача в прилегающем шаровом клине с соответствующими граничными условиями. От соотношения размеров областей могла зависеть точность моделирования, поэтому было проведено исследование зависимости результатов моделирования от размеров области трехмерного расчета.

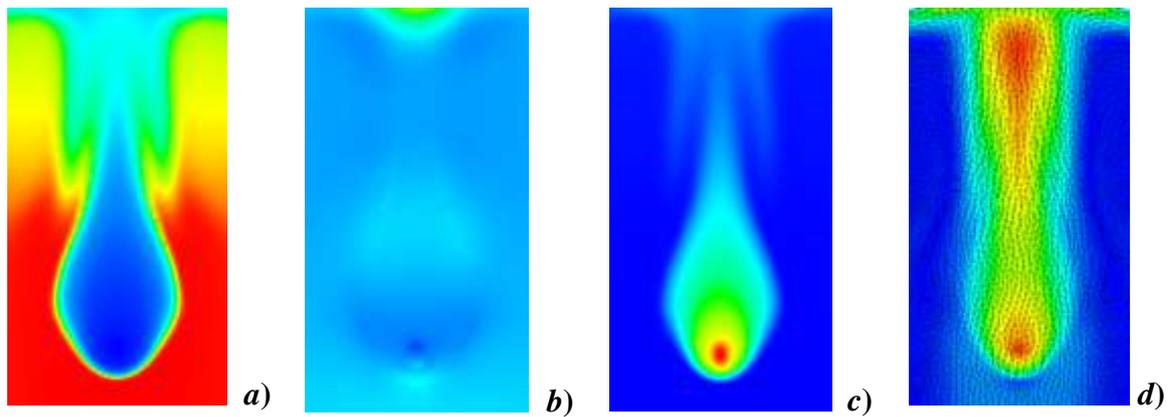


**Рис.1.** Расчетные области численного моделирования гидродинамической задачи конвекции: сферический источник тепловыделения (в центре координат), центральная цилиндрическая область, в которой находится конвективный факел, а также прилегающий шаровой клин, моделирующий остальной разрядный объем, течение в котором считается осесимметричным.

**Результаты расчетов.** На рис.2 результаты расчетов с различным диаметром цилиндрической области (3 и 5 мм, соответственно, 4.8%, и 13.6% разрядного объема) сравниваются с результатами экспериментов [1, 2]. Видно, что по мере увеличения размера области решения трехмерной задачи частота пульсаций конвективного факела увеличивается, приближаясь к значениям, полученным в экспериментах.



**Рис. 2.** График зависимости частоты гидродинамических пульсаций конвективного факела от давления ксенона. Приведены данные экспериментов [1, 2], а также данные расчетов, аналогичных проведенным в [3, 4], при различном диаметре центральной цилиндрической расчетной области.



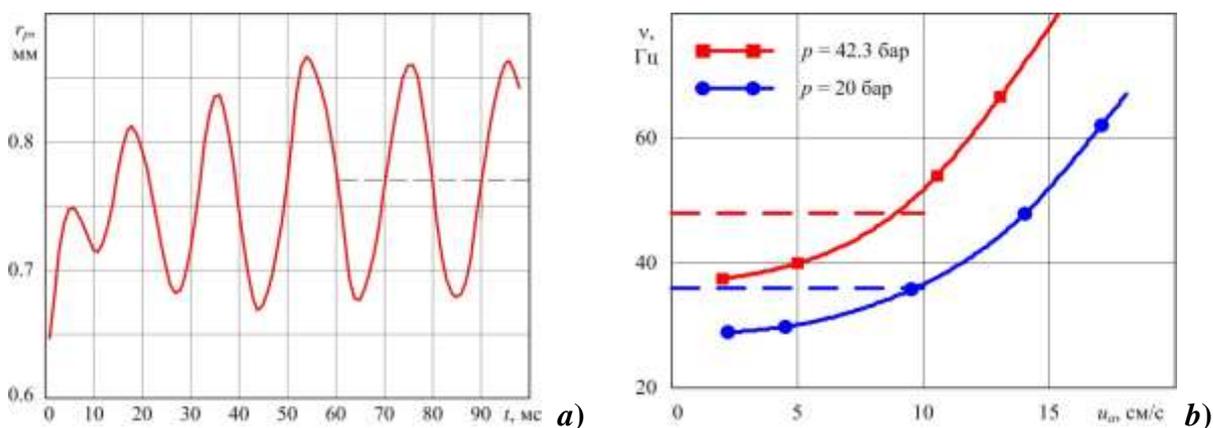
**Рис. 3.** Динамические распределения значений: *a)* плотности ( $113.5 \text{ кг/м}^3$ ), *b)* давления (33.8 бар), *c)* температуры (от 500 К до 13,2 кК) и *d)* скорости (дополнительная скорость на входе – 7,5 см/с), полученные в расчете для момента времени  $t = 0.061 \text{ с}$ . Размер кадров  $5 \times 8 \text{ мм}^2$ .

В указанном диапазоне размеров центральной расчетной области полного соответствия расчетов и эксперимента достичь не удалось, поэтому дальнейшие исследования были сосредоточены на изучении влияния дополнительного потока газа, втекающего в разрядный объем через нижнюю стенку цилиндрической расчетной области. Внешний поток газа в разрядный объем вызывал рост плотности и давления, однако массовый расход был небольшим и не приводил к значительному изменению параметров за ограниченное расчетное время 0.1 с. На рис. 3 показаны типичные динамические распределения скорости, плотности и давления, полученные при моделировании.

При увеличении скорости дополнительного потока газа наблюдался рост частоты пульсаций. На рис. 4 показана временная диаграмма установления частоты пульсаций и графики изменения частоты с ростом скорости потока, полученные при моделировании. При скорости дополнительного потока свыше 16-20 см/с в зависимости от давления наблюдалось явление стабилизации конвективного факела. При этом пульсации к концу расчетного периода затухали, и форма факела после некоторого небольшого времени установления практически не менялась.

**Выводы.** При моделировании увеличение скорости дополнительного потока газа, подаваемого снизу вверх на вход конвективного факела, приводило к уменьшению амплитуды и увеличению частоты пульсаций. Увеличение расчетной области решения трехмерной задачи также приводит к увеличению частоты пульсаций, а в реальном эксперименте наблюдаются колебания меньшей амплитуды и более высокой частоты, чем при моделировании.

На основании этих наблюдений можно заключить, что решение полной трехмерной задачи в ограниченной расчетной области, дополненное решением двумерной задачи в остальной части объема, течение в котором априори считается осесимметричным, приводит, по-видимому, к ошибкам при расчете движения газа в области, внешней по отношению к факелу, из-за чего возникают систематические расхождения с экспериментом, отмеченные в [3, 4]. Измерение частоты и амплитуды колебаний конвективного факела может служить для количественной оценки скорости движения газа в замкнутом объеме с оптическим разрядом.



**Рис. 4.** а) Расчетная диаграмма процесса установления колебаний условного радиуса конвективного факела  $r_p$  (по изотерме 3 кК, давление  $p = 33.8$  бар, скорость дополнительного потока 7.5 см/с) б) Зависимость расчетной частоты пульсаций от скорости дополнительного потока ксенона при давлениях в разрядном объеме  $p = 20$  и 42.3 бар. Пунктирными прямыми показаны уровни частот пульсаций, наблюдаемых в эксперименте при  $p = 20$  и 42.3 бар.

### Литература

1. Зимаков В.П., и др. Пространственная и временная нестабильность оптических разрядов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2018. Т.19, вып.4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-4/articles/754/>
2. Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu. // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V.1394. P.012012 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1394/1/012012/pdf>
3. M.A. Kotov, et al. Dynamics of laser plasma convective plume in high pressure xenon // 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1675, 012073 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1675/1/012073>
4. Прохорчук К.В., Якимов М.Ю. Моделирование конвективного потока непрерывного оптического разряда // Механика и моделирование материалов и технологий. Сборник трудов. Москва, ИПМех РАН, 2020 (126 с.), с. 95-97.
5. ANSYS CFX [Электронный ресурс] <http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-CFX> (дата обращения 27.02.2021).

## ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ ТЕРМОУПРУГОЙ МЕХАНОДИФФУЗИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ НА ПРИМЕРЕ ОБРАБОТКИ ПРПЖ

Решетняк Е.В., Данилевский А.А., Давыдов С.А.

Научный руководитель — Ахметова Е.Р.

МАИ, Москва

zreshov@bk.ru

Методы поверхностной модификации – наиболее простой путь создания новых материалов. Улучшение характеристик достигается за счет внедряемых в приповерхностные слои атомов легирующих элементов, либо за счет изменения кристаллической структуры самого материала. Для достижения поставленных задач эти изменения должны быть тщательно рассчитаны.

До недавнего времени отсутствовали математические модели и подходы, достоверно описывающие нестационарные процессы внедрения легирующих добавок в многокомпонентные среды, учитывающие многофакторность воздействия на материал. Такие модели обладают высокой прикладной значимостью, так как для определения режима обработки для каждого конкретного случая необходимо ставить ряд экспериментов. Разработка и применение универсальных математических моделей позволяет существенно снизить затраты на проведение экспериментов. Это возможно за счёт предварительного подбора оптимальных параметров при математическом моделировании эксперимента и значительного сокращения области поиска.

Примером такой универсальной модели является нестационарная модель термоупругой механодиффузии. В качестве частного случая применения этой математической модели можно рассмотреть процесс периодического разряда в потоке жидкости (ПРПЖ), где для обеспечения процесса модификации материала генерируется сила тока в сотни ампер. К настоящему моменту были созданы феноменологические модели, описывающие в процессе ПРПЖ связь подаваемой силы тока с возникающими деформациями и тепловым воздействием, однако процессов внедрения легирующих элементов эти модели не описывают.

Проведенные эксперименты показали, что в процессе обработки в образцах наблюдается весь набор оксидов титана. Просчитать количество внедренного кислорода при воздействии, и, таким образом, выявить зависимость между насыщением кислорода и повышением прочности может помочь проведение расчета на основе одномерной нестационарной модели термоупругой диффузии, анализ фотографий шлифов обработанных образцов и сравнение полученных результатов.

Для расчетов были рассмотрены образцы материала ВТ-14, параметры процесса обработки: расстояние от электрода до образца 5мм, напряжение 4кВ, средний ток зарядной цепи 950А, расход воды 36/45 л/мин, количество проходов 4.

Четырехкратным проходом обеспечивается сплошность покрытия. В качестве допущения принимаем, что четырехкратным проходом обеспечивается одинаковое воздействие как по площади образца, так и по глубине.

Проведен анализ прямого шлифа образца. На шлифе обнаружены структуры, цвет которых соответствует следующим соединениям: монооксид  $TiO$  (цвет колеблется от золотистого до красноватого),  $Ti_3O_5$  (небольшое количество зерен голубоватого оттенка), диоксид титана  $TiO_2$  (светло-желтый цвет (совсем светлый)), сесквиоксид  $Ti_2O_3$  (темно-фиолетовые структуры). Гидроксиды титана достаточно нестабильны: например,  $Ti(OH)_2$  распадается на  $TiO_2$  и  $H_2$ . Возможно взаимодействие титана с различными компонентами водно-воздушной среды, поскольку процесс безвакуумный, некоторые из которых проникают в глубину приповерхностного слоя. В частности, представлены зеленоватые оттенки, соответствующие нитриду титана  $TiN$ , который мог образоваться при внедрении частиц азота. Также возможно внедрение небольшого количества иных примесей. Вопрос измельчения зерен рассмотрен в работе [1].

С помощью программы JMicroVision определяется количество оксидов титана в сечении.

Доля диоксида титана составила 8,9% от общей площади шлифа, сесквиоксида - 31,3%, монооксида без учета красноватых оттенков - 10,8%. С учетом красноватых структур доля может составлять 11-12%.

Голубоватые структуры также немногочисленны, как и красноватые. Могут быть оценены в десятые доли процента.

Также из анализа была исключена зона окалины, составляющая 4,2% площади шлифа.

Проведенный анализ показал количественный состав оксидов в обработанном материале, по ним было рассчитано количество внедренного в материал кислорода. Решение прямой задачи термоупругой диффузии показало аналогичное количество возможного к внедрению в материал кислорода.

Данная работа выполнена при поддержке гранта «УМНИК» №15347ГУ/2020 Федерального государственного бюджетного учреждения «Фонд содействия инновациям».

## Литература

1. Модификация титановых сплавов для пар трения методом периодического разряда в потоке жидкости Е.Р. Ахметова, Р.Г. Тазетдинов // Вестник МАИ, 2009 г.
2. Давыдов С.А., Земсков А.В., Тарлаковский Д.В Упругое полупространство под действием одномерных нестационарных диффузионных возмущений // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2014. – Т. 2, кн. 4. – С. 70–79
3. Возможность получения стабильных наноструктурных композиций в поверхностных слоях титановых сплавов, применяемых в эндопротезировании, при обработке методом периодического разряда в потоке жидкости Тазетдинов Р.Г., Ахметова Е.Р. // Материалы конференции РСНЭ-НБИК, 2011 г.

4. Davydov S.A., Zemskov A.V., Akhmetova E.R. Thermoelastic Diffusion Multicomponent Half-Space under the Effect of Surface and Bulk Unsteady Perturbations // Math. Comput. Appl. – 2019. – 24, 26.

## **СОУДАРЕНИЕ ПРОФИЛИРОВАННЫХ МЕДНЫХ ЦИЛИНДРОВ С ЖЕСТКОЙ СТЕНКОЙ: ЭКСПЕРИМЕНТ И 3D SPH МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Родионов Е.С., Лупанов В.Г., Грачева Н.А., Майер П.Н., Майер А.Е.**

ЧелГУ, Челябинск

zlategor@mail.ru

Модификация тестов Тейлора по соударению стержня из испытываемого материала по жесткой преграде была реализована на медных профилированных цилиндрах. Цилиндр диаметром 8 мм и длиной в 40 мм был вырезан из медного холоднотянутого прутка (бескислородная медь М1 99,9%) и обработан в головной части для получения трех различных форм: 1) уменьшенный цилиндр диаметром 3 миллиметра и длиной 10 мм; 2) аналогичный уменьшенный цилиндр диаметром 4 мм; 3) усеченный конус диаметром в вершине 2 мм и длиной 20 мм. Образцы запускались с помощью газовой пушки с различными скоростями до 80 м/с и сталкивались с жесткой преградой. Для разгона образцов применяется сжатый воздух давлением около 5 бар, изначально отделенный от образца мембраной; для повышения скорости удара образца о наковальню также предусмотрено создание пониженного давления в области разгона ударника. В экспериментах реализованы значения истинной деформации около 0,5 – 1 и скорости деформации от  $10^3$  до  $2,4 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup>. Форма образцов специально была подобрана таким образом, чтобы повысить напряжения на ударном конце, таким образом в данном эксперименте удастся получить скорости деформации, характерные для экспериментов с цилиндрами такого же диаметра, но запущенными со скоростью около 150–200 м/с. В случае цилиндров уменьшенного диаметра в головной части деформация практически одинакова по длине уменьшенной части, что позволяет сделать прямую оценку напряжения течения и скорости деформации. Дислокационная модель пластичности, ранее проверенная для задачи соударения пластин, реализована в трехмерном случае с использованием численной схемы гидродинамики сглаженных частиц (SPH). Модель включает уравнение состояния, реализованное в виде искусственной нейронной сети (ИНС) и обученное по данным молекулярно-динамического (МД) моделирования равномерного изотермического растяжения и сжатия нанобъемов меди. Показано соответствие результатов расчетов экспериментальным данным, как для формы образцов после соударения, так и для величины деформации. Экспериментальная часть работы поддержана Российским Научным Фондом (проект № 20-79-10229). Разработка 3D SPH численного кода и уравнения состояния на основе ИНС поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (гос. задание № 075-00250-20-03).

## **УЧЕТ ЦЕНЗУРИРОВАННОСТИ ВЫБОРКИ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ КОМПОЗИТОВ НА УСТАЛОСТЬ**

**Романов Н.И.<sup>1</sup>, Смелов С.А.<sup>2</sup>, Гадолина И.В.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> ИМАШ РАН, Москва

<sup>2</sup> АО «ОНПП «Технология» им. А. Г. Ромашина, Обнинск

Рассмотрены особенности экспериментальной оценки свойств сопротивления усталости полимерных композиционных материалов, связанные с большой вариабельностью их свойств. Предложен метод, позволяющий статистически обоснованно учесть информацию о цензурированиях (приостановках).

Полимерный композит - это многофазный материал, в котором армирующие наполнители интегрированы с полимерной матрицей, что приводит к синергическому улучшению механических свойств, которое не может быть достигнуто ни одним из

компонентов по отдельности. Исследования механических свойств полимерных композиционных материалов (ПКМ) показывают, что композиты имеют серьезные преимущества перед традиционными конструкционными металлами и сплавами, в основном связанные с высокими удельными характеристиками статической прочности. Развитие науки и технологий приводит к тому, что стоимость производства композитов различных типов постоянно снижается, а качество растет. Таким образом, этот вид материала находит новые области применения, частности, в авиастроении.

Наряду с использованием современных физических методов, в задаче анализа качества композитов большое значение продолжают занимать исследования механических характеристик изделий: таких как прочность при статических испытаниях (растяжение, сжатие, сдвиг), жесткость (модуль упругости). Особняком стоят исследование характеристик сопротивления усталости. Несмотря на то, что композиты все чаще используются в самолетах и космических аппаратах и других изделиях [1], подверженных повторяющимся циклическим нагрузкам, все же существует мнение, что статическая прочность композитов является достаточным показателем прочности. Отчасти это связано с тем, что на самом деле наклон кривой усталости композитных образцов действительно очень велик по сравнению с аналогичной величиной для металлов. Если для металлов характерно значение 5 ... 9 (показатель наклона кривой усталости), то для композитов нередко можно наблюдать 15 и более. Столь большое значение данного показателя в первую очередь означает значительный анализ усталостных свойств. Для композитов большой разброс справедлив и для статических характеристик, а при усталости рассеяние всегда больше. Существуют также проблема при проектировании формы образцов для испытаний. Недопустимо перерезывать волокна для придания образцу плавной формы для перехода к захватной части [2]. Отсутствие проработанной методики приводит к значительному количеству брака при испытаниях. Также следует отметить, что получаемые значения прочности на образцах, могут оказаться нерелевантными.

В результате усталостные испытания композитов демонстрируют не только большой разброс, но и высокую степень цензурированности – т.е. наличие большого количества не разрушившихся к концу испытаний образцов. Высокий разброс может быть связан с: а) малым размером образцов, не обеспечивающим осреднение свойств по ширине; б) искривлением волокон; в) неоднородностью прессования при изготовлении. Это обуславливает необходимость создания специальных методов для учета цензурированных при построении кривой усталости образцов из композитов.

Предлагаемый метод разработан для улучшения качества линейной регрессии кривой усталости за счет специального метода учета цензурированных. Допущения, лежащие в основе разрабатываемого метода таковы: 1) не существует бесконечного предела выносливости для композитов; 2) уравнение линейной регрессии кривой усталости верно с принятием логарифма амплитуды переменного напряжения в качестве независимой переменной (фактора) и логарифма числа циклов как зависимой переменной, отклика, нормально распределенной.

На Рис.1 показаны: а) малогабаритный композитный образец для испытаний на сжатие; б) разрушенный при усталостном нагружении. Малый размер рабочей части обеспечивает устойчивость при испытаниях. Характерные расслоения разрушенного образца свидетельствуют о наличии разрушения по причине потери адгезии при разрушении. Примем, что имеется несколько пар ( $p$ ) значений фактора и отклика, которые являются зарегистрированными отказами при испытаниях на усталость. Также у нас есть  $q$  цензурированных испытаний на нижнем уровне амплитуды напряжений, для которого известно только количество испытанных образцов и их наработки до цензурирования.



а)



б)

**Рис.1.** Малогабаритный образец из ПКМ: а) исходный; б) после разрушения от усталости.

Для восстановления утраченных данных о потенциальной долговечности неразрушенных  $q$  образцов в соответствии с разрабатываемым методом было предложено создавать выборки бутстрэпа. Каждая выборка бутстрэпа состоит из  $r$  элементов, выбранных в специальном случайном порядке. На основе исходной выборки представляется возможным оценить уравнение регрессии по методу наименьших квадратов. Выборки бутстрэпа состоят из того же количества пар  $r$  и только из имеющихся, но с отличной вероятностью появления. Для формирования  $j$ -й бутстрэп-выборки выполняется случайный выбор с возвращением [3].

Дальнейшие пояснения осуществляются на примере из работы зарубежных авторов, где  $r = 14$  и  $q = 6$ . На основании данных, касающихся только разрушения, было оценено уравнение кривой усталости с помощью метода наименьших квадратов. Далее, после проведения имитационного моделирования бутстрэп, мы получили 6 дополнительных точек долговечностей разрушения  $N_i, i=1 \dots 6$ , при малой амплитуде напряжения. После получения 6 дополнительных точек уравнение кривой усталости было обновлено, что позволило улучшить качество уравнения регрессии.

**Таблица.** Параметры экспериментальных и модельных выборок для случайного значения  $\lg N(\sigma_a)$  для испытанных при амплитуде  $\sigma_a = 112$  [МПа].

	Экспериментальная выборка	Смоделированная выборка
<b>mean</b>	6.78244	6.801667
<b>RMS</b>	0.129617	0.122052

После получения 6 дополнительных точек уравнение кривой усталости было обновлено:

$$\lg N = 39,23 - 15,82 \lg \sigma_a \quad (1).$$

Качество уравнения регрессии можно охарактеризовать коэффициентом детерминации  $R^2$ :

$$R^2 = D((y)) / D(y) = 1 - D(e) / D(y), \quad (2).$$

где  $D(y)$  - общая сумма квадратов;  $D(e)$  - дисперсия прогнозов модели.

Исходя из (2) коэффициент детерминации для исходной кривой усталости равен:  $R^2 = 0,909$ , а для уточненной кривой (1) равен:  $R^2 = 0,941$ , поэтому можно констатировать, что улучшение было достигнуто.

**Выводы.** Показано, что в силу значительного рассеивания свойств, в кривой усталости почти неизбежны цензурирования (приостановки).

На основе статистического бутстрэпа разработан метод учета информации о цензурированности, который, как показано на примере, позволил улучшить качество оценки кривой усталости.

### Литература

1. Larionova A. A. and Dudchenko A. A. // Design and analysis of the strength and durability of metal composite assemblies of aircraft structures
2. Полилов А.Н., Власов Д.Д., Татусь Н.А. Проектирование оптимальной формы и структуры армирования образца для корректного определения прочности однонаправленных композитов на растяжение //Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2021. Том 87. №2
3. Диаконис П., Эфрон В. 1985 Статистические методы с интенсивным использованием ЭВМ // В мире науки.

## РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ

Саитова Р.Р.

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Арутюнян А.Р.

СПбГУ, Санкт-Петербург

rigastr@yandex.ru

Решается задача ползучести и длительной прочности металлических материалов и сплавов. Под действием относительно низких напряжений и высоких температур металлические материалы становятся хрупкими и разрушаются с небольшой величиной остаточных деформаций. Эта проблема известна как проблема тепловой хрупкости металлов. Данный эффект наблюдается в элементах многих важных инженерных объектов, поэтому проблема хрупких разрушений стала предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований.

Для решения этой проблемы в механике материалов была введена концепция сплошности (поврежденности) [1, 2]. Для описания хрупкой области экспериментальной кривой длительной прочности была предложена система простых кинетических уравнений для параметра поврежденности и деформации ползучести, а также был сформулирован критерий длительной прочности.

В работах Л.М. Качанова [1], Ю.Н. Работнова [2] для решения данной проблемы рассматривается система кинетических уравнений для параметра поврежденности и деформации ползучести. В работах Р.А. Арутюняна [3] предлагается модифицированный вариант системы кинетических уравнений Качанова-Работнова с учетом закона сохранения массы и конкретизации параметра поврежденности в виде относительного изменения плотности материала. В научной литературе имеются многочисленные экспериментальные исследования по изменению пористости и плотности различных металлов и сплавов вследствие образования и развития микропор и микротрещин в условиях высокотемпературной ползучести. Результаты этих исследований позволяют рассматривать плотность в качестве интегральной меры накопления структурных микродефектов, а параметр поврежденности задается как отношение текущей величины плотности к начальной.

Точное аналитическое решение предлагаемой системы кинетических уравнений не предоставляется возможным. В связи с этим были рассмотрены различные случаи приближенных решений данной системы [4]. Получены приближенные аналитические решения системы уравнений и сформулированы критерии длительной прочности, позволяющие описать участок хрупкого разрушения. Построены соответствующие теоретические кривые. Показано, что предложенная система кинетических уравнений способна описать третий участок кривых ползучести, а критерий длительной прочности Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия. Также показано, что деформация ползучести по теории Работнова накапливается более интенсивно по сравнению с величиной деформации, полученной из решения предложенных уравнений. Также получено точное решение системы кинетических уравнений в виде зависимости, связывающей параметр поврежденности с величиной деформации.

Дано сравнение полученных решений с экспериментальными результатами по изменению пористости (плотности) для различных металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах и уровнях нагрузки. Показано, что функции поврежденности имеют общий характер для испытанных при различных температурах и силовых нагрузках металлов. Данный результат позволяет рассматривать параметр поврежденности, задаваемый как относительное изменение плотности, в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести.

Также получено точное решение системы кинетических уравнений с использованием численных методов. Дано сравнение приближенных и точных решений. Показано, что характер изменения теоретических кривых деформации ползучести и параметра поврежденности согласно различным решениям является идентичным и соответствует экспериментальным кривым деформации ползучести и поврежденности.

#### **Литература**

1. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26-31.
2. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 5-7.
3. R. A. Arutyunyan. The Problem of High-Temperature Creep and Long-Term Strength in the Mechanics of Materials // Doklady Physics. 2017. Vol. 62. N 8. P. 384-386.
4. Arutyunyan A., Arutyunyan R., Saitova R. The Criterion of High-Temperature Creep of Metals Based on Relative Changes of Density // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. 2019. 14. P. 140-144.

### **СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ FDM-ТЕХНОЛОГИЕЙ**

**Самойлова А.С.**

Научный руководитель — доцент, к.т.н. Ильинкова Т.А.

КНИТУ-КАИ, Казань

anyasamoylova2000@mail.ru

FDM-технология (Fused Deposition Modeling) является одним из способов аддитивного производства, суть которой состоит в послойном наложении расплавленной полимерной нити на подложку по 3D модели.

Материал для реализации FDM-технологии должен иметь достаточно высокие механические свойства: модуль упругости при изгибе и прочность. Это необходимо, чтобы нить из этого материала не рвалась при размотки с катушки, а также при дозировке через сопло. При этом материал должен иметь достаточно низкую вязкость, чтобы его можно было транспортировать через сопло при ее плавлении.

Наконец, FDM-материал должен обладать низкой усадкой, что будет обеспечивать в детали отсутствие напряжений и низкую деформацию при ее охлаждении. Этот процесс также можно регулировать путем тщательного контроля температуры камеры и платформы

в целом, в результате чего увеличится адгезия между деталью и платформой. Хорошие адгезионные характеристики очень важны для детали, созданной FDM технологией.

Поэтому целью настоящей работы является обзор современных полимерных термопластических материалов, пригодных для реализации данных требований FDM-технологии.

На сегодняшний день используют акрилонитрилбутадиенстирол (ABS), полилактид (PLA), нейлон, модифицированный полиэтилентерефталатгликоль (PETG), поликарбонат (PC), полиоксиметилен (POM), полиэтилен (PE), ударопрочный полистирол (HIPS), поливиниловый спирт (PVA), а также ряд химически и термически стабильных материалов, таких как полипропилен (PP), полиэфирэфиркетон (PEEK), полиэфиримид (ULTEM) и полифенилсульфон (PPSU). Эти материалы могут быть модифицированы различными наполнителями: углеродными волокнами, стекловолокном, частицами металла и т.д, что еще больше расширяет и расширяет область применения FDM.

ABS-пластик – это наиболее популярный материал для FDM технологии. FDM ABS-пластик обладает прочностью, не уступающей литьевому ABS – пластику, однако имеет пониженный модуль упругости и относительное удлинение. Как установлено авторами работы [1], эти механические характеристики в сильной степени зависят от режима печати, который можно в значительной степени оптимизировать и получить свойства не ниже чем для литьевого материала.

## **Литература**

1. Костина Е.С., Чубуков А.И., Ильинкова Т.А., Клабуков М.А. Механические свойства ABS-пластика, полученного по FDM-технологии// «Современный взгляд на проблемы технических наук», выпуск IV, Сб-к н. трудов по итогам межд. н-пр. конф.(11 сентября 2017 г.).- с.42-47

## **СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКИ НА ПОКРЫТИЕ БОЛЬШЕПРОЛЕТНОГО ЗДАНИЯ**

**Сатанов А.А.**

Научный руководитель — профессор, д.ф-м.н. Ерофеев В.И.

ИПМ РАН, Нижний Новгород

andrewsatanov@gmail.com

В современном мире активно развивается строительство уникальных зданий и сооружений. Для покрытия спортивных объектов, складов, ангаров часто применяются большепролетные конструкции криволинейной формы, такие как фермы, арки, пространственные покрытия. Стандартные методики сбора нагрузок не могут корректно учесть все геометрические особенности таких покрытий, поэтому при расчетах уникальных объектов применяются индивидуальные подходы. Не существует единой универсальной методики позволяющей однозначно определить значения ветровых нагрузок на здания сложной формы. Аэродинамические характеристики большепролетных зданий являются индивидуальными для каждого объекта.

В качестве объекта исследования рассматривается проектируемое здание ангара для технического обслуживания двух самолетов AirbusA-380 в г. Москва, перекрываемое пространственными арками пролетом 227,65 м. В соответствии с требованиями нормативных документов в случае, когда принципиальная геометрическая схема здания не совпадает ни с одной из представленных, аэродинамические коэффициенты устанавливаются на основе результатов математического или физического моделирования.

Для проведения испытаний в аэродинамической трубе был изготовлен макет большепролетного здания ангара в масштабе 1:500. Макет был изготовлен на 3D-принтере из полимерных материалов. Для измерения давления в характерных точках поверхности криволинейного покрытия была выполнена система дренажей из 126 воздухоотводящих трубок с возможностью подключения к микроманометру.

Экспериментальное исследование модели в лаборатории кафедры «Отопление и вентиляция» ННГАСУ. В рабочей зоне аэродинамической установки создавался равномерный поток воздуха со средней скоростью 12,3 м/с. Эксперимент проводился для пяти направлений ветрового потока, под углами 0°, 30°, 45°, 60°, 90°. Во время эксперимента каждая трубка системы дренажей соединялась с микроманометром с помощью гибкой резиновой трубки.

По показаниям микроманометров были вычислены аэродинамические коэффициенты се как отношение давления, измеренного в изучаемой точке поверхности к динамическому давлению, оказываемому ветровым потоком на вертикальную поверхность.

Расчетные значения основной ветровой нагрузки определялись как сумма средней и пульсационной составляющих в зависимости от нормативного значения ветрового давления для г. Москва, коэффициентов пульсации ветра и пространственной корреляции пульсации ветрового давления и коэффициента, учитывающего изменение ветрового давления по высоте. На основании значений аэродинамических коэффициентов и ветровых нагрузок, полученных в результате эксперимента, можно сделать вывод, что действующее на покрытие ветровое давление отрицательное.

В работе [1] проведено аналитическое исследование распределения давлений по поверхности покрытия с использованием уравнений Навье-Стокса по двум направлениям под углами 0° и 90°. Для этого была создана пространственная твердотельная конечно-элементная модель в программно-вычислительном комплексе ANSYS.

На основании расчетных значения ветровой нагрузки получены изополя распределения ветрового давления по поверхности здания по результатам физического и численного моделирования, которые практически совпадают. Численная картина распределения давлений совпадает с погрешностью, не превышающей 10%, за исключением максимальных и минимальных значений. Небольшие расхождения объясняются погрешностями при проведении эксперимента, а также спецификой расчетов по методам конечных элементов.

Может быть сделан вывод, что при проектировании уникальных зданий и сооружений сложной геометрической формы необходимо выполнять как математическое, так и физическое моделирование, и производить расчет на оба варианта распределения ветрового давления по поверхности.

## Литература

1. Хазов П.А., Анущенко А.М. Численный анализ применимости нормативных методик при назначении ветровой нагрузки на большепролетные поверхности // Приволжский научный журнал, 2020, №3(55), с. 19-27

## КОЛИЧЕСТВО АТОМОВ НИКЕЛЯ КАК ОСНОВНОЙ ФАКТОР ВЛИЯНИЯ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТА ГРАФЕН-НИКЕЛЬ

Сафина Л.Р.<sup>1</sup>, Баймова Ю.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>УГНТУ, <sup>2</sup>ИПСМ РАН, Уфа

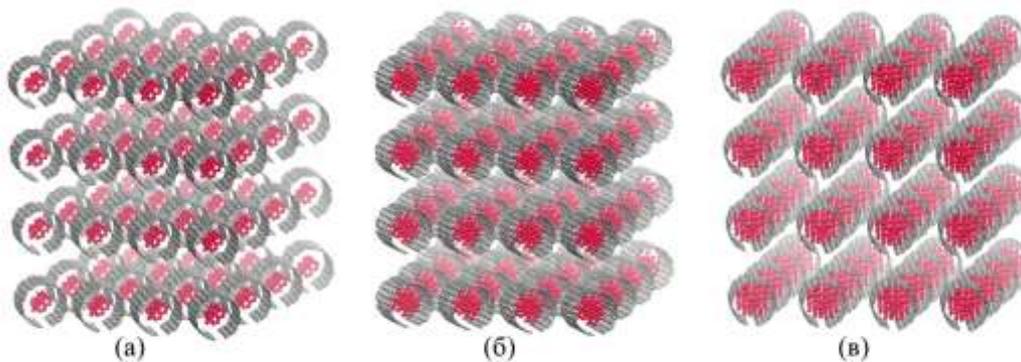
safliia@mail.ru

В данной работе методом молекулярной динамики показано влияние количества атомов никеля на механические свойства композита графен-никель. Обнаружено, что для получения композита с улучшенными механическими свойствами лучше использовать небольшое количество и небольшой размер металлических наночастиц. Это можно объяснить тем, что чешуйка графена с большими наночастицами тяжело деформируется, так как никель практически полностью заполняет чешуйку графена, не позволяя свободно вращаться и деформироваться в процессе сжатия. Вследствие этого, в таких структурах появление новых химических связей, отвечающих за прочностные характеристики композита, затрудняются.

**Введение.** В настоящее время большой интерес вызывает создание новых композиционных материалов с улучшенными механическими свойствами. Одним из материалов, подходящих для создания композитов является графен. Недавние исследования показали, что сочетание графена с металлами может улучшить механические свойства получаемой структуры [1]. Среди металлов никель (Ni) является одним из наиболее применимых при изготовлении

композитов с улучшенными механическими, физическими и электронными свойствами. Такие гибридные структуры могут использоваться в качестве смазочных материалов, устройств хранения энергии или для хранения и транспортировки водорода, в катализе и т.д. В данной работе методом молекулярной динамики исследуется влияние количества атомов никеля на механические свойства композита графен-никель.

**Методы.** Рассматриваются три объемные структуры, состоящие из свернутых чешуек графена, заполненные разными размерами наночастиц никеля сферической формы, состоящие из 21, 47 и 78 атомов. Всего в трехмерной структуре  $Ni_{21}$  – 1344,  $Ni_{47}$  – 3008 и  $Ni_{78}$  – 4992 атомов, а число атомов углерода составляет 16138. Начальный вид структур, содержащие разные размеры наночастиц никеля, приведен на рис. 1.

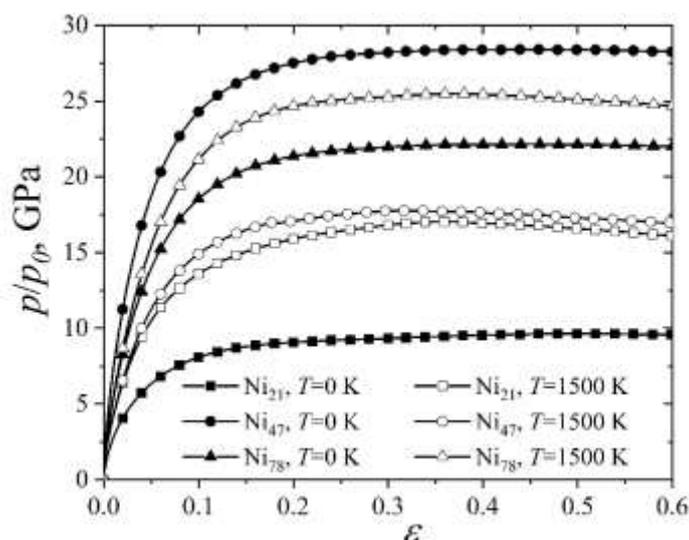


**Рис. 1.** Начальная структура композита графен-никель, содержащего в порах наночастицы (а)  $Ni_{21}$ , (б)  $Ni_{47}$ , (в)  $Ni_{78}$ . Серым показаны атомы углерода, красным – атомы Ni.

Численные эксперименты проводятся в свободно распространяемом пакете молекулярно-динамического моделирования LAMMPS. Во всех случаях используются периодические граничные условия. Для описания межатомных взаимодействий применяются два потенциала – потенциал AIREBO для взаимодействия углерод-углерод и потенциал Морзе для описания взаимодействия никель-никель и никель-углерод. Параметры для потенциалов были выбраны из предложенных в работах [2-4]. Для того, чтобы сформировать единый композитный материал, к начальной, довольно рыхлой, структуре прикладывается гидростатическое сжатие при разных температурах до максимально возможных плотностей.

**Результаты.** Для оценки прочности, полученные структуры подвергаются гидростатическому растяжению. На рис. 2 представлены кривые давление-деформация при растяжении для систем Ni-графен с разным размером частиц, полученные при 0 К (закрытые значки) и 1500 К (открытые значки) посредством гидростатического сжатия. Гидростатическое давление представлено приведенной величиной  $p/p_0$ , где  $p_0$  – поправочный коэффициент, вводимый для того, чтобы компенсировать чрезвычайно высокие напряжения, возникающие при применении потенциала Морзе. Введение данного поправочного коэффициента не влияет на качественный результат. Гидростатическое растяжение проводится при нулевой температуре. Как видно, кривые давление-деформация, полученные после сжатия при 0 К, не характерны для единой композитной структуры. Прямой ход кривой демонстрирует, что уже при  $\epsilon = 0.3$  происходит появление пор, и дальнейшее растяжение образца демонстрирует постепенный возврат к начальной структуре, где структурные элементы не были связаны химическими связями.

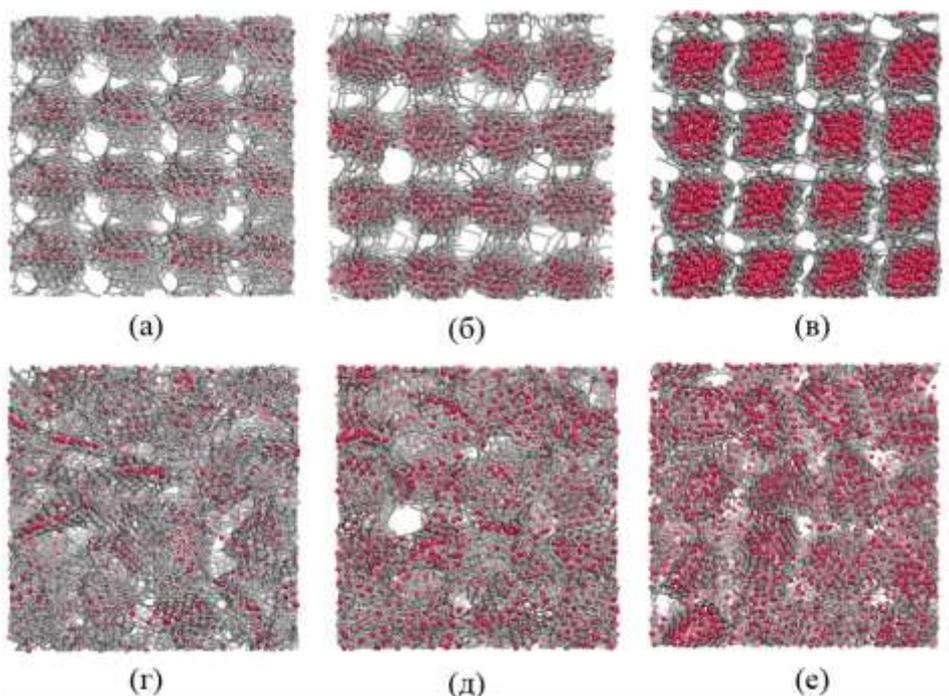
Для структур, сформированных при 1500 К с увеличением растягивающей деформации наблюдается рост напряжений и их последующее снижение после  $\epsilon = 0.3$ , когда происходит разрыв химических связей. Простое сжатие при нулевой температуре не может быть использовано для изготовления композитного материала на основе комбинации скомканных чешуек графена и наночастиц Ni [5-8].



**Рис. 2.** Кривые давление-деформация при растяжении для трех типов композитов, полученных гидростатическим сжатием при 0 и 1500 К.

При растяжении материала, сформированного при температуре 1500 К (открытые значки на рис. 2), наблюдается характерная кривая растяжения – с появлением малых пор и несовершенств давление в структуре падает в связи с тем, что происходит разрыв сформированных между чешуйками ковалентных связей. Анализ ближайших соседей подтвердил, что большинство атомов углерода при таких условиях изменяют свою гибридизацию с  $sp^2$  на  $sp^3$ , следовательно, атомы углерода соседних чешуек соединились между собой.

Как пример, на рис. 3 представлены структуры после всестороннего растяжения.



**Рис. 3.** Структуры с (а,г)  $Ni_{21}$ , (б,д)  $Ni_{47}$ , (в,е)  $Ni_{78}$ , сформированные при (а-в) 0 К и (г-е) 1500 К после гидростатического растяжения. Серым показаны атомы углерода, красным – атомы Ni.

С увеличением воздействия на материал наблюдаются появления многочисленных пор, которые очевидно являются дополнительным доказательством отсутствия недостаточного количества химических связей между атомами соседних чешуек графена, сформированных при 0 К (рис. а-в). Нужно отметить, что чем больше размер наночастиц, тем тяжелее деформировать структуру и соответственно в таких структурах появление новых химических связей затруднено. Из рисунка 3г-е можно наблюдать, что при температуре 1500 К происходит лучшее перемешивание структурных элементов и гидростатическое сжатие при повышенной температуре приводит к желаемому результату – формированию композита. Даже в структуре с большими наночастицами никеля формирование пор происходит гораздо позже и их размеры намного меньше.

**Выводы.** В результате исследования было выявлено, что в структуре графена, сформированной при повышенной температуре содержащего в порах наночастицы меньшего количества ( $Ni_{21}$  и  $Ni_{47}$ ), наблюдается наиболее равномерное распределение единичных элементов. Кроме того, в структурах с небольшими наночастицами появление пор происходит намного позже, чем в структуре с большим количеством наночастиц. Это можно объяснить тем, что большая наночастица ( $Ni_{78}$ ) практически полностью заполняет чешуйку графена, не позволяя свободно вращаться и деформироваться и соответственно появление новых химических связей, отвечающие за прочностные характеристики композита, затруднены. Для получения композита с улучшенными механическими свойствами рекомендуется использовать небольшое количество атомов и размер наночастиц никеля.

Авторы благодарят Российский Научный Фонд (грант № 20-72-10112).

#### Литература

1. Chu K., Jia C. Enhanced strength in bulk graphene–copper composites. *Phys Status Solidi*, 2014, 211, 184-190.
2. Girifalco L. A., Weizer V. G. Application of the Morse potential function to cubic metals. *Physical Review*, 1959, 114, 687-690.
3. Galashev A.Y., Katin K.P., Maslov M.M. Morse parameters for the interaction of metals with graphene and silicone. *Phys. Lett. A*, 2019, 383, 252-258.
4. Katin K.P., Prudkovskiy V.S., Maslov M.M. Molecular dynamics simulation of nickel-coated graphene bending. *Micro Nano Lett.*, 2018, 13, 160-164.
5. Сафина Л.Р., Баимова Ю.А. Деформационное поведение композита графен-никель, полученного при повышенных температурах. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2019, 25, 531-542.
6. Krylova K. A., Safina L. R. Hydrostatic compression as the way of property improvement of crumpled graphene: atomistic simulation. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1435, 012064.
7. Safina L.R., Baimova J.A., Krylova K.A., Murzaev R.T., Mulyukov R.R. Simulation of metal-graphene composites by molecular dynamics: a review. *Letters on Materials*, 2020, 10, 3, 351-360.
8. Safina L.R., Murzaev R.T., Krylova K.A. Molecular dynamics simulation of crumpled graphene filled with Ni nanoparticles. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2020, 1008, 012054.

### ОПИСАНИЕ ВЫСОКОАМПЛИТУДНЫХ СДВИГОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛЬЮ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ТИПА С КОНВЕКТИВНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Стеценко Н.С.

Научный руководитель — профессор, д.ф-м.н. Георгиевский Д.В.

МГУ, Москва

stetsenkonina@mail.ru

Вопрос об идентификации материальных функций из установочных экспериментов является одним из основных при формулировке определяющих соотношений сплошных сред. Измерения в испытаниях должны быть воспроизводимы и точны, они должны обеспечивать достаточную информацию о материале. С этих позиций рассматривается эксперимент о сдвиговых гармонических колебаниях с большой амплитудой. Испытания на периодический сдвиг малой амплитуды стали классическим методом исследования линейных вязкоупругих свойств благодаря разработанному теоретическому фундаменту и легкости внедрения подходящих протоколов тестирования. Однако в большинстве технологических процессов

деформации могут быть большими и быстрыми. Таким образом, для исследования и количественной оценки поведения нелинейных вязкоупругих материалов актуально получение протоколов испытаний и для случая колебаний с большими амплитудами. Оказывается существенным различие в анализе результатов эксперимента при малых и больших амплитудах: линейно вязкоупругие модули находятся исходя из предположения чисто синусоидального (линейного) отклика напряжений. В то же время нелинейная реакция напряжения не является только синусоидальной, поэтому определение вязкоупругих модулей нуждается в корректировке. Методология эксперимента с высоко амплитудными гармоническими сдвиговыми колебаниями стала популярна для широкого класса материалов. Она применяется к полимерным расплавам и растворам, суспензиям, эмульсиям, биологическим макромолекулам, полиэлектролитам, поверхностно-активным веществам, магнитореологический эластомерам, полимерным нанокompозитам и к другим вязкоупругим материалам. Измерения проводятся с помощью различного типа реометров (с регулируемой деформацией, регулируемым напряжением, ротационного и др.). Протоколы рассматриваемых испытаний в широком диапазоне частот и амплитуд деформации показывают высокое качество для различных сложных жидкостей.

Рассматриваемая кинематика периодического сдвига исследуется для определяющих соотношений, обобщающих элементарную модель Максвелла на область конечных деформаций.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИОННОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ТОНКИХ МНОГОУРОВНЕВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ**

**Сударчикова М.А., Новикова Д.А., Насакина Е.О., Каплан М.А., Конушкин С.В.,  
Сергиенко К.В.**

ИМЕТ РАН, Москва  
mariahsudar@yandex.ru

В данной работе исследовались закономерности формирования мультислоев титана и тантала при использовании магнетронного распыления и ионной бомбардировки в зависимости от варьируемых технологических параметров, а также определение характеристик полученных материалов.

**Введение.** Слоистые композиты, полученные с использованием вакуумных ионно-плазменных методов, изменение параметров которых напрямую влияет на свойства материалов, находят обширное применение в электронике, оптике, медицине, при создании функциональных и различных функциональных объектов. А в случае многокомпонентной системы распыления вариативность получаемых результатов возрастает во много раз. В [1-2] было указано, что (110) является наиболее низкоэнергетической решеткой для ОЦК материалов ( $\alpha$ -Ta) и провоцирует формирование на себе такой же структуры. Являясь зоной зарождения новой поверхности, поверхность подложки задает характер формирования ее структуры. Было показано, что на аморфных углерод-содержащих или оксидных поверхностях (естественное состояние титана и кремния в кислородной атмосфере или стекла) формируется бета тантал, а например, на титане без естественного оксида или TaN формируется альфа [1-5].

**Методы.** Данная научно-исследовательская работа направлена на исследование влияния варьируемых технологических параметров магнетронного распыления и ионной бомбардировки на закономерности формирования мультислоев титана и тантала и на их характеристики. В качестве основы (подложки) формируемых композиционных материалов использовали стеклянные пластины. Для очистки, активации и полировки поверхности подложки и промежуточной композиции проводилась бомбардировка ионами аргона с параметрами разряда  $U_e = 900-1200$  В,  $I_e = 70-150$  мА – предварительное ионное травление. С целью определения влияния подлежащей поверхности на структуру формируемого слоя было проведено предварительное ионное травление с увеличением времени и мощности облучения. В качестве материала поверхностного слоя использовали химически чистый

титан и тантал. Поверхностные слои тантала формировали на ранее осажденном слое титана, полученном в тех же условиях на стеклянной пластинчатой подложке после ультразвуковой очистки в спирте, дистиллированной воде и сушки. Создание металлических композиционных материалов проводилось путем формирования поверхностных слоев с помощью магнетрона на постоянном токе ( $\sim 865$  мА) при напряжении  $\sim 400$  В в газовой среде аргона при рабочем и остаточном давлении  $\sim 0,4$  и  $4 \times 10^{-4}$  Па, соответственно, в течение времени распыления 30 мин при дистанции напыления 250 мм.

Полученные металлические композиционные материалы обладали многослойной структурой «оксидный слой – поверхностный слой из осаждаемого вещества 1 – переходный слой, содержащий оба осаждаемых элемента – подслой из осаждаемого вещества 2 – переходный слой, содержащий элементы и подслоя, и основы – основа». Морфология поверхности при малых дозах облучения предварительным ионным травлением соответствует морфологии поверхности подложки. При большой длительности/энергии ионной бомбардировки наблюдается тонкая поверхностная структура в виде точечных углублений, сглаживаемая осаждаемым сверху слоем, а также увеличивается протяженность слоя и его кристалличность.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-08-00642 А.

### Литература

1. Navid A.A., Hodge A.M. Nanostructured alpha and beta tantalum formation—Relationship between plasma parameters and microstructure // *Materials Science and Engineering A*, 2012. - Vol. 536. – P. 49– 56.
2. Navid A.A., Hodge A.M. Controllable residual stresses in sputtered nanostructured alpha-tantalum // *Scripta Materialia*, 2010. - Vol. 63. – P. 867–870.
3. Bernoulli D., Müller U., Schwarzenberger M., Hauert R., Spolenak R. Magnetron sputter deposited tantalum and tantalum nitride thin films: An analysis of phase, hardness and composition // *Thin Solid Films*, 2013. - Vol. 548. – P. 157–161.
4. Zhou Y.M., Xie Z., Ma Y.Z., Xia F.J., Feng S.L. Growth and characterization of Ta/Ti bi-layer films on glass and Si (1 1 1) substrates by direct current magnetron sputtering // *Applied Surface Science*, 2012. - Vol. 258. – P. 7314–7321.
5. Myers S., Lin J., Martins Souza R., Sproul W.D., Moore J.J. The  $\beta$  to  $\alpha$  phase transition of tantalum coatings deposited by modulated pulsed power magnetron sputtering // *Surface & Coatings Technology*, 2013. - Vol. 214. – P. 38–45.
6. Poate JM, Foti G, Jacobson DC. *Surface Modification and Alloying by Laser, Ion and Electron Beams*. New York: Plenum; 1983.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА УГЛЕКИСЛОТНЫМ ЛАЗЕРОМ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ЦИЛИНДРА МАЛОГО РАЗМЕРА ИЗ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО ГРАФИТА МАРКИ МПГ-7

Торчик М.В.<sup>1</sup>, Котов М.А.<sup>2</sup>, Соловьев Н.Г.<sup>2</sup>, Шемякин А.Н.<sup>2</sup>, Якимов М.Ю.<sup>2</sup>, Чаплыгин А.В.<sup>2</sup>

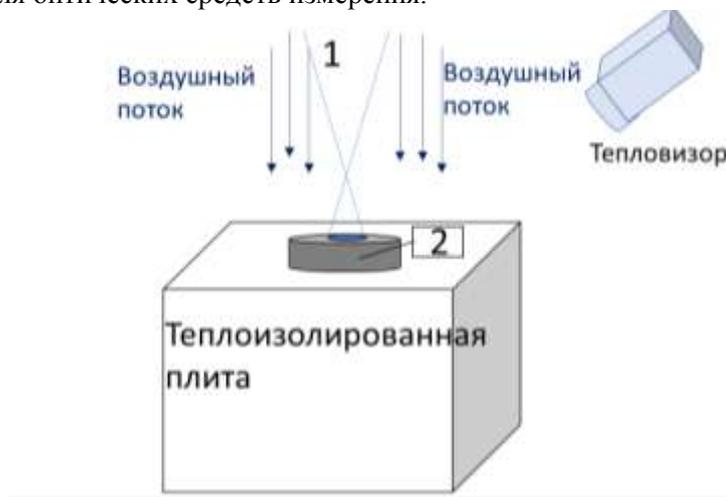
<sup>1</sup>МАИ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва  
mari.torchick@yandex.ru

В лаборатории лазерных разрядов ИПМех РАН проводились эксперименты по нагреву цилиндрических образцов из мелкозернистого графита МПГ-7 углекислотным лазером. В программной среде Comsol проводилось численное моделирование этого эксперимента. Расчетные данные согласуются со значениями, полученными в эксперименте.

**Введение.** Лазерное моделирование тепловых нагрузок – прогрессивная технология ресурсных термических испытаний, которая может применяться при разработке высокотемпературных узлов и элементов в двигателестроении, авиационной и космической технике, энергетическом машиностроении для оперативной экспериментальной оценки элементов с повышенными требованиями к надежности, эксплуатируемых в условиях воздействия высоких температур и интенсивных тепловых потоков [1]. Технология отличается тем, что для нагрева поверхности образцов при термических испытаниях используется мощное лазерное излучение инфракрасного диапазона, сформированное и

контролируемое в пространстве и времени таким образом, чтобы обеспечить заданное поле температур на поверхности образца и заданный временной режим термических испытаний.

Для измерения и контроля при испытаниях образцов материалов используются оптические датчики температуры (оптические пирометры) и термовизоры, работающие в видимом и ближнем ИК-диапазоне (0.6-0.9 мкм), вследствие чего для нагрева предпочтительно использование лазеров дальнего ИК-диапазона, не создающих своим излучением помех для оптических средств измерения.



**Рис. 1.** Схема эксперимента (1 – лазерный пучок, 2 - образец).

**Методы.** Для отработки методик лазерного моделирования тепловых нагрузок в лаборатории лазерных разрядов ИПМех РАН проводились эксперименты по нагреву цилиндрического образца из мелкозернистого графита МПГ-7 [2] диаметром 15 мм и высотой 2.5 мм. Технологический CO<sub>2</sub>-лазер с быстрым протоком газа “Лантан-5” выдавал на поверхность образца одномодовое излучение мощностью до 700 Вт в непрерывном режиме с длиной волны 10.6 мкм [3]. На фокусирующем излучение элементе располагалось газовое сопло, в которое подавался воздух для обдува образца сверху. Температурное распределение на поверхности образца регистрировалось термовизором Тандем VS-415U. Образец графита помещался на высокотемпературную теплоизолирующую плиту из кварцевой пены. На спектральную излучательную способность (степень черноты) материала на длине волны 0.9 мкм (рабочая длина волны термовизора) вносилась поправка 0.8.

Численное моделирование лазерного нагрева проводилось в среде Comsol [4]. Решалась задача динамического нагрева твердотельного цилиндра со свойствами материала от находящегося на поверхности неподвижного источника теплового излучения, имеющего профиль распределения мощности из эксперимента, с соответствующими начальными и граничными условиями.

**Решение задачи.** Значения теплопроводности и теплоемкости материала задавались в зависимости от температуры [2]. Решалось уравнение теплопроводности:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = Q,$$

$$\vec{q} = -k \nabla T.$$

На нижней поверхности модели образца задавалось условие тепловой изоляции, т.к. через нее не происходила теплопередача – образец лежал на высокотемпературной теплоизолирующей подложке из кварцевой пены с очень высокой степенью теплоизоляции. Верхняя и боковая поверхности модели излучали по закону Стефана-Больцмана. Также на них задавались условия естественной и вынужденной конвекции. Скорость потока воздуха оценивалась через диаметр сопла 2 мм и объемный расход 1 литр/с – до 10 м/с на верхней и

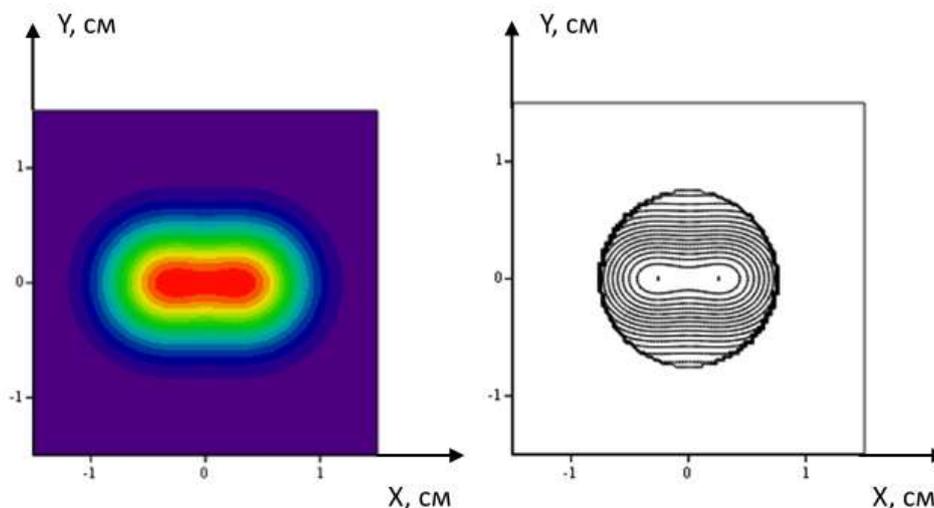
боковой поверхностях модели. Профиль поверхностного распределения теплового излучения описывался формулой:

$$I(x, y) = \frac{Pl}{\pi x_s y_s} \left[ \exp \left[ -2 \frac{(x - 0,6x_s)^2}{x_s^2} + \left( -2 \frac{y^2}{y_s^2} \right) \right] + \exp \left[ -2 \frac{(x + 0,6x_s)^2}{x_s^2} + \left( -2 \frac{y^2}{y_s^2} \right) \right] \right],$$

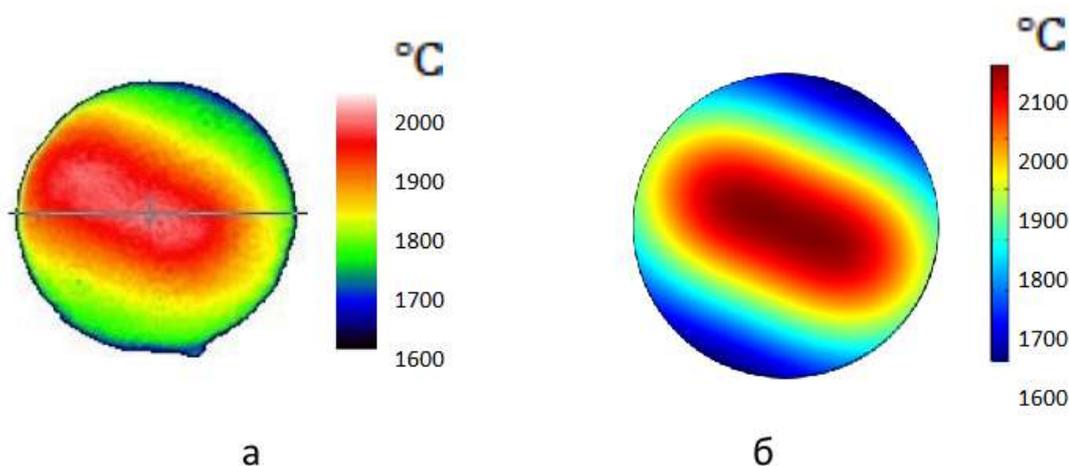
$Pl = 700 \text{ Вт.}$

Мощность лазерного излучения, приходящая на поверхность образца, была задана 700 Вт исходя из суммарных оценок, обусловленных лучистыми потерями естественной и вынужденной конвекции.

Достоверность заданного распределения проверялась интегрированием по площади верхней поверхности модели. Расчетная сетка являлась неструктурированной и имела 11 тыс. тетраэдральных элементов.



**Рис. 2.** Задаваемое распределение интенсивности по  $x$  и  $y$  в падающем пучке теплового излучения (слева) и на верхней поверхности модели (справа).



**Рис. 3.** Сравнение полученных экспериментальных (а) и расчетных (б) данных.

**Выводы.** Результаты, полученные с помощью вычислительной модели, имеют хорошее согласие с экспериментальными данными, что позволяет говорить о ее достоверности при проведении описания дальнейших результатов исследований по лазерному моделированию тепловых нагрузок на другие образцы из различных материалов. Небольшие различия между расчетными и экспериментальными данными может быть связана с погрешностью

измерения размеров пятен и характеристик теплового излучения в эксперименте, или с возможным изменением плотности материала при высоких температурах.

### **Литература**

1. Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюрюв А.И. Технологические процессы лазерной обработки // Москва, Издательство МГТУ им Н. Э. Баумана, 2006, 664 с.
2. Е. И. Жмуриков, И.А. Бубненко, В.В. Дрёмов, С.И., Самарин, А. С. Покровский, Д. В. Харьков Графит в науке и ядерной технике // Новосибирск, 2013, 193 с.
3. Н.А. Генералов, М.И. Горбуленко, В.П. Зимаков, Н.Г. Соловьев, М.Ю. Якимов. Мощные промышленные СО2-лазеры с накачкой несамостоятельным тлеющим разрядом <http://www.lantanlaser.ru/articles/high-power-rus/>, дата обращения 19.03.2021.
4. <https://www.comsol.ru/>, дата обращения 19.03.2021.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ ПОД ДАВЛЕНИЕМ**

**Утябаева А.Р., Ковтунов С.С., Конюшок В.В.**

Научный руководитель — Хван А.В.

МАИ, Москва

autyabaeva@mail.ru

В последние три десятилетия литье под давлением (ЛПД) имело быстрый рост благодаря развитию новых областей применения в области автомобильной, электронной, бытовой, медицинской и упаковочной промышленности. Сложность процесса требует гораздо лучшего понимания поведения материала на основных стадиях процесса, происходящих физических явлений и его связи со свойствами и производительностью конечной формованной детали. Одной из главных целей ЛПД является повышение качества формованных деталей при наименьших затратах. Соответствие требуемым спецификациям означает поддержание качественных характеристик под контролем. Наиболее широко используемый подход к определению качества формованной детали состоит в оптимизации показателей эффективности в зависимости от входных переменных. Это делается с помощью модели, которая соотносится с поведением этих показателей производительности (например, деформация, усадка, работа под давлением, время цикла) с контролируемыми параметрами (например, конструктивные характеристики деталей и пресс-форм и переменные процесса), а затем оптимизирует эти модели, то есть математические модели или метамоделли. Таким образом, разработка математических моделей для отдельных стадий процесса впрыска по существу находится на промышленном уровне, поскольку они необходимы для оптимизации процесса и производительности продукта.

Целью данной статьи является обзор исследований, проведенных в области математического моделирования и оптимизации процесса литья под давлением (ЛПД). Были оценены различные работы, связанные с математическим описанием фаз заполнения, постнаполнения и пластификации процесса ЛПД, а также описаны некоторые последние достижения в области ЛПД. Кроме того, рассмотрены исследования, посвященные оптимизации процесса ЛПД на основе различных методик. Эти методы оптимизации включают в себя проектирование экспериментов, искусственные нейронные сети и эволюционные алгоритмы. Были обсуждены сильные и слабые стороны каждого подхода. Наконец, в этой статье также обсуждаются оптимизационные исследования, выполненные в процессе ЛПД в отношении некоторых специфических особенностей, связанных с процессами, такими как конфигурация системы бегунов и каналов охлаждения, условия процесса, расположение затвора и балансировка давления в полости.

# ИЗМЕНЧИВОСТЬ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХСЛОЙНЫХ ТРУБОК ИЗ ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Фадеев Е.П.<sup>1,2</sup>, Волков М.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГУ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва

fadeevegor@yandex.ru

В работе исследуется упругое поведение двухслойных цилиндрически-анизотропных трубок из тетрагональных кристаллов. Получены зависимости их упругих характеристик от констант упругости слоев и геометрических параметров. Проведен анализ изменчивости упругих характеристик, исследованы особенности поведения при наличии ауксетического слоя.

**Введение.** Развитие нанотехнологий позволяет получать нано/мезомасштабные структуры путем сворачивания тонких пленок [1], в том числе и слоистые трубки [2, 3]. В [4, 5] исследовались упругие характеристики таких структур. Внимание, в частности, было уделено материалам с отрицательным коэффициентом Пуассона (ауксетикам). В некоторых трубках с ауксетическим слоем коэффициент Пуассона принимал отрицательные значения даже в неауксетических слоях. Для ряда таких трубок коэффициент Пуассона мог быть отрицателен по всей ее толщине, даже если один из слоев был изначально неауксетический.

В настоящей работе анализируются упругие характеристики двухслойных трубок из шестиконстантных тетрагональных кристаллов.

**Основная часть.** Рассмотрим двухслойную трубку, обладающей цилиндрической анизотропией. Трубка составлена из двух различных тетрагональных кристаллов таким образом, что их ось 4 порядка в каждой точке совпадает с радиальным направлением. Между базисами кристаллофизических систем координат  $X_1X_2X_3$  и цилиндрической систем координат  $r\varphi z$  в каждой точке трубки имеет место соответствие вида  $X_1 \rightarrow z$ ,  $X_2 \rightarrow -\varphi$ ,  $X_3 \rightarrow r$ . Радиальная координата изменяется в диапазонах  $r_0 \leq r \leq r_i$  и  $r_i \leq r \leq R_0$  для внутреннего и внешнего слоев, соответственно. Здесь  $r_0$  – радиус внутренней поверхности,  $r_i$  – радиус границы раздела,  $R_0$  – радиус внешней поверхности. Для описания упругого поведения таких кристаллов необходимо 6 независимых констант упругости, которые составляют следующую матрицу

$$s_{ij}^k = \begin{pmatrix} s_{11}^k & s_{12}^k & s_{13}^k & 0 & 0 & 0 \\ & s_{11}^k & s_{13}^k & 0 & 0 & 0 \\ & & s_{33}^k & 0 & 0 & 0 \\ & & & s_{44}^k & 0 & 0 \\ & & & & s_{44}^k & 0 \\ & & & & & s_{66}^k \end{pmatrix}$$

Здесь и далее верхний индекс соответствует номеру слоя. Закон Гука для обоих слоев имеет вид

$$\begin{cases} u_{zz}^k = s_{11}^k \sigma_{zz}^k + s_{12}^k \sigma_{\phi\phi}^k + s_{13}^k \sigma_{rr}^k \\ u_{\phi\phi}^k = s_{12}^k \sigma_{zz}^k + s_{11}^k \sigma_{\phi\phi}^k + s_{13}^k \sigma_{rr}^k \\ u_{rr}^k = s_{13}^k \sigma_{zz}^k + s_{13}^k \sigma_{\phi\phi}^k + s_{33}^k \sigma_{rr}^k \\ 2u_{rz}^k = s_{44}^k \sigma_{rz}^k \\ 2u_{r\phi}^k = s_{44}^k \sigma_{r\phi}^k \\ 2u_{\phi z}^k = s_{66}^k \sigma_{\phi z}^k \end{cases}$$

Считаем, что поле смещений на границе раздела неразрывно

$$u_r^1|_{r=r_i} = u_r^2|_{r=r_i}, \quad u_\phi^1(r_i)|_{r=r_i} = u_\phi^2(r_i)|_{r=r_i}, \quad u_r^1(r_i)|_{r=r_i} = u_r^2(r_i)|_{r=r_i}.$$

Боковые поверхности трубок свободны от напряжений

$$\sigma_{rr}^1(r_0) = \sigma_{rr}^2(R_0) = 0, \quad \sigma_{r\phi}^1(r_0) = \sigma_{r\phi}^2(R_0) = 0, \quad \sigma_{rz}^1(r_0) = \sigma_{rz}^2(R_0) = 0,$$

а на торцах задана растягивающая нагрузка и отсутствует крутящий момент

$$\int_{r_0}^{r_i} \sigma_{zz}^1 r dr + \int_{r_i}^{R_0} \sigma_{zz}^2 r dr = \frac{P}{2\pi}, \quad \int_{r_0}^{r_i} \sigma_{\phi z}^1 r^2 dr + \int_{r_i}^{R_0} \sigma_{\phi z}^2 r^2 dr = 0.$$

Из решения данной задачи модуль Юнга и коэффициенты Пуассона трубок определяются следующим образом

$$E = \frac{1}{s_{11}^1} \left[ \frac{1-1/\rho_1^2}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} - 2s_{12}^1 a_+ \frac{1-1/\rho_1^{\lambda_++2}}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} - 2s_{12}^1 a_- \frac{1-1/\rho_1^{\lambda_-+2}}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} \right] -$$

$$- \frac{1}{s_{11}^2} \left[ \frac{\rho_2^2-1}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} - 2s_{12}^2 b_+ \frac{\rho_2^{\mu_++2}-1}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} - 2s_{12}^2 b_- \frac{\rho_2^{\mu_-+2}-1}{\rho_2^2-1/\rho_1^2} \right]$$

$$v_{\phi z} = \begin{cases} -\frac{s_{12}^1}{s_{11}^1} + a_0(t_{11}^1 + t_{13}^1) + (t_{13}^1 + (1+\lambda_+)t_{11}^1) a_+ \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\lambda_+} + (t_{13}^1 + (1+\lambda_-)t_{11}^1) a_- \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\lambda_-}, & r_0 \leq r \leq r_i \\ -\frac{s_{12}^2}{s_{11}^2} + b_0(t_{11}^2 + t_{13}^2) + (t_{13}^2 + (1+\mu_+)t_{11}^2) b_+ \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\mu_+} + (t_{13}^2 + (1+\mu_-)t_{11}^2) b_- \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\mu_-}, & r_i \leq r \leq R_0 \end{cases},$$

$$v_{rz} = \begin{cases} -\frac{s_{13}^1}{s_{11}^1} + a_0(t_{33}^1 + t_{13}^1) + (t_{33}^1 + (1+\lambda_+)t_{11}^1) a_+ \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\lambda_+} + (t_{33}^1 + (1+\lambda_-)t_{11}^1) a_- \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\lambda_-}, & r_0 \leq r \leq r_i \\ -\frac{s_{13}^2}{s_{11}^2} + b_0(t_{33}^2 + t_{13}^2) + (t_{33}^2 + (1+\mu_+)t_{11}^2) b_+ \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\mu_+} + (t_{33}^2 + (1+\mu_-)t_{11}^2) b_- \left(\frac{r}{r_i}\right)^{\mu_-}, & r_i \leq r \leq R_0 \end{cases},$$

где  $a_+$ ,  $a_-$ ,  $b_+$ ,  $b_-$  – коэффициенты, определяемые из решения системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1/\rho_1^{\lambda_+} & 1/\rho_1^{\lambda_-} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_2^{\mu_+} & \rho_2^{\mu_-} \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ t_{11}^1(1+\lambda_+) + t_{13}^1 & t_{11}^1(1+\lambda_-) + t_{13}^1 & -t_{11}^2(1+\mu_+) - t_{13}^2 & -t_{11}^2(1+\mu_-) - t_{13}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \\ b_+ \\ b_- \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -a_0 \\ -b_0 \\ b_0 - a_0 \\ \frac{s_{12}^2}{s_{11}^2} - \frac{s_{12}^1}{s_{11}^1} + b_0(t_{11}^2 + t_{13}^2) - a_0(t_{11}^1 + t_{13}^1) \end{pmatrix}$$

Здесь

$$t_{11}^k = s_{11}^k - \frac{s_{12}^{k2}}{s_{11}^k}, \quad t_{33}^k = s_{33}^k - \frac{s_{13}^{k2}}{s_{11}^k}, \quad t_{13}^k = s_{13}^k - \frac{s_{12}^k s_{13}^k}{s_{11}^k},$$

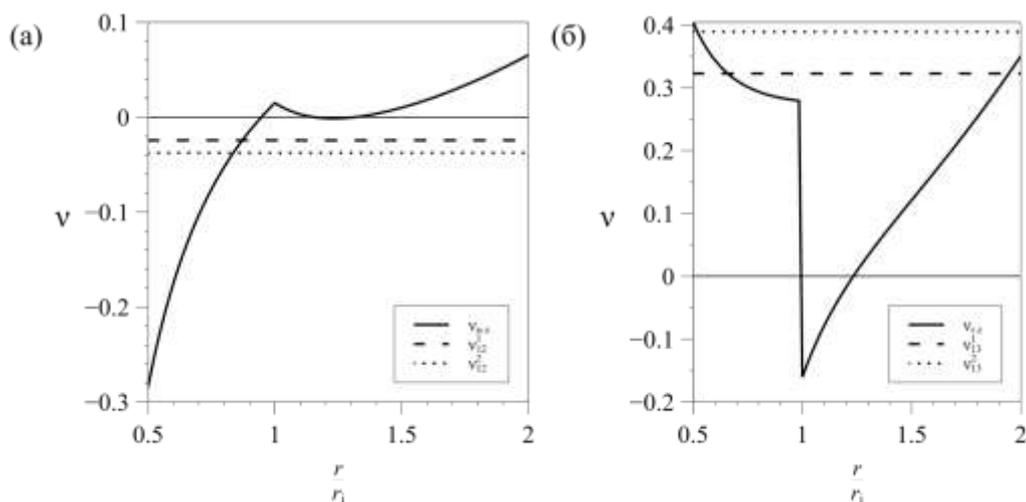
$$a_0 = \frac{s_{12}^1 - s_{13}^1}{s_{33}^1 s_{11}^1 + s_{12}^{12} - s_{13}^{12} - s_{11}^{12}}, \quad b_0 = \frac{s_{12}^2 - s_{13}^2}{s_{33}^2 s_{11}^2 + s_{12}^{22} - s_{13}^{22} - s_{11}^{22}},$$

$$\lambda_{\pm} = -1 \pm k^1, \quad \mu_{\pm} = -1 \pm k^2, \quad k^i = \sqrt{\frac{s_{33}^i s_{11}^i - s_{13}^{i2}}{s_{11}^{i2} - s_{12}^{i2}}},$$

$$\rho_1 = \frac{r_i}{r_0}, \quad \rho_2 = \frac{R_0}{r_i}.$$

Для двухслойных трубок из шестиконстантных тетрагональных кристаллов был проведен анализ изменчивости упругих характеристик с использованием, определенных

экспериментально, значений коэффициентов упругости из справочника [6]. Были проанализированы трубки из всех возможных комбинаций тетрагональных кристаллов (около 9500). Примерно для 550 из них модуль Юнга трубки превосходит модули Юнга слоев более чем на 5% при  $1.01 \leq \rho_1 \leq 2$  и  $1.01 \leq \rho_2 \leq 2$ . Наибольшая разница в относительных величинах достигается для трубки  $\text{MnF}_2 - \text{NH}_4\text{H}_2\text{AsO}_4$  44% deuterated, у которой модуль Юнга превосходит модули Юнга кристаллов ( $1/s_{11}^1, 1/s_{11}^2$ ) на 59%. Для всех трубок отмечено, что коэффициент Пуассона  $\nu_{\varphi z}$  имеет меньшую величину, чем коэффициенты Пуассона слоев ( $\nu_{12}^k = -s_{12}^k/s_{11}^k$ ). Необычное поведение отмечается для множества трубок, содержащих слой с кристаллом  $\text{FeGe}_2$ . Для ряда таких трубок коэффициент Пуассона  $\nu_{\varphi z}$  может несколько раз менять знак по мере изменения радиальной координаты. Примером такого поведения является трубка из кристаллов  $\text{LuAsO}_4$  и  $\text{FeGe}_2$ . Радиальные распределения коэффициентов Пуассона для трубки из этих кристаллов представлены на Рис. 1.



**Рис. 1.** Радиальные распределения коэффициентов Пуассона  $\nu_{\varphi z}$  (а) и  $\nu_{1z}$  (б) для двухслойной трубки  $\text{LuAsO}_4$  и  $\text{FeGe}_2$  при  $\rho_1 = 2$  и  $\rho_2 = 2$ .

Стоит отметить, что, хотя оба кристалла имеют положительный коэффициент Пуассона  $\nu_{13}$ , радиальный коэффициент Пуассона трубки может принимать отрицательные значения вблизи границы раздела.

**Заключение.** Из решения задачи растяжения двухслойных цилиндрически-анизотропных трубок из шестиконстантных тетрагональных кристаллов получены зависимости модуля Юнга и коэффициентов Пуассона трубок от констант упругости слоев и относительных толщин слоев. Проведен анализ изменчивости упругих характеристики трубок. Установлено, что для ряда трубок модуль Юнга может превосходить значения модуля Юнга слоев. Показано, что в трубках некоторых конфигураций могут возникать зоны ауксетичности в слоях с положительным коэффициентом Пуассона.

Работа выполнена в рамках проекта РФФ №18-79-10270.

### Литература

1. Xu C., Wu X., Huang G., Mei Y. Rolled-up Nanotechnology: Materials Issue and Geometry Capability. Advanced Materials Technologies, Wiley, 2018, 1800486.
2. Prinz V.Y., Seleznev V.A., Gutakovskiy A.K., Chehovskiy A., Preobrazhenskii V.V., Putyato M.A., Gavrilova T. Free-standing and overgrown InGaAs/GaAs nanotubes, nanohelices and their arrays Physica E, 2000, 6, 828-831.
3. Chai Z., Wang Q., Liu H., Xu J., Liu K., Ren X. Rolled-up InGaAs/GaAs/RGO trilayer microtubes: Fabrication, characterizations and rolling behaviors. Materials Science in Semiconductor Processing, Elsevier BV, 2020, 105, 104696.

4. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S., Volkov M.A. Two-layer tubes from cubic crystals. Dokl. Phys., 2016, 61, 604-610.
5. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko, D.S., Volkov M.A. Two-layered tubes from cubic crystals: Auxetic tubes. Phys. Status Solidi B, Wiley, 2017, 254, 1600815
6. Nelson D.F. (Ed.) Second and Higher Order Elastic Constants Springer, 1992, 29a.

## **НЕСТАЦИОНАРНОЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖЕСТКОГО ШТАМПА С БЕСКОНЕЧНОЙ МЕМБРАНОЙ С УЧЕТОМ АДГЕЗИОННЫХ СИЛ**

**Феоктистова Е.С.**

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Оконечников А.С.

МАИ, Москва

feoktistovaes@mai.ru

Работа посвящена изучению адгезионного давления, возникающего при нестационарном взаимодействии жёсткого штампа и мембраны. Сила адгезионного поверхностного притяжения, возникающая на поверхности рассматриваемых тел, описывается моделью Можи, согласно которой между поверхностями тел возникает адгезионное притяжение постоянной интенсивности, если зазор между телами меньше некоторого известного критического значения зазора. Процесс данного взаимодействия разделен на два этапа: бесконтактный – до вступления штампа и полуплоскости в контакт, и контактный – в момент погружения штампа в мембрану.

С целью описания процесса взаимодействия была сформулирована постановка задачи, учитывающая оба этапа взаимодействия жёсткого штампа и мембраны. Для бесконтактного этапа взаимодействия был разработан численно-аналитический метод определения нормального перемещения границы мембраны, а также носителя адгезионного взаимодействия. Данный этап будет считаться незавершенным, пока между полуплоскостью и штампом не наступит механический контакт.

На втором этапе возникает вопрос не только о нахождении перемещения границ полуплоскости и носителя адгезионного взаимодействия, также появляется необходимость определения контактных напряжений, возникающих в момент контакта штампа и мембраны. Для определения контактных напряжений записывается интегральное уравнение относительно контактных напряжений. С помощью дискретизации по времени и пространственной координате, интегральное уравнение приводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно контактных напряжений. При вычислении интегралов используется метод Симпсона. На данный момент ведется работа над реализацией алгоритмов определения контактных напряжений на ЭВМ. Получены результаты для бесконтактного этапа взаимодействия, а также представлены графические результаты.

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КРЕПИ СФЕРИЧЕСКОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ В МАССИВЕ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД**

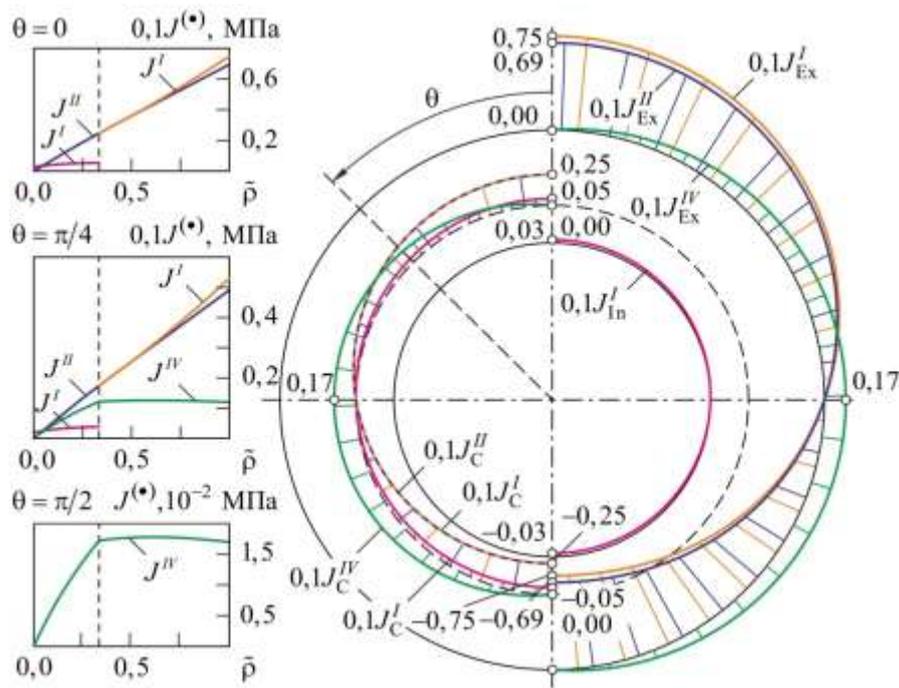
**Фукалов А.А., Зайцев А.В., Зубко И.А.**

ПНИПУ, Пермь

a-zaitsev@mail.ru, mr\_aa@mail.ru

Используя разложения компонент вектора перемещений в ряды по окружной и радиальной координате, получены точные аналитические решения задач о равновесии толстостенных полых составных трансверсально-изотропных центрально-симметричных тел, находящихся под действием массовых сил, с закрепленной внешней поверхностью. Проанализировано влияние геометрии сооружений и свойств железобетона на распределения инвариантов тензора напряжений в поперечных сечениях монолитных крепей сферических горных выработок, используемых для длительного хранения нефтепродуктов, с учетом различных условий совместной деформирования с окружающими массивами осадочных и сыпучих пород. На основе многокритериального подхода, описывающего различные механизмы разрушения анизотропных тел, проведена оценка начальной прочности этих подземных сооружений.

Потребность в решении задач для анизотропных сферических тел, находящихся в равновесии в поле гравитационных сил под действием равномерных и/или неравномерных внутреннего и/или внешнего давлений, обусловлена широким спектром приложений в геологии. Примерами могут служить задачи геомеханики хранения и добычи полезных ископаемых, при решении которых необходимо учитывать центральную и осевую симметрию, естественную анизотропию монолитные крепей горных выработок, а также их взаимодействие с окружающими массивами грунтов или осадочных горных пород.

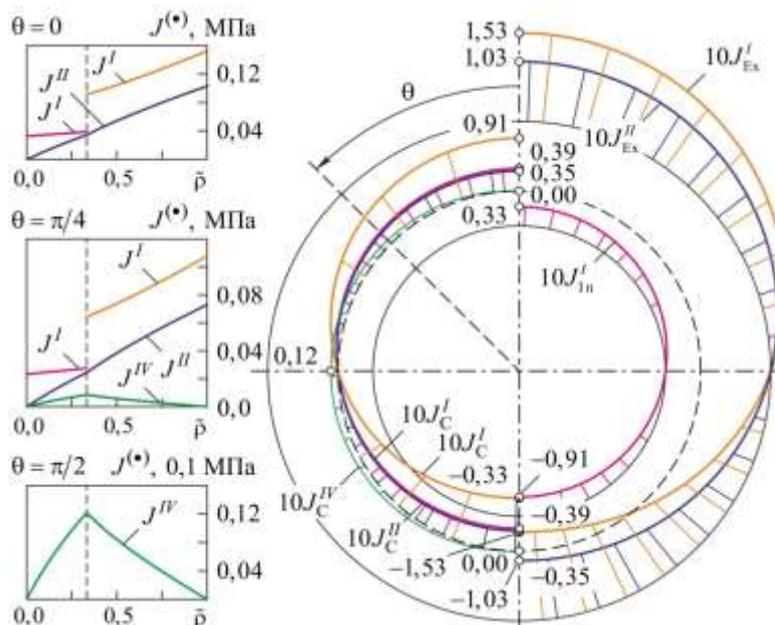


**Рис. 1.** Распределение инвариантов тензора напряжений (МПа) на жестко закрепленной внешней ( $J_{Ex}^{(\bullet)}$ ), свободной от нагрузок внутренней ( $J_{In}^{(\bullet)}$ ) и контактной ( $J_C^{(\bullet)}$ ) поверхностях.

При сооружении горных выработок, представляющих собой сферические полости, подкрепление является одним из основных производственных процессов, без которого невозможна их эксплуатация. Крепи, предназначенные для обеспечения безопасности труда, сохранности находящегося внутри сырья и оборудования, как правило, изготавливаются из железобетона и являются массивными сооружениями. Поскольку железобетон и горные породы имеют ярко выраженную анизотропию свойств, вызванную наличием стержневых армирующих элементов и минеральных включений, важным и актуальным является получение новых точных аналитических решений краевых задач о равновесии толстостенных составных анизотропных упругих тел с центральной симметрией, находящихся под действием равномерного внутреннего давления в поле гравитационных сил, и разработка на основе этих решений инженерных методик уточненного прочностного анализа элементов конструкций и сооружений, имеющих аналогичную геометрию и граничные условия. Кроме того, эти решения могут использоваться для идентификации материальных постоянных и функций анизотропных материалов (железобетон крепи создается вместе с самим горным сооружением) и при тестировании алгоритмов, реализующих численные методы, а также при отработке методик экспериментов с «тяжелыми» телами простейшей геометрии.

Рассмотрев монолитную крепь горной выработки и окружающий породный массив, как единую механическую систему (предполагая, идеальное сопряжение по сферической поверхности контакта) и, применив метод, основанный на разложении компонент вектора

перемещений по окружной и радиальной координате в ряды по полиномам Лежандра и обобщенные степенные ряды [1–5], получены новые точные аналитические решения задач о равновесии «тяжелых» составных сфер (представляющих собой конструкции состоящие из двух полых толстостенных сфер с общим центром, материал каждой из которых — однородный сферически трансверсально-изотропный относительно любого радиус-вектора, проведенного из центра), находящихся под действием внутреннего давления  $p$ , и жестко закрепленной или закрепленной только в радиальном направлении (при наличии скольжения без трения) внешней поверхностью. Из полученных решений в частном случае следуют выражения для перемещений, напряжений и деформаций в точках полых и составных изотропных сфер, находящихся в поле гравитационных сил, на внутренней и внешней поверхностях которых заданы аналогичные граничные условия [6, 7].



**Рис. 2.** Распределение инвариантов тензора напряжений (МПа) на радиально закрепленной при условии скольжения без трения внешней ( $J_{Ex}^{(*)}$ ), свободной от нагрузок внутренней ( $J_{In}^{(*)}$ ) и контактной ( $J_C^{(*)}$ ) поверхностях.

Если сделать предположение, что на некотором расстоянии от крепи осадочные породы контактируют с сыпучими средами — конгломератами частиц, то будет существовать сферическая поверхность, перемещения точек которой ограничены только в радиальном направлении и не ограничены вдоль меридиональной координаты. В простейшем случае это перемещение может быть свободным (без трения), что будет также предполагать отсутствие касательных напряжений. Предположение о независимости перемещений, деформаций и напряжений от окружной координаты исключает из рассмотрения возможные движения и реакции в этом направлении, снимает необходимость записи критериальных условий (типа неравенств, задающих скольжение с трением), в которые должны входить некоторые пороговые значения. Поэтому для описания совместного деформирования монолитной крепи горной выработки и окружающего массива сыпучих осадочных пород можем по-прежнему рассматривать единую механическую систему, представляющую собой составную сферу.

В качестве примера, как единые механические системы были рассмотрены монолитные железобетонные ( $E_{\theta}^{(1)} = 40,0 \text{ ГПа}$ ,  $E_{\rho}^{(1)} = 25,0 \text{ ГПа}$ ,  $G_{\rho\theta}^{(1)} = 11,0 \text{ ГПа}$ ,  $\mu_{\theta\rho}^{(1)} = 0,075$ ,  $\mu_{\rho\theta}^{(1)} = 0,15$  и  $\gamma^{(1)} = 40 \text{ кН/м}^3$ ) крепи сферических горных выработок, окруженные массивами осадочных и

сыпучих ( $E_{\theta}^{(2)} = 55,0$  ГПа,  $E_{\rho}^{(2)} = 23,0$  ГПа,  $G_{\rho\theta}^{(2)} = 29,0$  ГПа,  $\mu_{\theta\varphi}^{(2)} = 0,29$ ,  $\mu_{\rho\theta}^{(2)} = 0,32$  и  $\gamma^{(2)} = 27$  кН/м<sup>3</sup>) пород [2, 3]. Полученные новые точные аналитические решения позволили проанализировать влияние геометрии сооружений и свойств железобетона на распределения инвариантов тензора напряжений [8] в поперечных сечениях монолитных крепей сферических горных выработок, учитывая различные условия совместной деформирования с окружающими массивами осадочных и сыпучих пород [3], а также провести оценку начальной прочности на основе многокритериального подхода [9], описывающего различные механизмы разрушения, и определить области, где разрушение может быть инициировано.

На рис. 1 и рис. 2 представлены распределения ненулевых инвариантов тензора напряжений ( $J_{\sigma}^I = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$ ,  $J_{\sigma}^{II} = \sigma_{\rho\rho}$ ,  $J_{\sigma}^{IV} = \tau_{\rho\theta}$ ) в монолитной железобетонной крепи и окружающем массиве осадочных пород вдоль меридиональной и обезразмеренной радиальной  $\tilde{\rho} = (\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1)$  координаты. Были выбраны следующие параметры геометрии и давление:  $\rho_1 = 2,5$  м,  $\rho_c = 3,1$  м,  $\rho_2 = 4,3$  м;  $p = 0$  МПа. Поскольку в точках, принадлежащих вертикальной центральной оси, первый  $J_{\sigma}^I$  и второй  $J_{\sigma}^{II}$  инварианты тензора напряжений достигают своих наибольших по абсолютной величине значений, то эти точки являются наиболее опасными с точки зрения возможности начала разрушения крепи, от растяжения или сжатия в окружном и радиальном направлении. Наиболее опасными, с точки зрения возможности начала разрушения крепи по механизму сдвига, являются точки горизонтальной диаметральной плоскости, так как четвертый инвариант тензора напряжений  $J_{\sigma}^{IV}$  достигает в них экстремальных значений.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Минобрнауки РФ FSNM–2020–0027 на выполнение фундаментальных научных исследований на 2020 г. и плановый период 2021 и 2022 гг.

## Литература

1. Зайцев А.В., Фукалов А.А. Упругое равновесие тяжелой трансверсально-изотропной толстостенной сферы с жестко закрепленной внутренней поверхностью // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2010. № 5(21). С 85–95.
2. Фукалов А.А., Кутергин А.В. Точные аналитические решения задач о равновесии упругих анизотропных тяжелых тел с центральной и осевой симметрией и их приложения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4–4. С. 1831–1833.
3. Зайцев А.В., Соколкин Ю.В., Фукалов А.А. Механизмы начального разрушения железобетонной крепи сферической горной выработки в массиве осадочных пород // Вестник ПНИПУ. Механика. 2013. № 4. С. 59–74.
4. Зайцев А.В., Соколкин Ю.В., Фукалов А.А. Равновесие жестко закрепленных по внешней поверхности тяжелых упругих анизотропных тел с центральной симметрией в поле гравитационных сил // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2017. № 8. С. 13–17.
5. Zaitsev A.V., Sokolkin Yu.V., Fukalov A.A. Initial strength analysis of anisotropic concrete supports for spherical mine workings in a sedimentary rock mass. Physical and mathematical modeling of Earth and environment processes (2018): 4th Int. Sci. School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences / Eds. V. I. Karev, D. Klimov, K. Pokazeev. Cham: Springer Nature Switzerland AG/Springer, 2019. P. 463–471.
6. Кузнецов Г.Б. Упругость, вязкоупругость и длительная прочность цилиндрических и сферических тел. М.: Наука, 1979. 112 с.
7. Кожевникова Л.Л., Кузнецов Г.Б., Матвеев В.П., Шардаков И.Н., Аналитическое исследование упругого равновесия полый сферы, жестко закрепленной по внешнему контуру, Пробл. прочности, 1974. 9: 20–23.
8. Победра Б.Е., 1984. Механика композиционных материалов, М.: Изд-во МГУ, 336 с.
9. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1997. 288 с.

## **ОЦЕНКА КОРРЕКТНОСТИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПАНЕЛЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПЛАСТИН МИНДЛИНА-РЕЙССНЕРА**

**Чжо Й.К.**

Научный руководитель — профессор, к.ф.-м.н. Рабинский Л.Н.

МАИ, Москва

kyawyeko23@gmail.com

Рассмотрен класс задач топологической оптимизации панелей, нагруженных сосредоточенными силами и подкрепленных ребрами жесткости, геометрия которых является заранее неизвестной. На основе теории пластин Миндлина-Рейсснера с учетом и без учета поперечного обжатия строится численное решение с минимизируемой целевой функцией в виде полной энергии деформаций панели или с локальным требованием по минимизации перемещениям в заданных точках панели. Переменной в задаче оптимизации является толщина панели. Ограничение формулируется на максимально допустимую толщину и объем, занимаемый подкрепляющими элементами. Для решения задачи оптимизации используется метод движущихся асимптот в системе Comsol.

Результаты решения сопоставляются с результатами трехмерного моделирования соответствующей геометрии панели, найденной в результате решения задачи топологической оптимизации. Показано, что для стандартных соотношений толщины обшивки и высоты подкрепляющих элементов явный учет деформаций поперечного обжатия при решении задачи топологической оптимизации является необходимым для получения корректных решений (по крайней мере, с точки зрения оценки прогибов панели).

Полученные варианты геометрии панелей изготовлены методами трехмерной печати и испытаны в заданных условиях нагружения. Получена хорошая согласованность результатов расчетов и экспериментальных данных. Даны оценки по возможности получения более оптимальной, с точки зрения массовой эффективности, криволинейной геометрии подкрепляющих элементов, по сравнению со стандартным орebrением с регулярным шагом.

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О НАГРУЖЕНИИ ТОНКОСТЕННЫХ СФЕРЫ И ЦИЛИНДРА ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ, С УЧЕТОМ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЕМОСТИ МАТЕРИАЛА В РЕЖИМЕ МАРТЕНСИТНОЙ НЕУПРУГОСТИ**

**Шарунов А.В.**

Научный руководитель — профессор, д.ф.-м.н. Мовчан А.А.

МАИ, Нахабино

aleksej-sharunov@yandex.ru

Сплавы с памятью формы (СПФ) являются одним из наиболее перспективных конструкционных материалов благодаря своим уникальным термомеханическим свойствам. Однако для активного применения СПФ в технике [1] требуется наличие достоверных решений краевых задач механики для этих сплавов [2]. Получение подобных решений затруднено в виду объективной сложности определяющих соотношений СПФ, для которых зачастую невозможно получить аналитическое решение рассматриваемой краевой задачи. Кроме этого экспериментально установлено, что термомеханическое поведение СПФ как качественно, так и количественно зависит от вида напряженного состояния [3].

Предлагаемая работа посвящена аналитическому решению задач о напряженно – деформируемом состоянии (НДС) тонкостенных элементов конструкций, таких, как сфера и цилиндр, из СПФ, находящейся под действием внутреннего или внешнего давления, нагружаемой в режиме мартенситной неупругости (МН) или в процессе прямого превращения, без учета упругих деформаций и с учетом свойства разносопротивляемости материала. Под разносопротивляемостью понимается зависимость материальных констант этих сплавов от параметра вида напряженного состояния. В качестве параметра вида

напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений. В рамках работы принимается линейная зависимость материальных констант от параметра вида напряженного состояния. Аналитические решения получены на основе объединенной модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [4,5]. При решении задачи используется положение об активных процессах пропорционального нагружения.

В рамках рассматриваемого процесса деформирования продемонстрировано влияние разносопротивляемости СПФ, на величину раздачи (обжатия) тонкостенных конструкций. Моделирование раздачи и обжатия тонкостенных конструкций выполнено с учетом осевой симметрии. Тонкостенные цилиндры рассматриваются в предположении о плоской деформации (ПД) и плоском напряженном состоянии (ПНС).

В ходе работы установлено, что:

1) При одинаковом нагружении (внутреннем или внешнем давлении) параметр вида напряженного состояния для тонкостенной сферы и тонкостенного цилиндра имеет различные значения.

2) Раздачу (обжатие) тонкостенных конструкций выгоднее производить в процессе прямого превращения, т.к для смещения точек тонкостенной конструкции на определенную величину, необходимо прикладывать меньшее давление.

3) При решении задачи о тонкостенном цилиндре в предположении о ПД параметр вида напряженного состояния равен 0, т.е такой же как при чистом сдвиге.

4) При решении задачи об обжатии тонкостенного цилиндра внешним давлением, при предположении о ПД, величина раздачи получается больше, чем в предположении о ПНС, а при раздаче внутренним давлением наблюдается обратная тенденция.

5) Для случая тонкостенной сферы из СПФ смещение при действии внешнего давления больше, чем при действии такого же по величине внутреннего давления. Для тонкостенного цилиндра в состоянии ПД смещения при действии внешнего и внутреннего давления одинаковы. Для тонкостенного цилиндра в состоянии ПНС смещение при внутреннем давлении больше, чем при таком же по величине внешнем давлении.

Работа выполнена при финансовом содействии Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-01-00240).

## Литература

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. 216 с.
2. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е., Мишустин И.В., Саганов Е.Б., Сафронов П.А. Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2015. Том 157. Книга 3. С. 97-110.
3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – № 12. – С. 2-11.
4. Мовчан А. А. Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. 2020. №4. С. 140-151.
5. Мовчан А.А. Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы // Деформация и разрушение материалов. 2020. №11. С. 2-10.

## ВНЕДРЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ИНДЕНТОРОВ В ВЯЗКОУПРУГОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВОЗРАСТАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ

Яковенко А.А.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИПМех РАН, <sup>2</sup> МФТИ, Москва

Многие практически важные характеристики трибосопряжений зависят от микрогеометрии поверхности контактирующих тел. Наличие поверхностного микрорельефа приводит к тому, что реальная площадь контакта может отличаться от видимой в несколько раз. На характеристики контактного взаимодействия влияют также и механические свойства взаимодействующих тел, включая реологические. При взаимодействии вязкоупругих тел их

напряженно-деформируемое состояние изменяется со временем. При этом большое значение имеет скорость нагружения тел, которая влияет на скорость их деформирования и сближения.

В данной работе построена модель внедрения периодической системы осесимметричных инденторов в вязкоупругое полупространство. К каждому штампу приложена сила, которая увеличивается во времени с заданной скоростью. Для решения задачи применялся метод, используемый для решения аналогичной упругой задачи, а именно метод локализации [1]. Для описания механического поведения вязкоупругого полупространства использовались две модели: модель стандартного вязкоупругого тела и модель Максвелла.

Полученное аналитическое решение позволило исследовать изменения во времени таких характеристик контактного взаимодействия, как контактное давление, радиус единичного пятна контакта и функции дополнительного смещения. Последняя величина является интегральной характеристикой рельефа поверхности, так как позволяет оценить влияние формы и плотности расположения поверхностных неровностей на глубину внедрения тела в вязкоупругое полупространство. Исследовано влияние плотности расположения инденторов, параметров нагружения системы и механических свойств полупространства на изменение контактных характеристик во времени. Получено, что увеличение плотности расположения инденторов ведет к уменьшению радиуса единичного пятна контакта, но также и к возрастанию контактного давления в центральной части области контакта с полупространства единичного индентора. Полученные результаты сравнивались с задачей единичного контакта [2] и задачей множественного контакта в случае упругого полупространства.

Полученное решение позволяет также оценить погрешность результатов, полученных при использовании упрощенной модели взаимодействия шероховатых поверхностей, пренебрегающей взаимным влиянием пятен контакта (например, [3]). Предложенная модель, основанная на методе локализации, также является приближенной. Однако необходимой точности можно добиться, увеличивая число пятен контакта, в которых учитывается фактическое распределение давления. Оценка получаемой погрешности при взаимодействии системы инденторов с различной плотностью расположения и упругого полупространства приведена также в работе [1].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 20-31-90038.

## **Литература**

1. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука. 2001. 478 с.
2. Lee E.H., Radok J.R.M. The Contact Problem for Viscoelastic Bodies // *Journal of Applied Mechanics*, 27 (3). 1960. P. 438-444
3. Hui C.Y., Lin Y.Y., Baney J.M. The mechanics of tack: Viscoelastic contact on a rough surface // *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, 38 (11). 2000. P. 1485-1495

## **МЕТОД ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ИНДЕНТИРОВАНИЯ, КАК НОВЫЙ МЕТОД ЭКСПРЕСС-ДИАГНОСТИКИ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ**

**Яременко О.Б.**

ООО "Оптон инжиниинг", Москва

oy@frontics.net

Тенденции развития современной промышленности ведут к постоянно возрастающим требованиям к качеству готовой продукции, а также ставят задачи оптимизации и продления ее эксплуатационного ресурса. В связи с этим, большее предпочтение отдается неразрушающим методам контроля, которые позволили бы с достаточной точностью обеспечивать получение результатов измерения основных механических характеристик, тем самым обеспечив повышение производительности и конкурентоспособности выпускаемой и эксплуатируемой продукции в итоговом эквиваленте.

В докладе рассмотрен принцип действия метода инструментального индентирования для определения основных механических характеристик различных конструкционных материалов. Показана возможность применения системы AIS реализующей метод инструментального индентирования для экспресс-диагностики действующих конструкций и промышленных объектов, находящихся в эксплуатации.

В докладе представлены результаты исследований механических характеристик, в том числе трещиностойкости, сварных швов, основного металла и ЗТВ, в сварных соединениях, проведенных методом инструментального индентирования, с помощью системы серии AIS, компании Frontics Inc. (Южная Корея). Испытания проводились на темплатах из сварных соединений трубопроводов, а также натуральных конструкциях трубопроводов, находящихся в эксплуатации, их деталях и прочих конструкционных материалах, применяемых в строительстве объектов авиа и машиностроения.

Предложена технология определения основных механических характеристик металла промышленных конструкций и сварных соединений, находящихся в эксплуатации, для снижения консервативности оценки их работоспособности в соответствии с действующей нормативно-технической документацией.

## КОМПЛЕКС ЛАЗЕРНЫХ ПРИБОРОВ ДЛЯ БЕСКОНТАКТНОГО НАГРЕВА

Яценко Е.А.

МАИ, Москва

fedyavaranov.99@mail.ru

**Введение.** Лазерное излучение позволяет осуществить бесконтактный управляемый нагрев различных экспериментальных образцов для исследования их свойств. С помощью лазера можно изменять температуру, время, размер и форму области нагрева. Данная работа посвящена описанию двух приборов, в основе которых лежат лазерные диоды, излучающие в инфракрасной области: первый был создан для локального нагрева тонких образцов в исследовании деформаций материалов аддитивного происхождения; второй – для калибровки новых датчиков теплового потока, применяемых в измерении тепловых параметров газодинамических течений в ударных трубах [1].

**Методы.** Перейдем к более подробному описанию первого прибора. Известно, что изготовление изделий с помощью аддитивных технологий приводит к тому, что они становятся самонапряженными из-за теплового расширения и усадочной деформации слоев [2]. Это обстоятельство может приводить к деформации изделий вплоть до их разрушения, поэтому оптимизация процесса их производства является актуальной проблемой. В рамках этого исследования моей задачей было создание лазерного прибора, с помощью которого можно будет осуществлять бесконтактный локальный нагрев тонких образцов. Прибор представляет собой законченное изделие, состоящее из лазерного модуля с коллимированным выходным излучением, управляющей электронной схемы, блока питания и корпуса. Работу по его созданию можно разбить на следующие этапы:

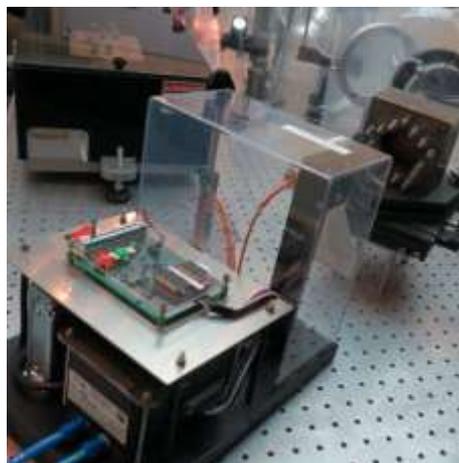


Рис. 1.

1. Подбор необходимых заводских компонентов: диодного лазерного модуля DLM-30 [3], теплообменника и блока питания HRPG-150-7,5 [4].

2. Разработка и сборка электронного управляющего модуля, с помощью которого можно регулировать мощность лазерного излучения, следить за температурой на корпусе

лазера (в схеме также была предусмотрена защита от перегрева в случае чрезвычайных ситуаций), а также включать и выключать всю установку.

3. Разработка, производство и сборка корпуса, который обеспечивает удобство и безопасность эксплуатации прибора.

Фотография готового прибора представлена на рис. 1. Прежде чем быть использованным в эксперименте, он был неоднократно протестирован на функциональность и исправность.

**Экспериментальная часть.** По завершению этапа разработки, прибор был использован в пробных экспериментах. В частности, с помощью него производился локальный нагрев жестко зафиксированной медной тонкой пластины для определения величины ее деформации, которая определялась с помощью метода голографической интерферометрии (рис. 2). Такие опыты необходимы для исследования реакции на точечное тепловое воздействие единичного слоя предполагаемого изделия.

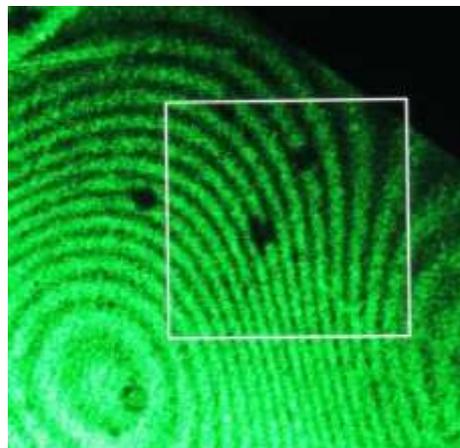


Рис. 2.

**Методы.** Второй прибор представляет собой экспериментальный стенд, предназначенный для калибровки различных типов датчиков теплового потока, в том числе быстродействующих датчиков на косонапыленных пленках [5], а также для отладки электронных схем. В качестве источника излучения был выбран лазерный диод PLD-10 [6] с максимальной выходной мощностью 10 Вт. На лазер с помощью цифрового генератора подаются электрические импульсы, частоту, амплитуду, скважность и форму которых можно менять, что позволяет имитировать тепловые процессы, проходящие в ударной трубе. Работу по созданию стенда можно разбить на следующие этапы:

1. Подбор необходимых заводских компонентов: лазерного диода PLD-10, теплообменника и блока питания.
2. Разработка, изготовление и сборка механических деталей стенда: подвижного рельса и стойки, позволяющей изменять направление лазерного луча.
3. Установка лазерного диода (рис. 3).
4. Проведение пробных испытаний.



Рис. 3. Срез оптоволоконного лазерного диода под микроскопом.

**Экспериментальная часть.** Были проведены предварительные эксперименты на различных типах датчиков, показавшие широкие возможности применения прибора. Однако для получения корректных данных требуется куда более скрупулёзная настройка всей системы. В частности, необходимо иметь точную информацию о характере излучения лазера. Полученная экспериментально, практически линейная зависимость выходной мощности

лазерного модуля от тока (рис. 4, рис. 5) будет использована при разработке методики калибровки различных датчиков. При этом будут учтены также результаты влияния диаграммы направленности излучения.

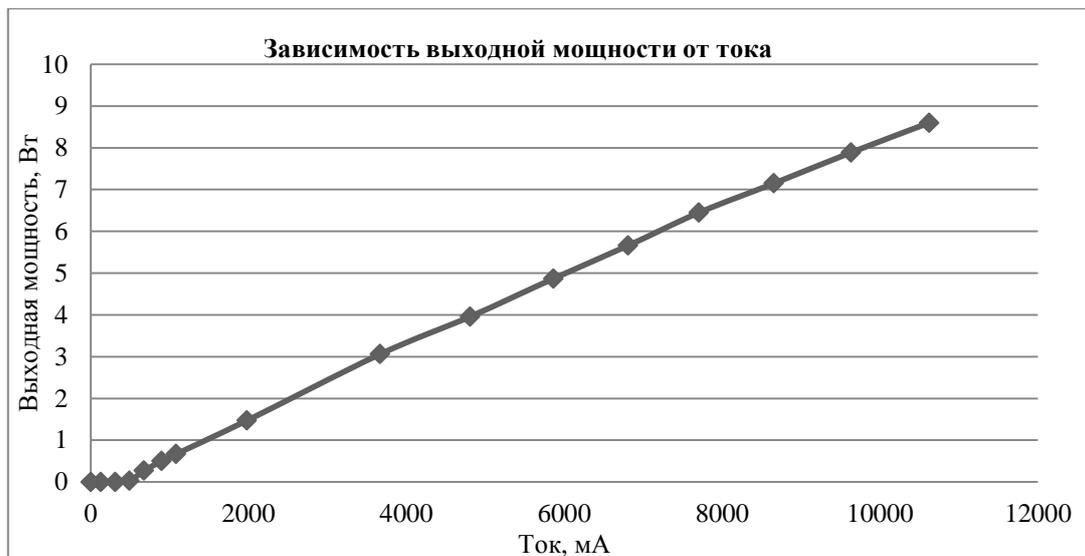


Рис. 4.



Рис. 5.

**Выводы.** Таким образом, первый прибор полностью готов, и будет использован для экспериментов по определению деформаций, возникающих при локальном нагреве тонких образцов. Также он может применяться для калибровки и настройки датчиков тепловых потоков, калориметров, измерителей температуры. А с помощью второго прибора можно воздействовать на исследуемые образцы тепловыми потоками произвольной формы с временем нарастания до 400 нс.

## Литература

1. Kotov M.A., Ruleva L.B., Solodovnikov S.I., Surzhikov S.T. Gas dynamic process formation in reflected shock tunnels and its validation purposes by hypersonic aerodynamic shock tube example // Journal of Physics: Conference Series. 2019.
2. Бут Д.К., Бычков П.С., Лычев С.А. Теоретическое и экспериментальное исследование изгиба тонкой подложки при электролитическом осаждении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020.
3. <https://www.ipgphotonics.com/ru/products>, информация предоставляется по запросу.
4. <http://www.mean-well.ru/store/HRP-150-7.5/>
5. Глебов В.Н., Мананков В.М. Термоэлектрический приемник излучения. Патент на полезную модель RU246U1, заявка 5026684/25, опубликовано 16.01.1995 г..
6. <https://www.ipgphotonics.com/ru/products/komponenty/pld-diody-nakachki/diody-nakachki-pld/pld-10>

## ЗАДАЧА О ВОЗДЕЙСТВИИ СИЛЬНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКУЮ ТРЕЩИНУ

Кукуджанов А.К.<sup>1</sup>, Кукуджанов К.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МФТИ, <sup>2</sup>ИПМех РАН, Москва

kconstantin@mail.ru

Образование трещин в проводящей электрический ток среде вызывает концентрацию электромагнитного поля (далее – «ЭМП») вблизи дефектов. Диссипация электромагнитной энергии в этих областях создает в среде локально неоднородное температурное поле и значительные температурные деформации. Если воздействие ЭМП сильное и кратковременное, т.е. такое, что величина выделяемой за промежуток времени порядка  $10^{-4}$  с рассеянной удельной электромагнитной энергии в материале оказывается в диапазоне  $10^8 \leq e \leq 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>, то в вершинах трещин будет происходить не просто сильный нагрев и температурное расширение, а плавление, испарение материала и даже микровзрывы с образованием кратеров. Впервые это наблюдалось в работах [1-2] при импульсном воздействии импульсами сильного ЭМП на краевые макротрещины в пластинах из цветных и черных металлов. Образовавшейся в вершине трещины кратер препятствовал дальнейшему ее дальнейшему распространению, приводя, таким образом, к залечиванию трещины.

В работах [3-8] было проведено математическое моделирование электрических, тепловых и механических процессов, происходящих при вышеописанном сильном импульсном ЭМ воздействии на трещины. Однако данные модели позволяли описать процесс нагрева и деформирования только качественно: скорость нагрева, градиенты температуры, время начала плавления в окрестности вершины трещины, получающиеся в результате моделирования, оказывались значительно отличающимися от наблюдаемых в экспериментах [1-2]. Температура в вершине трещины не достигала температуры испарения, соответственно в рамках рассматриваемых моделей не удавалось описать процессы микровзрыва и образования кратера в вершине трещины.

В настоящей работе рассматривается задача о воздействия сильным электромагнитным полем на эллиптическую трещину в бесконечной проводящей среде. Поскольку первоочередной интерес для исследования представляет распределения поля температуры в окрестности трещины, то электромагнитное поле при рассматриваемом воздействии можно считается стационарным. Магнитными эффектами пренебрегаем.

Решение задачи для вектора напряженности электрического поля в среде получается в явном виде. При стремлении радиуса кривизны в вершине трещины конечной длины к нулю, модуль вектора напряженности электрического поля в вершине трещины стремиться к бесконечности.

Изучаются изменения электрического и температурного полей, а также агрегатных состояний в окрестности трещины. В частности анализ данных полей в вершине эллиптической трещины показывает, что при рассматриваемом импульсном воздействии плотность тока в вершине трещины оказываются такой, что относительное изменение

температуры на расстояниях порядка длины свободного пробега фононов (и электронов) оказывается больше единицы. Применять в рассматриваемом случае закон теплопроводности Фурье не корректно.

Поэтому при математическом моделировании электротермомеханических процессов в окрестности дефектов теплопроводностью следует пренебречь и считать процесс адиабатическим.

Проведенные оценки показывают, что температура в вершине трещины достаточно быстро (по сравнению со временем воздействия ЭМП) может достичь температуры плавления, а затем испарения, поэтому при моделировании электротермомеханических процессов в окрестности дефектов необходим явный учет фазовых превращений и изменения реологии материала.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-19-00616)

## Литература

1. Финкель В.М., Головин Ю.И., Слетков А.А. О возможности торможения быстрых трещин импульсами тока // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 227. № 4. – С. 848–851.
2. Финкель В.М., Головин Ю.И., Слетков А.А. Разрушение вершины трещины силовым электромагнитным полем // Док. АН СССР. - 1977. - Т. 237. № 2. С. 325-327.
3. Кудрявцев Б.А., Партон В.З., Рубинский Б.Д. Электромагнитное и температурное поле в пластине с разрезом конечной длины, Изв. АН СССР. МТТ, 1982, №1, С. 110–118;
4. Cai G.X., Yuan F.G. Electric Current-Induced Stresses at the Crack Tip in Conductors, *Int. J. Fract.*, 1999, vol.96, no.3, pp. 279–301. doi:10.1023/A:1018670829822.
5. Liu T.J.C. Effects of Temperature-Dependent Material Properties on Stress and Temperature in Cracked Metal Plate under Electric Current Load, *Int. J. Mechanical and Mechatronics Eng.*, 2010, vol.4, no.5, pp. 418–423. doi:10.5281/zenodo.1072134.
6. Yu J., Zhang H., Deng D., Hao S., Iqbal A. Numerical calculation and experimental research on crack arrest by detour effect and joule heating of high pulsed current in remanufacturing, *Chin. J. Mech. Eng.*, 2014, vol.27, no.4, pp. 745–753. doi:10.3901/CJME.2014.0414.075.
7. Gallo F., Satapathy S., Ravi-Chandar K. Melting and crack growth in electrical conductors subjected to short-duration current pulses, *Int. J. Fract.*, 2011, vol.167, no.2, pp. 183–193. doi:10.1007/s10704-010-9543-0.

Абашев Д.Ю., 5  
 Азаров А.А., 6  
 Алексеев А.А., 10  
 Андросенко В.Н., 11  
 Баимова Ю.А., 121, 139  
 Байрамова Ш.Э., 15  
 Банников М.В., 17  
 Баяндин Ю.В., 17  
 Бобок Д.И., 20  
 Бойков А.А., 21  
 Брюханов И.А., 22  
 Вахитов К.Р., 24  
 Вельмакин Г.С., 25  
 Возмищев Н.С., 28  
 Волков А.Н., 30  
 Волков М.А., 31, 148  
 Вшивкова А.А., 34, 73  
 Гадеев Д.В., 37  
 Гаджибеков Т.А., 37  
 Гадолина И.В., 133  
 Гандилян Д.В., 40  
 Гафуров У.С., 42  
 Герасимов Р.М., 107  
 Гета О.А., 44  
 Гладков В.А., 88  
 Гоголев А.Л., 44  
 Гордеев И.С., 45, 69  
 Грачева Н.А., 133  
 Давлятшин Р.П., 107  
 Давыдов С.А., 42, 46, 131  
 Давыдов Э.А., 105  
 Данилевский А.А., 131  
 Данилушкин В.С., 48  
 Дедков Д.В., 50  
 Дубинец А.О., 52  
 Елизарова Ю.А., 53  
 Емельянов В.А., 22  
 Зайцев А.В., 34, 50, 54, 57, 61, 83, 115, 151  
 Замараева Ю.В., 64  
 Зверев Н.А., 66  
 Зеленина А.И., 69  
 Земсков А.В., 46, 66, 70  
 Зубко И. А., 34  
 Зубко И.А., 50, 54, 73, 76, 151  
 Зубко И.Ю., 34, 50, 73, 76, 107, 111  
 Исаев О.Ю., 83  
 Каплан М.А., 106, 143  
 Караванова А.Г., 80  
 Карев В.И., 57  
 Клементьев П.Д., 81  
 Климкина А.А., 82  
 Ковтунов С.С., 147  
 Кокшаров В.С., 17, 50, 57, 83  
 Конушкин С.В., 106, 143  
 Конюшок В.В., 147  
 Корчакин А.С., 104  
 Котов Д.И., 86, 88  
 Котов М.А., 128, 144  
 Кузнецова В.О., 90  
 Кукуджанов А.К., 161  
 Кукуджанов К.В., 161  
 Кутергин А.В., 54  
 Кутузова В.Е., 94  
 Леканов М.В., 95  
 Логинов Ю.Н., 5, 28, 64  
 Лупанов В.Г., 133  
 Мазорчук К.В., 98  
 Майер А.Е., 95  
 Майер П.Н., 133  
 Макаров А.В., 15  
 Мартиросов А.Р., 99  
 Мещерякова А.Р., 103  
 Мишов Н.В., 104  
 Мубассарова В.А., 115  
 Мясников М.М., 105  
 Насакина Е.О., 106, 143  
 Насейкина А.С., 105  
 Новикова Д.А., 106, 143  
 Окатьев Р.С., 107, 111  
 Орлова Ю., 114  
 Пантелеев И.А., 61, 115  
 Пеньков А.А., 118  
 Петухов М.А., 17, 119  
 Пиль Н.Е., 107  
 Полякова П.В., 121  
 Попов А.Л., 6  
 Потапов А.А., 124  
 Приходько С.Б., 124  
 Прохорчук К.В., 128  
 Решетняк Е.В., 131  
 Родионов Е.С., 133  
 Романов Н.И., 133  
 Сайтова Р.Р., 136  
 Самойлова А.С., 137  
 Сатанов А.А., 138  
 Сафина Л.Р., 139  
 Сергиенко К.В., 106, 143  
 Смелов С.А., 133  
 Смирнов Д.В., 83  
 Соколов А.С., 107  
 Соловьев Н.Г., 144  
 Стеценко Н.С., 142

**Сударчикова М.А.**, 106, 143  
**Тихомирова И.Н.**, 15  
**Торчик М.В.**, 144  
**Уваров С.В.**, 17  
**Устинов К.Б.**, 115  
**Утябаева А.Р.**, 147  
**Фадеев Е.П.**, 148  
**Файкин Г.М.**, 70  
**Феоктистова Е.С.**, 151  
**Фотин А.Д.**, 76  
**Фукалов А.А.**, 54, 151  
**Хмелев А.А.**, 61

**Чаплыгин А.В.**, 144  
**Чжо Й.К.**, 155  
**Шарунов А.В.**, 155  
**Швецов Н.И.**, 115  
**Шевцов Н.И.**, 57, 61  
**Шемякин А.Н.**, 144  
**Шиллер Н.П.**, 104  
**Якимов М. Ю.**, 128  
**Якимов М.Ю.**, 11, 144  
**Яковенко А.А.**, 156  
**Яременко О.Б.**, 157  
**Яценко Е.А.**, 158

**МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ  
«XLVII ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ»**

**СЕКЦИЯ**

*Механика и моделирование  
материалов и технологий*

**СБОРНИК ТРУДОВ**



Подписано к печати 01.04.2021

Заказ № 3-2021

Тираж 50 экз.

---

Отпечатано на ризографе  
Федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского  
Российской академии наук  
119526, Москва, пр-кт Вернадского, д.101-1